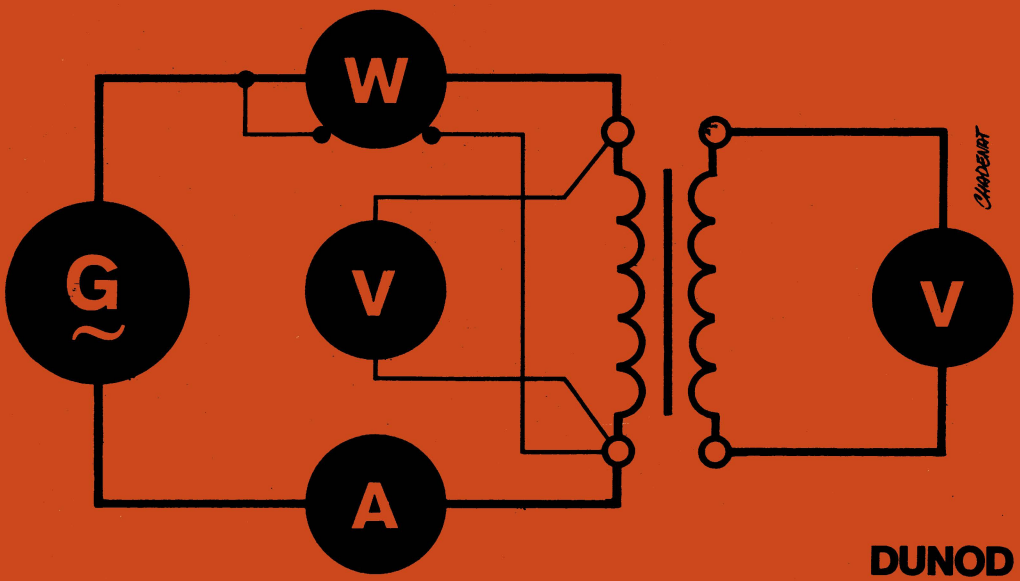
Lycées techniques
Collèges d'enseignement technique
Formation Professionnelle
Préparation au Baccalauréat de technicien

A. TRANCHART

R. CHASSINAT

PROBLÈMES ÉLÉMENTAIRES D'ÉLECTRICITÉ

AVEC RÉPONSES



DUNOD

PROBLÈMES ÉLÉMENTAIRES D'ÉLECTRICITÉ

avec réponses

SIXIÈME ÉDITION
NOUVEAU TIRAGE

REVUE ET AUGMENTÉE
D'UN CHOIX DE PROBLÈMES NON RÉSOLUS

PAR

A. TRANCHART
Professeur à l'École d'Optique appliquée

R. CHASSINAT
Professeur de l'Enseignement technique
Détaché à l'I.U.T. de Paris
(département chimie de Orsay)

Anciens élèves de l'École normale supérieure de l'Enseignement technique

Lycées techniques
Collèges d'enseignement technique
Formation professionnelle
Préparation aux Baccalauréats de technicien

DUNOD
PARIS
BRUXELLES - MONTRÉAL

AVERTISSEMENT

Les traités élémentaires d'Electricité avec des applications simples sont chaque jour plus nombreux et les élèves de l'Enseignement technique, de la Formation professionnelle, de la Promotion sociale et les autodidactes n'ont en cette matière que l'embarras d'un choix d'autant plus difficile que l'usage seul leur révélera, mais *a posteriori*, si celui qu'ils ont fait satisfait leur désir.

En proposant cette édition, entièrement revue, nous avons cherché à atteindre trois objectifs :

— présenter un ouvrage simple dont la lecture et l'exploitation soient accessibles à un débutant dont les connaissances mathématiques ne sont pas très étendues ;

— fournir avant chaque ensemble d'applications un rappel des principes, lois, propriétés qui puisse éviter aux élèves la fastidieuse prise de notes et apporter à ceux qui travaillent seuls la justification des notions et résultats acquis dans la pratique professionnelle ;

— proposer des problèmes et exercices dont les valeurs numériques soient ; le plus possible, empruntées aux réalités industrielles ou de laboratoire.

Cet ouvrage est inséparable d'un enseignement concret, donné aux élèves par les démonstrations expérimentales de leurs professeurs, ou fourni par la pratique de leur métier et les instructions de leurs cadres hiérarchiques à ceux qui sont déjà engagés dans la vie professionnelle.

Les critiques, les suggestions, les avis dont nos collègues, nos lecteurs, étudiants ou élèves, voudront bien nous faire part seront pour nous le plus encourageant témoignage de l'utilité qu'ils auront reconnue à notre travail.

A. T. R. C.

© 1967, DUNOD N° 061 574 0407
ISBN 2.04.008746-X

"Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur, ou de ses ayants-droit, ou ayants-cause, est illicite (loi du 11 mars 1957, alinéa 1er de l'article 40). Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait une contrefaçon sanctionnée par les articles 425 et suivants du Code pénal. La loi du 11 mars 1957 n'autorise, aux termes des alinéas 2 et 3 de l'article 41, que les copies ou reproductions strictement réservees à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective d'une part, et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration".

TABLE DES MATIÈRES

PREMIÈRE PARTIE

LOIS GÉNÉRALES DU COURANT CONTINU

CHAPITRE 1

FORCE, TRAVAIL, PUISSANCE MÉCANIQUE, ÉNERGIE

Rappels de cours 3
Applications 10

CHAPITRE 2

COURANT ÉLECTRIQUE, INTENSITÉ, QUANTITÉ D'ÉLECTRICITÉ

Rappels de cours 13
Applications 15

CHAPITRE 3

ÉNERGIE ÉLECTRIQUE, PUISSANCE DIFFÉRENCE DE POTENTIEL

Rappels de cours 18
Applications 21

CHAPITRE 4

PREMIÈRE LOI D'OHM, RÉSISTANCE, LOI DE JOULE

Rappels de cours 26
Applications 30

CHAPITRE 5

RÉSISTANCE ÉLECTRIQUE D'UN CONDUCTEUR

Rappels de cours 34
Applications :
A - Calcul des résistances..... 37
B - Calcul des longueurs..... 38
C - Calcul des sections 39
D - Calcul des résistivités..... 40
E - Calcul des températures 40
Calcul des lignes 41
Associations de résistances - Applications 46

CHAPITRE 6

ÉLECTROLYSE, FORCE CONTRE-ÉLECTROMOTRICE

Rappels de cours 58
Applications 65

CHAPITRE 7

PILES ET ACCUMULATEURS

A - Piles hydro-électriques. Applications 68
Groupements de piles. Applications..... 74
B - Accumulateurs. Applications..... 81

CHAPITRE 8

ÉTUDE GÉNÉRALE D'UN CIRCUIT

Rappel de cours 88
Applications 93

DEUXIÈME PARTIE

MAGNÉTISME ET ÉLECTROMAGNÉTISME

CHAPITRE 9

CHAMP MAGNÉTIQUE, AIMANTS ET COURANTS

Rappels de cours 99
Applications 105

CHAPITRE 10

AIMANTATION DU FER, CIRCUITS MAGNÉTIQUES, ÉLECTROAIMANTS

Rappels de cours 110
Applications 115

CHAPITRE 11

FORCES ÉLECTROMAGNÉTIQUES APPAREILS DE MESURE A CADRE MOBILE

Force et couple électromagnétiques 123
Travail électromagnétique 126
Appareils de mesure. Applications 127
Analogie entre bobines et aimants. Applications 135

CHAPITRE 12

INDUCTION ÉLECTROMAGNÉTIQUE, AUTO-INDUCTION

Induction électromagnétique 140
Auto-induction 145
Applications 147

CHAPITRE 13

CONDENSATEURS

Charge et décharge. Capacité 152
Association des condensateurs 155
Charge et décharge à travers résistance 157
Applications 159

CHAPITRE 14

MACHINES A COURANT CONTINU

A – Généralités 164
B – Dynamo bipolaire. Applications 167
C – Moteurs. Applications 177

TROISIÈME PARTIE

LOIS GÉNÉRALES DU COURANT ALTERNATIF

CHAPITRE 15

COURANT ET TENSION ALTERNATIFS,

Généralités 193
..... 198

CHAPITRE 16

COURANTS ET TENSIONS SINUSOIDAUX DANS LES ÉLÉMENTS DE CIRCUIT

A – Résistance soumise à tension sinusoïdale. Applications 201
B – Inductance soumise à tension sinusoïdale. Applications 205
C – Capacité soumisé à tension sinusoïdale. Applications 208
D – Résistance et inductance soumises à tension sinusoïdale. Applications 211
E – Résistance, inductance, capacité en série sous tension sinusoïdale. Résonance. Applications 215
F – Résistance, inductance, capacité associées en parallèle et soumises à tension sinusoïdale. Applications 223

CHAPITRE 17

PUISSANCES ACTIVE ET RÉACTIVE

Eléments en série, en parallèle. Applications 227

CHAPITRE 18

FACTEUR DE PUISSANCE

Réflexions sur 2 cas 232
Amélioration du facteur de puissance 233
Applications 235

CHAPITRE 19

TRANSFORMATEURS

Constitution. Constatations expérimentales 237
Etude théorique sommaire. Rendement. Applications 239

CHAPITRE 20

TENSIONS TRIPHASÉES

Examen d'une installation 247
Justification des observations 248
Applications 249

CHAPITRE 21

RÉCEPTEURS ASSOCIÉS EN ÉTOILE ET EN TRIANGLE

Montage étoile 250
Montage triangle 251
Mesure de la puissance consommée dans un récepteur triphasé. Applications 254

QUATRIÈME PARTIE

MACHINES A COURANT ALTERNATIF

CHAPITRE 22

ALTERNATEUR

Principe de la production d'une F.E.M. alternative 261
Alternateur à induit tournant 262
Alternateur à inducteur tournant 263
Fonctionnement d'un alternateur 265
Alternateur triphasé 266
Applications 266

CHAPITRE 23

MOTEURS TRIPHASÉS

Effets moteur d'une induction tournante 271
Induction tournante produite par les courants alternatifs 272
Moteur synchrone. Constitution. Fonctionnement. Emploi 274
Moteur asynchrone. Constitution. Fonctionnement. Emploi 275
Applications 277

CINQUIEME PARTIE

PROBLEMES PROPOSES A DIVERS EXAMENS

Sur les chapitres 1 à 5 285
Sur les chapitres 1 à 8 291
Sur les chapitres 1 à 15 293
Sur les chapitres 16 à 23 300
Problèmes généraux 305

PREMIÈRE PARTIE

LOIS GÉNÉRALES DU COURANT CONTINU

CHAPITRE I

FORCE - TRAVAIL
PUISSANCE MÉCANIQUE - ÉNERGIE

Force et couple

L'étude particulière des forces est du domaine de la Mécanique. Nous rappelons ici les notions indispensables à l'étude des *actions mécaniques* dues au passage du courant électrique.

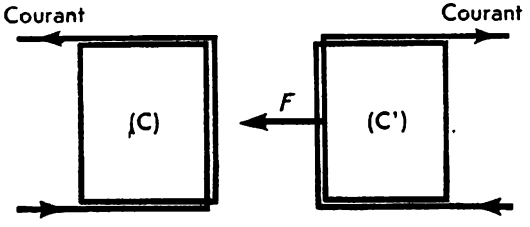


FIG. 1-1.

Ces actions tendent :

— soit à produire une *translation* : ce sont des *forces* (*fig. 1-1*) ;

— soit à produire une *rotation* : ce sont des *couples* (*fig. 1-2*).

1° Une force F appliquée à un solide de masse m lui communique une accélération a. Ces grandeurs sont liées par la relation :

$$F = m\,a$$

Dans le *Système international* d'unités (S.I.) :

— l'unité de longueur étant le mètre (m) et l'unité de temps la seconde (s), l'unité d'accélération est le mètre par seconde par seconde, ou mètre par seconde-carrée (m/s^2) ;

— l'unité de masse est le kilogramme (kg) ;

— l'unité de *force* est le *newton* (N).

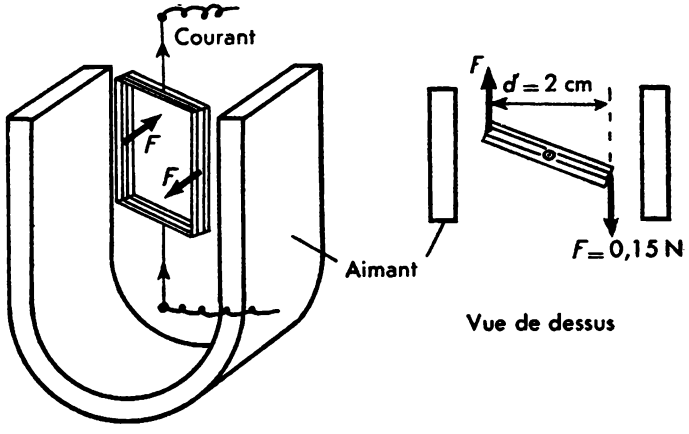


FIG. 1-2.

Au voisinage de la Terre, les corps tombent sous la seule action de l'attraction terrestre (force particulièrement connue appelée *poids* des corps). Ils prennent une accélération $g \approx 9{,}81$ m/s². Le *poids d'un corps* au voisinage de la Terre est donc :

$$p = m\,g$$

N kg m/s²

La force d'attraction terrestre s'exerçant sur une masse de 1 kilogramme placée au voisinage du sol, à Paris, est : $F = 1 \times 9{,}81 = 9{,}81$ newtons, soit environ 10 newtons. Dans le langage courant, cette force est appelée le *kilogramme-poids*. Dans la plupart des calculs, on pourra se contenter de l'approximation :

$$1 \text{ kgp} \approx 10 \text{ N}$$

2° Deux forces parallèles, égales en grandeur, de sens opposés, et dont les lignes d'action sont différentes, forment un *couple*, dont l'action est caractérisée par son *moment* M.

$$M = F\,d$$

F = intensité de l'une des forces,

d = distance entre les lignes d'action.

L'unité de *moment* est le *mètre-newton* (m.N.)

Exemple (*fig. 1-2*) :

$$M = 15 \times 10^{-2} \times 2 \times 10^{-2} = 30 \times 10^{-4} \text{ m.N.}$$

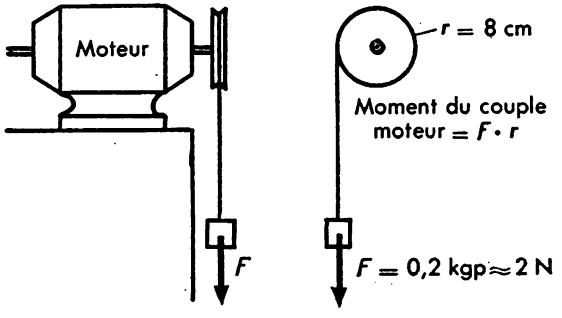


FIG. 1-3.

Lorsqu'un solide est mobile autour d'un axe fixe, il peut tourner sous l'action d'*une seule force extérieure*, dont le moment est $M = F\,d$ (d étant ici la distance entre la ligne d'action de la force et l'axe, lorsque la force F s'exerce dans un plan perpendiculaire à l'axe de rotation) (*fig. 1-3*).

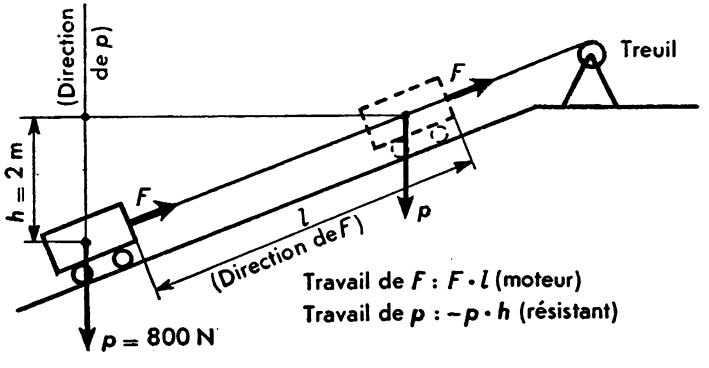


FIG. 1-4.

Lorsqu'un arbre transmet un mouvement de rotation, l'action du moteur est encore un *couple*, caractérisé par son moment M.

Travail

1° **Le travail d'une force constante** est égal au produit de la grandeur de la force par la longueur du déplacement de son point d'application (le déplacement étant mesuré selon la direction de la force).

L'unité S.I. de *travail* est le *joule* (J), et la formule de définition du travail est :

$$W = F\,l$$

J N m

EXEMPLE (*fig. 1-4*) : le point d'application de la force p s'est déplacé d'une longueur h (mesurée sur la direction verticale de p) ; le travail résistant accompli par la force de pesanteur est : $800 \times 2 = 1\,600$ newtons.

2° **Le travail d'un couple constant** est égal au produit du moment M du couple par la mesure en radians (rd) de l'angle de rotation. La formule est donc :

$$W = M\,\theta$$

J m·N rd

EXEMPLE (*fig. 1-3*) : pour 10 tours de la poulie (soit 10 fois $2\,\pi$ radians), le travail accompli par le moteur est : $2 \times 20 \times 3{,}14 \approx 125$ joules.

Puissance mécanique

Dans le cas où le travail est proportionnel au temps, on appelle *puissance* le travail accompli pendant l'unité de temps (la *seconde*).

L'unité S.I. de puissance est le joule par seconde (J/s) ou watt (W)

W $\quad P = \dfrac{W}{t}$ $\quad \dfrac{\text{J}}{\text{s}}$

EXEMPLE (*fig. 1-3*) : si les 10 tours ont été accomplis en 2 secondes, la puissance mécanique fournie par le moteur est : $125 : 2 = 62{,}5$ watts.

1° Dans la **translation**, le travail $W = F\,l$ est accompli par la *force constante* F, en un temps t. La puissance est alors :

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F\,l}{t} = F\frac{l}{t}$$

($\frac{l}{t}$ est la vitesse du déplacement, qui est uniforme si à l'action F est opposée une force résistante égale en grandeur).

On peut donc écrire :

$$\boxed{P = F\,v}$$

W N m/s

2° Dans la **rotation**, le travail $W = M\,\theta$ est accompli par le couple de *moment constant* M, en un temps t. La puissance est alors :

$$P = \frac{W}{t} = \frac{M\,\theta}{t} = M\,\frac{\theta}{t}$$

($\frac{\theta}{t}$ est la vitesse angulaire ω (rd/s), uniforme si au moment moteur est opposé un moment résistant de même valeur).

On peut donc écrire :

$$\boxed{P = M\,\omega}$$

W m·N rd/s

Rappelons que pour une vitesse de rotation n (tr/s), la vitesse angulaire est $\omega = 2\,\pi\,n$.

Unités de travail dérivées de l'unité de puissance

Une machine qui développe une puissance constante égale à *1 watt* accomplit en *1 heure* un travail $W = P\,t = 1 \times 3\,600 = 3\,600$ J $= 1$ watt-heure (Wh).

On peut calculer directement : W (Wh) $= P$ (W) $\times\ t$ (h).

Le kilowatt-heure (kWh) est un multiple couramment employé.

Energie

On dit qu'un système possède de l'énergie quand il est *capable* de fournir du travail.

L'énergie est représentée par la lettre W. Elle s'exprime, comme le travail, en *joules* (J).

1° Energie mécanique

Si on soulève une masse pesante (poids p) à une certaine hauteur h, elle *peut* fournir du travail en retombant sur un pieu (*fig. 1-5*) ; elle possède donc une *énergie mécanique potentielle* (qu'elle doit à sa position ou à son état), que la chute libre transforme en *énergie mécanique cinétique* (liée à la vitesse), laquelle se transforme en travail en fin de course (enfoncement du pieu).

On calcule l'énergie potentielle par la formule :

$$W_p = p\,h$$

J N m

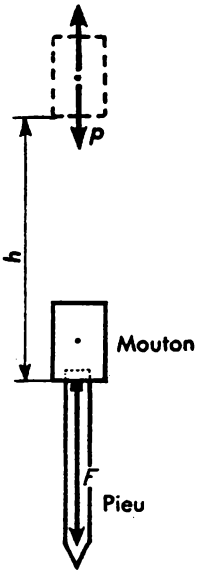


FIG. 1-5.

Remarquons que le gain d'énergie potentielle W_p est égal au travail W qu'il a fallu accomplir pour soulever à la hauteur h l'objet de poids p.

L'énergie cinétique s'exprime en fonction de la masse et de la vitesse par la formule :

$$W_c = \frac{1}{2} m v^2$$

J kg m/s

2° Energie calorifique

Une machine à vapeur, qui reçoit de la chaleur, en transforme une partie en travail. Inversement, le frottement transforme le travail en chaleur. Il existe donc une forme calorifique de l'énergie.

L'énergie calorifique s'exprime en *joules*. Cependant, par référence à l'échauffement de l'eau, on définissait les unités secondaires suivantes :

— la *calorie* (cal), quantité de chaleur qui élève de 1 °C la température de 1 gramme d'eau ;

— la kilocalorie (kcal) ou millithermie (mth), qui vaut 10^3 calories ;

— la thermie (th), qui vaut 10^6 calories.

Dans les transformations, les relations d'équivalence font correspondre 1 calorie à 4,18 joules, et, inversement, 1 joule à 0,24 calorie. La millithermie (mth), au kilocalorie (kcal), équivaut à 4 180 J.

3° Energie chimique

La chaleur reçue par la machine à vapeur provient d'une combustion (réaction chimique entre carbone et oxygène) : le système charbon-air possède donc de l'énergie en réserve, sous forme chimique.

L'énergie chimique s'exprime en *joules*, ou en *calories*.

4° Energie lumineuse

Indépendamment du rayonnement calorifique qui l'accompagne souvent, la lumière est un transport d'énergie.

5° Energie électrique

Certains appareils produisent l'énergie électrique à partir des autres formes : *mécanique* (dynamos), *chimique* (piles), *calorifique* (couples thermoélectriques), *lumineuse* (cellules photo-voltaïques).

D'autres appareils transforment l'énergie électrique en énergie *mécanique* (moteurs), *chimique* (électrolyseurs), *calorifique* (résistances), *lumineuse* (lampes).

L'énergie électrique est une forme commode de « production », de transport et de « consommation » de l'énergie.

Conservation de l'énergie et rendement pratique

Dans tout échange ou transformation, *l'énergie se conserve en quantité.*

Mais au cours de l'échange ou de la transformation, une partie seulement de l'énergie initiale est convertie dans la forme désirée. Le reste représente les *pertes.*

Pour une transformation pratique (ou pour la machine qui la réalise), on appelle *rendement* le rapport entre l'*énergie utile* (ou produite) et l'*énergie consommée* (ou reçue) pendant le même temps. Si ce temps est la *seconde*, le rendement est le *rapport des puissances* correspondantes.

EXEMPLE : un moteur fournissant une puissance mécanique de 368 watts, et consommant une puissance électrique égale à 475 watts, a un rendement de : 368 / 475 = 0,775 ou 77,5 %. Les pertes sont de : 475 — 368 = 107 watts, puissance dissipée en chaleur dans le moteur.

Applications

1-1. Evaluer dans le système S.I. le poids sur la Lune d'un homme de 80 kg. Au voisinage de la Lune, l'accélération est voisine de 2 m/s².

Solution. — La masse de cet homme est de 80 kilogrammes : cette grandeur est indépendante du lieu où il se trouve.

Sur la Lune, son poids est de :

$$80 \times 2 = 160 \text{ newtons.}$$

1-2. Un homme pesant 70 kg monte un escalier, dont les marches mesurent 20 cm de hauteur, à raison d'une marche par seconde. Quelle puissance (en watts) développe-t-il? Quel travail mécanique effectue-t-il en montant 4 étages ayant chacun une hauteur de 3 mètres?

Solution. — Dans le système S.I., le poids de cet homme est égal à :

$$70 \times 9{,}8 = 686 \text{ newtons}$$

(en valeur approchée : $70 \times 10 = 700$ N).

Le travail mécanique effectué en une seconde est égal à :

$$686 \times 0{,}2 = 137{,}2 \text{ joules}$$

(en valeur approchée : $700 \times 0{,}2 = 140$ J).

La puissance mécanique développée est donc de 137,2 watts (valeur approchée 140 W).

Le travail effectué en montant les quatre étages, soit une hauteur de 12 mètres, est :

$$686 \times 12 = 8\,232 \text{ joules}$$

(valeur approchée : $700 \times 12 = 8\,400$ J).

1-3 Un camion chargé, pesant au total 2 tonnes, est mû par deux roues arrières motrices, entraînées par un moteur électrique sur chaque roue. Partant de l'arrêt, le camion atteint en 20 secondes une vitesse de 36 km/h en terrain plat, avec une accélération supposée constante. En négligeant tous les frottements, calculer :

1° La poussée constante capable de lui communiquer cette accélération.

2° La puissance développée par chaque roue motrice à l'instant où la vitesse passe par la valeur 36 km/h.

3° Le moment du couple moteur exercé sur chaque roue motrice au même instant, le diamètre des roues étant de 0,8 m.

Solution. — 1° Dans le langage courant, *valable seulement à la surface de la Terre*, un objet qui « *pèse* » 2 tonnes a une *masse* de 2 000 kg (masse exprimée dans le système S.I.).

La vitesse passe en 20 secondes de 0 à 10 m/s (36 km/h), ce qui représente une accélération $a = \dfrac{10}{20} = 0{,}5$ m/s/s ou 0,5 m/s².

La poussée constante qui produirait cette accélération est :

$$F = M\,a = 2\,000 \times 0{,}5 = 1\,000 \text{ newtons } (1\,000 \text{ N})$$

2° A l'instant où la vitesse est de 36 km/h ou 10 m/s, la puissance motrice totale développée est :

$$P = F\,v = 1\,000 \times 10 = 10\,000 \text{ watts (10 000 W)}$$

Chaque roue motrice développe alors 5 000 W.

3° A la vitesse v, les roues font n tours par seconde. Chaque tour correspondant à un déplacement égal à $2\,\pi\,R$, on a :

$$v = 2\,\pi\,R\,n = 2\,\pi\,n \times R = \omega\,R.$$

La vitesse angulaire des roues est donc :

$$\omega = \frac{v}{R} = 10 : 0{,}4 = 25 \text{ radians par seconde.}$$

Le moment du couple moteur exercé sur chaque roue est donc :

$$M = \frac{P}{\omega} = 5\,000 : 25 = 200 \text{ mètres-newtons (200 m·N).}$$

1-4. Un automobiliste, abordant à 72 km/h une route droite en descente régulière, de pente 8 %, observe que, sa boîte de vitesses étant au point mort (moteur séparé du mécanisme d'entraînement), sa vitesse se maintient constante. Sa voiture pèse 600 kg. Suivez son raisonnement, et calculez avec lui :

1° Le temps mis par la voiture pour parcourir 100 m de route ;

2° La hauteur verticale dont le centre de gravité s'est abaissé pendant ce temps ;

3° La force de pesanteur qui s'exerce sur sa voiture (en newtons) ;

4° Le travail moteur correspondant (effectué par la force de pesanteur au cours de 100 m de descente) ;

5° La force F, constante puisque sa vitesse est constante, dirigée suivant sa trajectoire réelle et de sens contraire à son mouvement, à laquelle on peut réduire l'ensemble des frottemenes à la vitesse de 72 km/h ;

6° La puissance que doit développer le moteur pour maintenir en terrain plat une vitesse de 72 km/h (la force F est la même qu'au 5°) ;

7° Le moment du couple sur l'arbre du moteur, qui tourne à 3 600 tr/mn à cette vitesse.

Réponses : 1° 5 s ; 2° 8 m ; 3° environ 6 000 N ; 4° 48 000 J ; 5° 480 N ; 6° 9 600 W ; 7° 25 m·N.

1-5. Un train de 400 tonnes roule en palier à 54 km/h. Quelle est son énergie cinétique? (en Joules, en kWh). Pendant le freinage jusqu'à l'arrêt, cette énergie se transforme intégralement en chaleur. Evaluer la quantité de chaleur correspondante.

Réponses : 45×10^6 J ou 12,5 kWh ; 10 700 kcal.

1-6. Une pince en bois serre à frottement dur un cylindre de cuivre C, fixé sur un bâti. Pour faire tourner la pince autour de C, on exerce sur une poignée M, fixée sur la pince à 20 cm du centre O du cylindre C, une force de 2 kgp, constante en grandeur, et toujours perpendiculaire au rayon OM.

Quel est le travail mécanique effectué en 20 tours de la poignée M?

Quelle est la quantité de chaleur apparue au cours de l'opération?

Réponses : 500 J ; 120 cal.

1-7. Un moteur de pont roulant est capable d'élever en 20 secondes un poids de 5 tonnes à 6,3 m de hauteur. Quelle est en kilowatts la puissance de ce moteur si le rendement des divers organes mécaniques du treuil de levage est 70 %?

Réponse : 22,5 kW.

1-8. Quel est le rendement en énergie d'une machine à vapeur qui consomme 1,2 kg de charbon par kilowatt-heure produit. Le pouvoir calorifique de ce charbon est de 8 000 kcal par kilogramme.

Réponse : 0,09 ou 9 %.

1-9. Une chute d'eau fournit 75 m^3 par minute à une turbine, dont le rendement est de 80 %. La hauteur de chute est de 24 mètres. Quelle est la puissance mécanique développée par la turbine?

Réponse : 240 kW.

1-10. Sachant qu'il faut 80 millithermies pour transformer 1 kilogramme de glace en eau à 0 °C et 537 millithermies pour vaporiser 1 kilogramme d'eau à 100 °C, quelle énergie (en kWh) faut-il pour transformer 10 kg de glace prise à 0 °C en vapeur à 100 °C?

Réponse : 8,34 kWh.

1-11. Pour élever de 15 °C à 90 °C la température de 100 litres d'eau, un chauffe-eau a consommé 9,666 kWh. Quel a été le rendement de cette opération?

Réponse : 0,90.

1-12. Un homme robuste pourrait en actionnant une manivelle produire une puissance de 50 W. S'il travaillait 40 heures par semaine et 48 semaines par an, quelle énergie produirait-il annuellement?

Combien d'hommes producteurs d'énergie devraient être mis à la disposition de chaque Français si l'énergie électrique consommée annuellement (environ 2 400 kWh par habitant) devait être produite par voie musculaire?

Réponses : 96 kWh ; 25 hommes (on dit que l'électricité représente 25 « esclaves mécaniques » par Français).

CHAPITRE 2

COURANT ÉLECTRIQUE INTENSITÉ - QUANTITÉ D'ÉLECTRICITÉ

Une installation électrique (*fig. 2-1*) comprend deux sortes d'appareils

1° Les *générateurs* (piles, dynamos) produisant l'énergie électrique ;

2° Les *récepteurs* (lampes, moteurs) utilisant cette énergie.

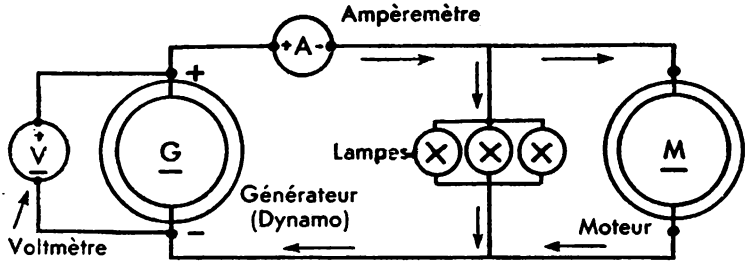


FIG. 2-1.

L'énergie électrique est transmise des générateurs aux récepteurs par des fils ou câbles métalliques appelés *conducteurs*.

Sens du courant continu

Pour certains récepteurs (cuve à électrolyse par exemple), les effets du courant sont inversés quand on inverse les fils au départ du générateur. On a donc été amené à repérer les bornes des *générateurs de courant continu* (borne positive ou + ; borne négative ou —) et à convenir d'un *sens du*

courant dans le circuit : le *sens conventionnel* choisi est celui qui va *du* + *au* — *à l'extérieur du générateur* (*fig. 2-2*).

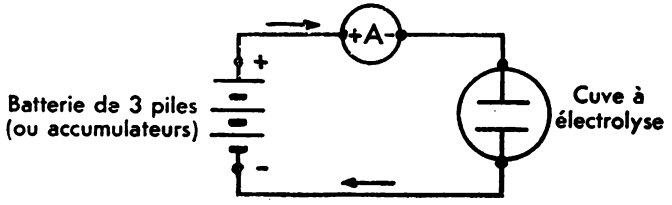


FIG. 2-2.

Intensité d'un courant

Le décret du 3 mai 1961 rend légale en France la définition internationale de l'*unité d'intensité* : l'*ampère* (A).

L'ampère est l'intensité d'un courant continu qui, maintenu dans deux conducteurs rectilignes, parallèles, de longueur infinie, de section (circulaire) négligeable, et placés à *un mètre* l'un de l'autre dans le vide, produit entre ces conducteurs une force égale à 2×10^{-7} newton par mètre de longueur (*fig. 2-3*).

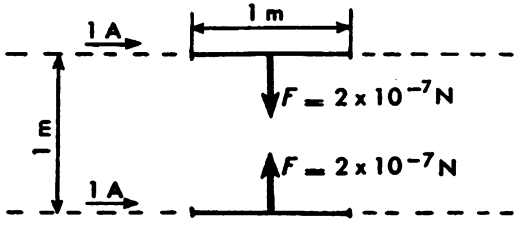


FIG. 2-3.

Les appareils de mesure de l'intensité des courants sont les *ampèremètres*. Noter qu'un ampèremètre est monté *en série* dans le circuit (*fig. 2-1* et *2-2*).

Loi des courants dérivés

Lorsque entre deux points d'un circuit un courant se partage entre plusieurs dérivations (*fig. 2-4*), *l'intensité du courant principal est égale à la somme des intensités des courants dérivés.*

Quantité d'électricité

Par définition, un courant de *1 ampère* transporte en *1 seconde* une quantité d'électricité égale à *1 coulomb* (C).

La quantité d'électricité Q, le courant I, et le temps t sont liées par la relation :

$$\boxed{Q = I\,t}$$

C A s

Dans la pratique industrielle, les électriciens utilisent une unité correspondant à une quantité beaucoup plus grande que le coulomb, appelée *ampère-heure* (Ah) : c'est la *quantité d'électricité transportée en 1 heure par un courant de 1 ampère.*

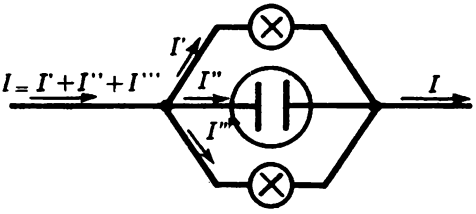


FIG. 2-4.

La formule ci-dessus montre que cette quantité est égale à :

$$1 \times 3\,600 = 3\,600 \text{ coulombs.}$$

On peut calculer une quantité d'électricité en ampère-heure par la formule :

$$\boxed{Q = I\,t}$$

Ah A h

Applications

2-1. Une lampe à arc est alimentée par un courant de 8 A (*fig. 2-5*). Quelle est la quantité d'électricité qui traverse le circuit par soirée d'éclairage de six heures?

Solution. — Exprimée en coulombs, cette quantité est :

$$Q = I\,t = 8 \times 3\,600 \times 6 = 172\,800 \text{ coulombs.}$$

C A s

Exprimée en ampère-heure, cette quantité est :

$$Q = I\,t = 8 \times 6 = 48 \text{ ampère-heure.}$$

Ah A h

2-2. Sachant que la capacité utilisable d'un élément d'accumulateur est de 90 ampère-heure pour une décharge en 5 heures, trouver :

1° L'intensité du courant de décharge ;

2° La quantité d'électricité absorbée pendant la charge si le rendement en quantité est de 80 % ;

3° L'intensité du courant de charge si la durée de la charge est de 9 heures (*fig. 2-6*).

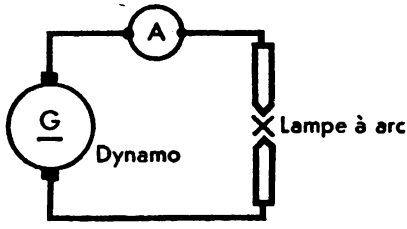


FIG. 2-5.

Solution. — 1° De la formule $Q = I\,t$ on tire :

$$I\,(\text{A}) = \frac{Q\,(\text{Ah})}{t\,(\text{h})}.$$

D'où : $I = 90 : 5 = 18$ ampères.

2° Le rendement en quantité est le rapport entre la quantité d'électricité Q_d fournie pendant la décharge et la quantité Q_c reçue pendant la charge.

$$\rho = \frac{Q_d}{Q_c}$$

d'où :

$$Q_c = \frac{Q_d}{\rho} = \frac{90}{0{,}8} = 112{,}5 \text{ Ah}.$$

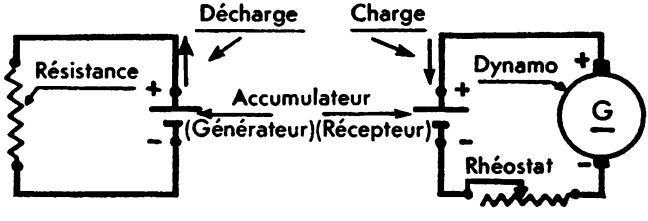


FIG. 2-6.

3° L'intensité du courant de charge est :

$$I\,(\text{A}) = \frac{Q_c\,(\text{Ah})}{t\,(\text{h})} = \frac{112{,}5}{9} = 12{,}5 \text{ A}.$$

2-3. Dans le montage de la figure *2-1* chaque lampe est traversée par un courant de 1,5 A. L'ampèremètre monté dans le circuit principal indique un courant de 13 A. Calculer l'intensité du courant dans les fils d'alimentation des 3 lampes et dans le moteur.

Réponses : 4,5 A ; 8,5 A.

2-4. Evaluer en ampère-heure et en coulombs la capacité d'une pile Lalande et Chaperon, dont le débit normal est de 1,5 ampère et la durée de fonctionnement de 50 heures (*fig. 2-7*).

Réponses : 75 Ah ; 270 000 C.

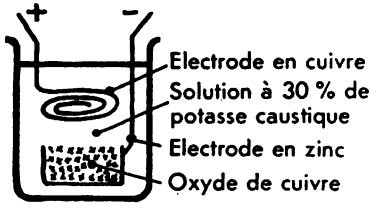


FIG. 2-7.

2-5. Pour éviter un échauffement excessif des conducteurs, on définit les limites à ne pas dépasser pour le quotient I/S **(intensité divisée par section), appelé densité de courant. L'unité S.I. est l'ampère par mètre carré. Les électriciens expriment cette grandeur en ampères par millimètre carré. On utilise le tableau suivant :**

Section des conducteurs (mm^2)	0 à 5	5 à 15	15 à 50	50 à 100	100 à 200
Densité de courant admissible (A/mm^2)	5	4	3	2	1,5

1° Déterminer le courant maximal admissible dans un fil cylindrique de 2 mm de diamètre ; dans une barre de 20 mm × 2 mm.

2° Déterminer le diamètre minimum pour un conducteur cylindrique devant transporter un courant de 2 A ; un courant de 180 A.

Réponses : 1° 15,7 A ; 120 A.
2° 0,71 mm ; 10,6 mm.

2-6. Une pile Leclanché ordinaire peut débiter un courant de 500 mA pendant 3 heures.

1 - Evaluer sa capacité.

2 - Combien de temps peut elle faire fonctionner un petit récepteur à transistors sachant que le courant qui le traverse est 30 mA et que, dans ce cas de fonctionnement (faible débit intermittent) sa capacité est deux fois plus élevée.

CHAPITRE 3

ÉNERGIE ÉLECTRIQUE - PUISSANCE DIFFÉRENCE DE POTENTIEL

L'énergie électrique et ses transformations

Dans un circuit électrique quelconque (*fig. 3-1*) :

1° Les *récepteurs* consomment de l'énergie électrique et la transforment en chaleur, ou en énergie mécanique, ou en énergie chimique.

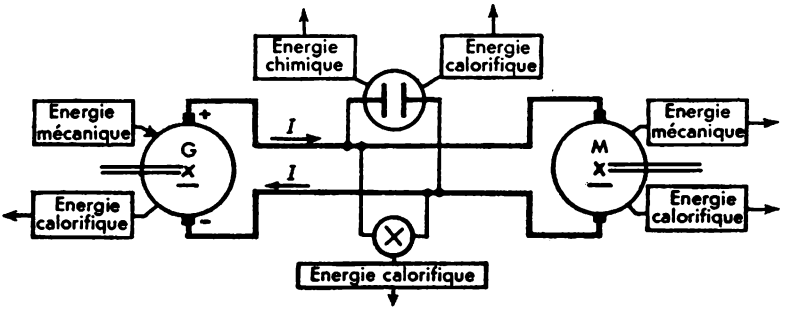


FIG. 3-1.

a) dans certains récepteurs (lampes à filaments, fers à repasser, réchauds et fours électriques), l'énergie électrique se transforme *intégralement en chaleur* (énergie calorifique) ;

b) dans les récepteurs utilisés pour produire de l'*énergie chimique* (électrolyseurs) ou de l'*énergie mécanique* (moteurs), il y a toujours en même temps production d'*énergie calorifique*, perdue pour l'utilisateur : ce dégagement de chaleur est dû au passage du courant électrique dans les conducteurs qui constituent le récepteur ; dans les machines tournantes, il y a en

outre des pertes par frottements, qui apparaissent en définitive sous forme de chaleur.

Dans le cas des récepteurs du *b*), le principe de la *conservation de l'énergie* conduit à écrire :

Energie utile = Energie électrique totale consommée — Pertes en chaleur

$$\text{Rendement du récepteur} = \frac{\text{Energie utile produite}}{\text{Energie électrique consommée}} \text{ dans le même temps.}$$

2° Les *générateurs* transforment une *énergie* qu'ils reçoivent sous forme *non électrique* (chimique ou mécanique par ex.) en *énergie électrique*. Mais une partie de l'énergie électrique produite est transformée en *chaleur* par le passage du courant dans les parties conductrices du générateur ; dans les machines tournantes, il y a également des pertes en chaleur par frottements.

Le principe de la *conservation de l'énergie* conduit à écrire :

Energie électrique utile = Energie non électrique consommée — Pertes en chaleur

$$\text{Rendement global du générateur} = \frac{\text{Energie électrique utile produite}}{\text{Energie non électrique consommée}}$$

dans le même temps.

Différence de potentiel entre deux points d'un circuit

Si le passage d'une quantité d'électricité Q coulombs entre deux points d'un circuit électrique est accompagné de l'échange d'une énergie W joules avec le milieu extérieur au circuit, il existe entre ces deux points une différence de potentiel U volts, et on a les formules fondamentales suivantes :

$$\boxed{W = U\,Q} \qquad \begin{matrix} \text{J} \\ \text{V C} \end{matrix} \qquad \text{V} \quad \boxed{U = \frac{W}{Q}} \quad \begin{matrix} \text{J} \\ \text{C} \end{matrix}$$

Si lors du passage de 1 coulomb il y a échange de 1 joule avec le milieu extérieur, la D.D.P. est de 1 volt (symbole V).

Exemple (*fig. 3-2*) : le passage de la quantité d'électricité $Q = 10$ C à travers le circuit s'accompagne :

— entre A et B, de la consommation d'une énergie électrique $W = 50$ joules : il y a entre A et B une *chute de potentiel* de $50 : 10 = 5$ volts ;

— entre B et C, de la consommation d'une énergie électrique $W' = 120$ joules : il y a entre B et C une *chute de potentiel* de $120 : 10 = 12$ volts ;

— entre C et A, le générateur, qui fournit au circuit extérieur $A\,B\,C$ une énergie électrique totale de 170 joules, maintient entre ses bornes une *différence de potentiel* de $170 : 10 = 17$ volts.

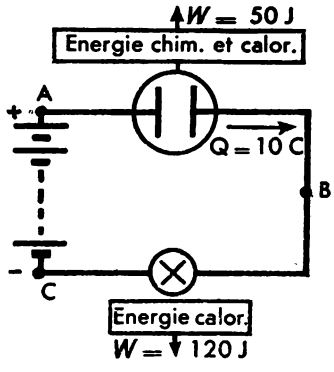


FIG. 3-2.

La D.D.P. entre deux points est encore appelée la *tension* existant entre ces points.

Expressions de l'énergie et de la puissance électriques

En tenant compte des formules connues : $Q = I\,t$ et $P = W/t$, on écrit :

— pour l'énergie électrique (consommée ou fournie) :

$$W = U\,Q = U\,I\,t$$

J V C V A s

— pour la puissance électrique (consommée ou fournie) :

$$P = U\,I$$

W V A

Mesure des différences de potentiel. Détermination de la puissance électrique et de l'énergie électrique (consommées ou fournies)

Pour mesurer la D.D.P. entre deux points d'un circuit, on monte un *voltmètre en dérivation* entre ces deux points. Pour que la mesure ne perturbe pas la distribution des courants, il faut que l'intensité du courant

dans le voltmètre soit négligeable devant l'intensité du courant dans le circuit.

Connaissant la tension U aux bornes d'un récepteur *quelconque*, et l'intensité I du courant qui le traverse, on peut calculer la puissance électrique qu'il consomme, et l'énergie électrique consommée en un temps t.

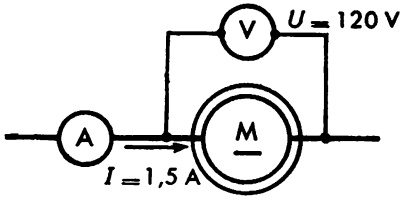


FIG. 3-3.

EXEMPLE (*fig. 3-3*) : $U = 120$ volts ;

$I = 1{,}5$ ampère ;

$P = 120 \times 1{,}5 = 180$ watts ;

pour 5 heures de fonctionnement :

$$W = 180 \times 5 = 900 \text{ watt heure.}$$

Applications

3-1. Un moteur électrique à courant continu alimenté sous 120 volts est traversé par un courant de 11 ampères lorsqu'il fournit une puissance utile de 1 100 W. Quel est son rendement global?

Solution. — Le moteur consomme une puissance électrique :

$$P = U I = 120 \times 11 = 1\,320 \text{ W.}$$

Son rendement global (ou industriel) est :

$$\frac{P_u}{P} = \frac{1\,100}{1\,320} \approx 0{,}83.$$

3-2. Une génératrice maintient aux bornes d'un circuit d'éclairage (*fig. 3-4*) une différence de potentiel de 110 volts, et fournit un courant de 15 ampères. On demande :

1° La puissance électrique consommée par le circuit d'éclairage ;

2° La quantité d'électricité circulant dans le circuit en 6 heures de fonctionnement ;

3° L'énergie électrique consommée par lés lampes dans le même temps.

Solution. — 1° La formule $P = U\,I$ donne immédiatement la puissance électrique consommée par les lampes :

$$P = 110 \times 15 = 1\,650 \text{ watts ou } 1{,}65 \text{ kW}.$$

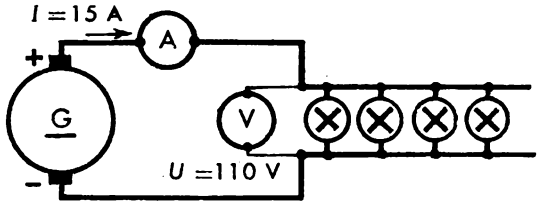


FIG. 3-4.

2° En 6 heures, il passe dans le circuit une quantité d'électricité :

$$\underset{\text{C}}{Q} = \underset{\text{A s}}{I\,t} = 15 \times 6 \times 3\,600 = 324\,000 \text{ coulombs}$$

ou :

$$\underset{\text{A h}}{Q} = \underset{\text{A h}}{I\,t} = 15 \times 6 = 90 \text{ ampère-heure.}$$

3° L'énergie W est liée à la tension U, au courant I, et au temps t, par $W = U\,I\,t$.

$$\underset{\text{J}}{W} = \underset{\text{V A s}}{U\,I\,t} = 110 \times 15 \times 6 \times 3\,600 = 35\,640\,000 \text{ joules.}$$

On sait qu'elle est exprimée aussi par :

$$\underset{\text{Wh}}{W} = \underset{\text{V Ah}}{U\,Q} = 110 \times 90 = 9\,900 \text{ Wh ou } 9{,}9 \text{ kWh.}$$

et encore par :

$$\underset{\text{Wh}}{W} = \underset{\text{W h}}{P\,t} = 1\,650 \times 6 = 9\,900 \text{ Wh ou } 9{,}9 \text{ kWh}$$

3-3. Un moteur à courant continu (*fig. 3-5*) fonctionnant sous 125 volts fournit sur sa poulie une puissance utile de 1 472 watts. Sachant que le rendement de ce moteur est de 0,82 (ou 82 %), on demande :

1° La puissance électrique consommée par le moteur ;

2° L'intensité du courant qui le traverse ;

3° L'énergie électrique consommée en 10 heures de fonctionnement à la puissance utile indiquée, et la répartition de cette énergie en énergie utile (mécanique) et énergie perdue (en chaleur).

Solution. — 1° On a la relation :

$$\text{rendement} = \frac{\text{puissance utile}}{\text{puissance consommée}}.$$

On tire de cette formule :

$$\text{puissance consommée} = \frac{\text{puissance utile}}{\text{rendement}}.$$

D'où : $P = 1\,472 : 0{,}82 \approx 1\,800$ W.

2° De la formule $P = U I$, on tire $I = \frac{P}{U}$
(W, V, A)

L'intensité du courant est donc :

$$I = \frac{1\,800}{125} = 14{,}4 \text{ A}.$$

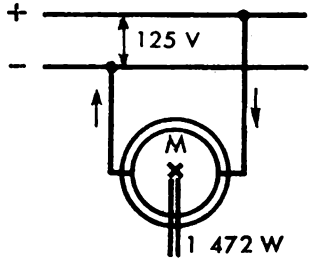


Fig. 3-5.

3° La formule $W = P t$ donne l'énergie
(Wh, W, h)
électrique consommée en 10 heures

$W = 1\,800 \times 10 = 18\,000$ Wh ou 18 kWh.

L'énergie utile (mécanique) fournie par le moteur pendant le même temps est :

$W_u = 1\,472 \times 10 = 14\,720$ Wh ou 14,7 kWh

L'énergie perdue en chaleur est :

$W_p = 18 - 14{,}72 = 3{,}28$ kWh.

Une vérification est donnée en calculant le rendement en énergie :

$$14{,}72 : 18 = 0{,}82.$$

3-4. Un pont roulant, mû par un moteur électrique, élève en 20 secondes une charge de 5 tonnes à 6,3 mètres de hauteur. On admet pour le moteur un rendement de 80 % et pour les organes mécaniques du pont un rendement de 70 %.

1° Déterminer l'énergie mécanique utile (fournie pour soulever la charge), l'énergie mécanique fournie par le moteur aux organes mécaniques du pont, et l'énergie électrique consommée par le moteur ;

2° Quelle serait l'intensité traversant le moteur (en admettant que la puissance fournie reste constante pendant toute l'opération), s'il était prévu pour fonctionner sous 150 volts ?

Solution. — 1° Au cours de l'opération, pour soulever la charge, il faut une énergie mécanique $W = p h$.

Dans le système S.I., $p = 5\,000 \times 9{,}8 \approx 5\,000 \times 10 = 50\,000$ newtons et l'énergie pour élever la charge est : $50\,000 \times 6{,}3 = 315\,000$ joules.

Le rendement du treuil étant de 70 %, le moteur doit fournir une énergie mécanique égale à : $315\,000 : 0{,}7 = 450\,000$ J.

Le rendement du moteur étant de 80 %, il consomme pendant l'opération une énergie électrique égale à $450\,000 : 0{,}8 = 562\,500$ J.

2° La puissance électrique consommée reste constante pendant toute l'opération. Elle est donnée par :

$$P = \frac{W}{t} = \frac{562\,500}{20} = 28\,125 \text{ watts}.$$

Sous 150 volts, l'intensité du courant débité serait :

$$I = \frac{P}{U} = \frac{28\,125}{150} = 187{,}5 \text{ ampères.}$$

(Cette intensité est considérable : on préférera utiliser un moteur prévu pour 450 volts par exemple, et appelant alors 62,5 ampères).

3-5. Le culot d'une lampe d'éclairage porte les indications : 120 V - 75 W. Quelle est l'intensité du courant traversant cette lampe alimentée sous la tension nominale (indiquée).

Réponse : 0,625 A.

3-6. Une installation à 200 V comporte un compteur de 5 A. On met en service un réchaud de 500 W. Combien de lampes de 60 W peut-on allumer en même temps que le réchaud?

Réponse : 8 lampes.

3-7. Une pile pour lampe de poche alimente sous une tension (ou D.D.P.) de 4 volts une petite lampe qui consomme 300 mA. La pile est considérée comme usée au bout de 5 heures de service. Sachant que la pile coûte autant que 5 kWh fournis par le secteur, comparez le prix du kWh fourni par la pile au prix du kWh fourni par le secteur.

Réponse : le kWh dû à la pile coûte environ 800 fois plus que le kWh du secteur.

3-8. Dans une installation où la tension est 220 volts, on constate que, lorsque la plaque chauffante du four électrique est seule en fonctionnement, le compteur enregistre la consommation de 100 Wh en 6 minutes. Calculer la puissance électrique consommée par le four et l'intensité du courant qui le traverse.

Réponses : 1 kW et 4,55 A.

3-9. Une batterie d'accumulateurs est chargée en 12 heures sous 6,6 volts par un courant de 5 ampères, puis déchargée en 9 heures en lui faisant fournir un courant de 6 ampères sous une tension de 6 volts. Calculer l'énergie électrique consommée au cours de la charge, et l'énergie restituée au cours de la décharge. Quel est le rendement en énergie de cette opération?

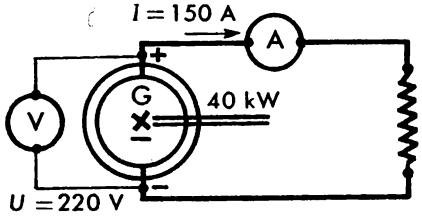


FIG. 3-6.

Réponses : 396 Wh ; 324 Wh ; 0,82.

3-10. Sur le tableau d'un circuit d'éclairage on lit à l'ampèremètre 250 ampères et au voltmètre 125 volts. Quelle est la puissance fournie par la dynamo au réseau (en kilowatts). Trouver ensuite la puissance mécanique absorbée par la dynamo dont le rendement est 90 %.

Réponses : 31,3 kW ; 34,7 kW.

3-11. Une dynamo-génératrice fournit un courant de 150 ampères sous 220 volts (*fig. 3-6*). Quelle est la puissance fournie par ce générateur, et son rendement sachant que la puissance mécanique développée sur la poulie est de 40 kW.

Réponses : 33 kW et 82,5 %.

3-12. Un moteur dont le rendement est 90 % a fourni 18 kW à pleine charge pendant huit heures. Trouver :

1° Le prix de l'énergie absorbée à raison de 0,12 F le kilowatt-heure ;

2° L'énergie perdue exprimée : a) en kilowatt heure ; b) en thermies, si l'on admet que la totalité de l'énergie perdue a été transformée en chaleur.

Réponses : 1° 19,20 F ; 2° *a*) 16 kWh ; *b*) 13,8 th.

3-13. A quelle vitesse le moteur électrique de puissance utile 11 800 W d'une grue pourra-t-il soulever une charge de 6 tonnes sachant que le rendement des organes mécaniques du treuil est 66 %?

Dans ces conditions, le moteur consomme 25 A sous 600 V. Quel est son rendement ?

Réponses : 0,13 m/s et 79 %.

3-.14 Un moteur de pont roulant travaillant à pleine charge soulève une masse de 15 tonnes à 3 mètres de hauteur en 100 secondes. On demande d'évaluer :

1° La puissance du moteur si le rendement des organes mécaniques du treuil de levage est 72 % (Puissance en kW) ;

2° La puissance électrique consommée si le rendement du moteur est 90 % ;

3° L'intensité du courant d'alimentation sachant que ce moteur fonctionne sous 220 V.

Réponses : 1° 6,25 kW ; 2° 6,9 kW ; 3° 31 A.

3-15. Une pompe élévatoire est capable d'élever 250 litres d'eau à 12 mètres de hauteur en 10 minutes. Calculer la puissance de la pompe en (watts) .Si le moteur actionnant la pompe est un moteur électrique, on demande la puissance consommée par ce dernier (en kilowatts), sachant que le rendement de l'installation n'est que de 16 %, et l'intensité du courant si $U = 200$ volts.

Réponses : 50 W ; 0,31 kW ; 1,55 A.

3-16. Une chute d'eau de 15 m de hauteur entraîne une turbine solidaire d'une dynamo qui alimente 40 lampes de 75 W. Le rendement de l'ensemble turbine-dynamo est 25 % ;

1° Quelle est la puissance (en kW) fournie par la chute à la turbine?

2° Quel est le débit de la chute en tonnes par heure?

3° Si la turbine entraînait un treuil, combien de temps ce treuil devrait-il tourner pour élever d'une hauteur de 10 m une charge de 300 kg, sachant que l'ensemble turbine-treuil a un rendement de 0,25?

4° Quel serait le coût de 3 heures de fonctionnement des lampes si elles étaient alimentées par une centrale vendant 0,17 F le kWh à ses abonnés?

Réponses : 1° 12 kW ; 2° 288 t/h ; 3° 10 s ; 4° 1,53 F.

CHAPITRE 4

PREMIÈRE LOI D'OHM
RÉSISTANCE - LOI DE JOULE

Nous étudions dans ce chapitre les récepteurs dans lesquels l'*énergie électrique* se transforme *uniquement*, donc *intégralement*, en *énergie calorifique*. Ces récepteurs sont appelés *résistances mortes*, ou *résistances pures*, ou simplement *résistances*.

Première loi d'Ohm

Si, entre deux points A et B d'un circuit (fig. 4-1), le passage du courant électrique s'accompagne uniquement d'un dégagement de chaleur, la différence de potentiel entre A et B est proportionnelle à l'intensité du courant. Le facteur de proportionnalité est appelé *résistance* de la portion de circuit $A\,B$.

On écrit :

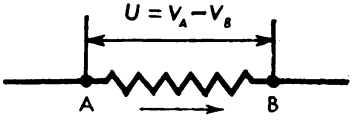


FIG. 4-1.

$$V_A - V_B = R\,I$$

ou :

$$U_{AB} = R\,I$$

ou simplement :

$$U = R\,I$$

REMARQUE. — La formule $V_A - V_B = R\,I$, où V_A et V_B sont respectivement les *potentiels* des points A et B, exprime la *baisse* ou *chute de potentiel* subie dans le parcours du circuit de A vers B, effectué *dans le sens conventionnel* du courant.

Si le parcours est effectué de B vers A, en sens inverse du courant conventionnel, on écrit : $V_B - V_A = -RI$ (la chute de potentiel est négative : c'est un gain de potentiel).

Une telle formule, qui tient compte du *sens positif* choisi pour le courant pour déterminer le *signe* de la chute de potentiel, est dite *algébrique.*

La résistance R, coefficient de proportionnalité, est une grandeur essentiellement *positive.*

La formule $U = RI$, dans laquelle U est la tension aux bornes du récepteur (mesurée à l'aide d'un voltmètre), et I l'intensité du courant qui le traverse (mesurée à l'aide d'un ampèremètre) est une formule *arithmétique.*

Cependant, en observant la figure *4-2*, on voit que la distinction des bornes + et — du générateur fixe le sens conventionnel du courant : il y a donc *baisse du potentiel* dans le parcours de A vers B.

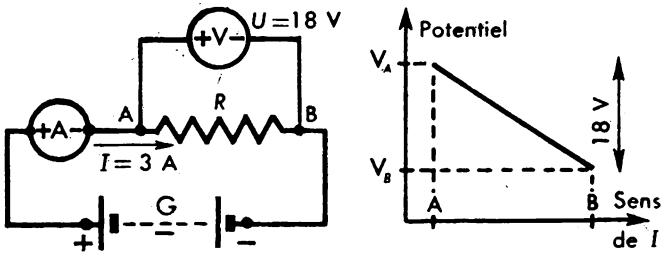


FIG. 4-2.

Il convient de noter le montage de l'ampèremètre qui, s'il est *polarisé* (sa déviation change de sens avec le sens du courant), doit être « parcouru » par le courant de sa borne marquée + à sa borne marquée —.

De même, si le voltmètre est polarisé, son montage correct exige que sa borne marquée + soit reliée au point A, de *potentiel plus élevé* que celui de B, relié à la borne du voltmètre marquée —.

Résistance

La première loi d'Ohm est la formule de définition de la *résistance d'une fraction de circuit,* lorsque cette fraction est *uniquement résistante.*

La D.D.P. U étant en volts, et l'intensité I en ampères, la résistance R s'exprime en *ohms* (le symbole de l'ohm est la majuscule grecque oméga : Ω).

On utilise les trois écritures de la formule :

Ω $\boxed{R = \frac{U}{I}}$ V / A

$\boxed{U = RI}$ V Ω A

A $\boxed{I = \frac{U}{R}}$ V / Ω

L'*ohm* est la résistance d'un conducteur uniquement résistant qui présente entre ses extrémités une D.D.P. de *1 volt* lorsqu'il est traversé par un courant de *1 ampère.*

Le montage de la figure *4-2* est couramment utilisé pour la mesure des résistances (méthode expérimentale dite *de l'ampèremètre et du voltmètre*).

EXEMPLE : Si une mesure donne $U = 18$ V pour $I = 3$ A, on calcule $R = 18 : 3 = 6\ \Omega$.

Loi de Joule

Pour un courant d'intensité I dans la résistance R, la différence de potentiel entre A et B est $U = R\,I$.
V Ω A

D'autre part, on sait que l'énergie électrique consommée par le récepteur R, en un temps t, est $W = U\,I\,t$.
J V A s

En remplaçant U par $R\,I$ il vient :

$$W = R\,I^2\,t$$
J Ω A s

Cette formule exprime l'énergie électrique W transformée en chaleur en un temps t par le courant I traversant la résistance R.

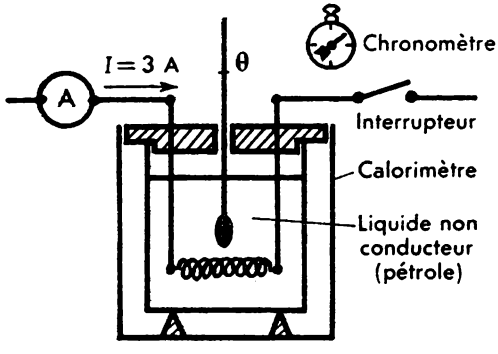


FIG. 4-3.

En raison de la relation d'équivalence (1 kcal ⟷ 4180 J), la quantité de chaleur apparue dans la résistance dans le même temps est :

kcal $$Q = \frac{R\,I^2\,t}{4180}$$

Il peut être commode d'utiliser :

$$\frac{1}{4180} \simeq 2{,}4 \times 10^{-4}$$

— Dans l'exemple de la figure *4-2*, où $R = 6\ \Omega$, $I = 3\ A$, la quantité de chaleur dégagée en 10 mn soit 600 s est :

$$Q = \frac{1}{4180} RI^2T = 2{,}4 \times 10^{-4} \times 6 \times 3^2 \times 600$$
$$= 2{,}4 \times 36 \times 9 \times 10^{-2} = 2{,}4 \times 324 \times 10^{-2} = 7{,}77 \text{ kcal}$$

REMARQUE. On sait qu'une quantité de chaleur Q peut échauffer de θ_e à θ_f, la température d'une masse m de corps dechaleur massique c ($c = 1$ pour l'eau). Ces grandeurs sont liées par la relation :

$$Q = (\theta_f - \theta_i) \times m \times c$$
kcal °C kg kcal/kg °C

Le produit mc est souvent posé égal à μ ; il représente la "valeur en eau" du corps échauffé.

Puissance électrique transformée en chaleur dans une résistance

La formule $W = R\,I^2\,t$ donne, dans le cas où $t = 1$ s, la puissance électrique transformée en chaleur dans la résistance R parcourue par un courant I :

$$\boxed{P = R\,I^2.}$$
W Ω A

En tenant compte de la loi d'Ohm pour une résistance pure ($U = R\,I$) on peut écrire :

$$I = \frac{U}{R},$$

d'où :

$$I^2 = \frac{U^2}{R^2} \text{ et } P = R \times \frac{U^2}{R^2},$$

ou

$$\text{W} \quad \boxed{P = \frac{U^2}{R}} \quad \begin{matrix}\text{V} \\ \Omega\end{matrix}$$

Cette dernière formule n'est applicable que *si le récepteur est uniquemen résistant* : elle s'applique donc à une lampe à incandescence, à un fer électrique, mais non à un moteur qui tourne.

Applications

4-1. Le fil d'un rhéostat a une résistance de 240 Ω supposée constante, et l'intensité admissible est de 2 A.

1° Quelle doit être la D.D.P. appliquée aux bornes du fil pour que l'intensité du courant atteigne 2 A?

2° Quelle est alors la puissance électrique consommée ?

3° Calculer l'énergie électrique consommée en 2 heures, et la quantité de chaleur apparue pendant le même temps.

Solution. — 1° Le récepteur étant uniquement résistant, on peut appliquer la première loi d'Ohm :

$$\underset{\text{V}}{U} = \underset{\Omega}{R}\,\underset{\text{A}}{I} = 240 \times 2 = 480 \text{ V}.$$

2° Pour calculer la puissance électrique consommée, on dispose de trois formules :

$$\underset{\text{W}}{P} = \underset{\text{V}}{U}\,\underset{\text{A}}{I} = 480 \times 2 = 960 \text{ W}$$

$$\underset{\text{W}}{P} = \underset{\Omega}{R}\,\underset{\text{A}}{I^2} = 240 \times 4 = 960 \text{ W}$$

$$P = \frac{U^2}{R} = \frac{480 \times 480}{240} = 960 \text{ W}.$$

3° L'énergie électrique consommée en deux heures est

— en watt-heure :

$$\underset{\text{Wh}}{W} = \underset{\text{W h}}{P\,t} = 960 \times 2 = 1\,920 \text{ Wh};$$

— en joules :

$$\underset{\text{J}}{W} = \underset{\text{V A s}}{U\,I\,t} = \underset{\text{W s}}{P\,t} = 960 \times 7\,200 = 6\,912\,000 \text{ J},$$

ou encore :

$$\underset{\text{J}}{W} = \underset{\Omega\,\text{A}^2\,\text{s}}{R\,I^2\,t} = 240 \times 4 \times 7\,200 = 6\,912\,000 \text{ J}$$

La quantité de chaleur apparue pendant le même temps est :

$$Q = \frac{R\,I^2\,t}{4180} \simeq Q \approx 1\,658 \text{ kcal}.$$

4-2. Une résistance, alimentée sous 120 volts et plongée dans un litre d'eau à 15 °C, est parcourue par un courant de 0,4 ampère. Calculer la quantité de chaleur dégagée après une demi-heure, et la température finale du liquide.

Solution. — La loi d'Ohm donne pour valeur de la résistance (*fig. 4-4*) :

$$R = \frac{U}{I} = \frac{120}{0{,}4} = 300 \text{ ohms}.$$

$$Q = R \times I^2 \times t \times 2{,}4 \times 10^{-4} = 300 \times (0{,}4)^2 \times 1\,800 \times 2{,}4 \times 10^{-4} = 20{,}736 \text{ kcal.}$$

La température du litre d'eau a donc été élevée de 20,7 deg (1) environ, ce qui donne pour température finale :

$$15 + 20{,}7 = 35{,}7\ ^\circ\text{C}.$$

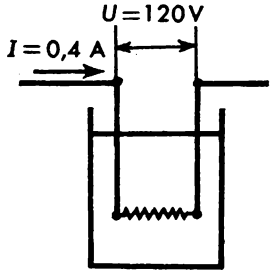


FIG. 4-4.

4-3. Le rendement calorifique d'un appareil de chauffage électrique étant 70 % et le prix du kilowattheure 0,17 F, on demande :

1° A quel prix revient l'ébullition de 10 litres d'eau prise à 16 °C ;

2° Si l'intensité du courant est 5 ampères, quelle est la différence de potentiel aux bornes de l'appareil et la résistance de celui-ci, en admettant que la température d'ébullition est atteinte en cinquante minutes.

Solution. — 1° Quantité de chaleur nécessaire à l'élévation de la température de 16 à 100 °C pour 10 litres d'eau :

$$Q = (100 - 16) \times 10 = 840 \text{ kcal.}$$

Le rendement calorifique étant 70 %, la quantité de chaleur réellement dégagée par le courant est :

$$\frac{840 \times 100}{70} = 1\,200 \text{ kcal.}$$

Or 1 wattheure = 3 600 joules et 1 joule correspond à 0,24 calorie.

Par suite 1 wattheure fournit $0{,}24 \times 3\,600 = 864$ cal.

Pour 1 200 kcal ou 1 200 000 cal, l'énergie consommée est donc :

$$\frac{1\,200\,000}{864} \text{ Wh} \quad \text{ou} \quad \frac{1\,200}{864} \text{ kWh.}$$

Le prix de revient demandé est donc :

$$\frac{0{,}17 \times 1\,200}{864} = 0{,}235 \text{ F.}$$

(1) Les températures sont repérées en « degré celsius (°C) ou en degré Kelvin (°K) Le symbole utilisé pour le degré de variation de température est : deg.

2° La formule $Q = R I^2 \times t \times 2{,}4 \times 10^{-4}$:

$$1\,200\,000 = R \times 5^2 \times 50 \times 60 \times 0{,}24$$

et :

$$R = \frac{Q}{I^2 t \times 2{,}4 \times 10^{-4}} = \frac{1\,200}{25 \times 50 \times 60 \times 2{,}4 \times 10^{-4}} \approx \frac{200}{3} \approx 66\,\Omega.$$

De : $$U = R \times I$$

on tire :

$$U = \frac{200}{3} \times 5 = 333 \text{ volts.}$$

4-4. Un courant traverse un conducteur plongé dans un bac contenant 300 l d'eau à 15 °C. Calculer :

1° La puissance électrique nécessaire pour que la température soit élevée à 60 °C en une demi-heure ;

2° L'intensité du courant si l'on maintient aux bornes du conducteur chauffant une tension de 500 V.

Solution. — 1° Quantité de chaleur nécessaire pour élever 300 litres d'eau de 15 à 60 °C :

$$Q = (60 - 15) \times 300 = 13\,500 \text{ kcal.}$$

Quantité de chaleur à fournir par seconde :

$$\frac{13\,500}{1\,800} = 7{,}5 \text{ kcal/s.}$$

Or, 1 kcal équivaut à 4 180 J, par suite 7,5 kcal/s représentent une puissance de :

$$4\,180 \times 7{,}5 = 31\,350 \text{ watts} \quad \text{ou} \quad 31{,}35 \text{ kilowatts.}$$

2° De $I = \frac{P}{U}$ on tire :

$$I = \frac{31\,350}{500} = 62{,}7 \text{ ampères.}$$

4-5. Une dynamo fournit un courant de 8 ampères dans une résistance de 4 ohms. Le courant passe pendant une demi-heure, la résistance étant plongée dans un bac contenant 5 litres d'eau à 16 °C. Trouver la température finale de l'eau.

Réponse : 38,1 °C.

4-6. Quelle doit être la résistance (à chaud) d'un fil chauffant qui doit consommer une puissance électrique de 1 kW sous 200 V? Quelle sera l'intensité du courant?

Réponses : 40 Ω ; 5 A.

4-7. Une lampe à incandescence fournit un flux lumineux de 500 lumens, son efficacité lumineuse est 12,5 lumens par watt, (1) elle fonctionne sous 125 V. Calculer la puissance électrique qu'elle consomme, l'intensité du courant et la résistance du filament à chaud.

Réponses : 40 W ; 0,32 A ; 390 Ω.

(1) REMARQUE : le lecteur cherchera à définir, seul, la notion d'efficacité lumineuse.

4-8. La figure *4-5* représente un dispositif de chauffage dit « instantané ». En régime normal, le tube alimenté en eau à 15 °C fournit l'eau à 60 °C avec un débit de 2 litres à la minute. Le fil chauffant est soumis à une tension de 125 V.

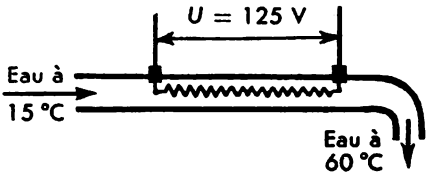


FIG. 4-5.

En négligeant toute déperdition de chaleur, calculez la puissance électrique nécessaire, l'intensité du courant et la résistance du fil en fonctionnement ?

Réponses : 6 270 W ; 50 A ; 2,5 Ω.

4-9. Les résistances du commerce utilisées en radio sont données avec deux caractéristiques nominales : la résistance et la puissance, cette dernière grandeur indiquant la puissance électrique que la résistance peut dissiper par rayonnement dans l'air sans que sa température atteigne une valeur excessive.

Compléter le tableau suivant, donnant l'intensité maximale correspondant à un fonctionnement normal, et la tension aux bornes de la résistance dans ce cas.

Caractéristiques données	$I_{max}^2 = \frac{P \text{ nominale}}{R}$	I_{max}	$U_{max} = R\, I_{max}$
1 000 Ω 0,5 W	5×10^{-4}	$2{,}23 \times 10^{-2}$ A ou 22,3 mA	22,3 V
5 k Ω 20 W			
10 k Ω 2 W			
0,5 M Ω 1/4 W			

Nota. — Les valeurs trouvées pour I_{max} et U_{max} peuvent être dépassées de 25 % environ, à condition que ce soit pendant un temps court.

CHAPITRE 5

RÉSISTANCE ÉLECTRIQUE D'UN CONDUCTEUR

Si l'on soumet deux conducteurs de résistances différentes à une même différence de potentiel (*fig. 5-1*), *le plus résistant* laisse passer le plus faible courant : il est *le moins conducteur.*

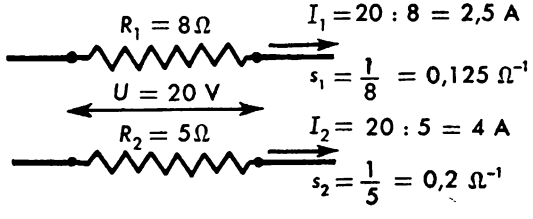


FIG. 5-1.

On peut donc définir pour un même conducteur deux grandeurs inverses l'une de l'autre :

— sa *résistance* R qui s'exprime en *ohms* (Ω) ;

— sa *conductance* s qui s'exprime en ohms^{-1} $(\Omega)^{-1}$ ou $\mho$,

avec :

$$s = \frac{1}{R}$$

Unité de résistance : l'ohm (Ω)

C'est la résistance d'un conducteur dans lequel un courant de *1 ampère* abandonne une puissance de *1 watt*, cette puissance étant transformée uniquement en chaleur.

L'*ohm étalon* est la résistance à 0 °C d'une colonne cylindrique de mercure pur de 106,3 cm de longueur et de 1 mm² de section. On établit pour les laboratoires des étalons en fil de manganine.

Expression de la résistance d'un conducteur

La théorie établit et l'expérience vérifie que la résistance d'un conducteur :

— est proportionnelle à sa longueur l ;

— est inversement proportionnelle à sa section S ;

— dépend de sa nature et de sa température par une grandeur caractéristique ρ.

D'où la formule :

$$\Omega \quad \boxed{R = \rho \frac{l}{S}} \quad \begin{matrix} \text{m} \\ \text{m}^2 \end{matrix}$$

La grandeur $\rho = R\,S/l$ s'exprime donc en *ohm-mètre-carré par mètre* (Ω m²/m) ou ohm-mètre (Ω m). On l'appelle *résistivité* de la substance conductrice.

Elle a la valeur numérique de la résistance d'un conducteur de *1 mètre* de longueur et de *1 mètre-carré* de section (cube de 1 m d'arête). C'est dire que cette valeur est très petite pour les métaux et alliages usuels.

Variation de la résistivité avec la température d'un conducteur

La résistivité d'une substance dépend de sa température selon des lois complexes ; cependant, pour des températures s'écartant peu des températures ambiantes ordinaires, *la variation relative de la résistivité est sensiblement proportionnelle à la variation de la température.*

Si ρ_t est la résistivité d'une substance à t °C, et ρ_0 sa résistivité à 0 °C :

$\rho_t - \rho_0$ est l'augmentation de la résistivité entre 0 et t °C ;

$\dfrac{\rho_t - \rho_0}{\rho_0}$ est l'augmentation *relative* de la résistivité entre 0 et t °C ;

$\dfrac{\rho_t - \rho_0}{\rho_0\, t}$ est l'augmentation *relative* de la résistivité *par degré* entre 0 et t °C.

La grandeur $a = \dfrac{\rho_t - \rho_0}{\rho_0 \times t}$ est appelée *coefficient de température de la substance.*

Pour les métaux et alliages usuels, le coefficient de température est positif ; il est négatif pour le carbone, les semi-conducteurs et les électrolytes.

De la définition :

$$a = \frac{\rho_t - \rho_0}{\rho_0 \times t}$$

on tire :

$$\rho_t - \rho_0 = a\,\rho_0\,t,$$

d'où :

$$\boxed{\rho_t = \rho_0 + a\,\rho_0\,t = \rho_0\,(1 + a\,t)}$$

La résistance étant proportionnelle à la résistivité, on a, en négligeant les variations de longueur et de section avec la température :

$$\boxed{R_t = R_0\,(1 + a\,t)}$$

Le tableau ci-dessous fournit, pour un certain nombre de substances d'un emploi courant en électricité, les valeurs de la résistivité ρ_0 à 0 °C et du coefficient de température a applicable entre 0 et 100 °C.

Nature du conducteur	Résistivité à 0 °C (Ω m)	Coefficient de température
Argent	$1{,}5 \times 10^{-8}$	0,003 8
Cuivre	$1{,}6 \times 10^{-8}$	0,004 3
Aluminium	$2{,}7 \times 10^{-8}$	0,004 3
Laiton	$5{,}5 \times 10^{-8}$	0,002 5
Fer	$9{,}6 \times 10^{-8}$	0,006
Nickel	$12{,}3 \times 10^{-8}$	0,006
Maillechort	40×10^{-8}	0,000 35
Ferro-nickel	78×10^{-8}	0,000 90
Constantan	50×10^{-8}	0,000 01
Carbone	40×10^{-8}	— 0,000 4
H_2SO_4 (15 %) et eau	$1{,}7 \times 10^{-2}$	
$CuSO_4$ (15 %) et eau	24×10^{-2}	

La conductivité est l'inverse de la résistivité : $\gamma = 1/\rho$.

Remarque. — De nombreux manuels, formulaires et documents divers comportent encore l'emploi du système CGS, dans lequel la formule :

$$R = \rho\,\frac{l}{S}$$

donne R en *ohms* avec l en *centimètres*, S en *centimètre-carré* et ρ en *ohm-centimètre*. Il est recommandé de revenir aux unités S.I., en tenant compte des relations suivantes :

$$1\ \text{m} = 100\ \text{cm} \qquad \text{d'où :} \qquad l\,(\text{m}) = \frac{l'\,(\text{cm})}{100}$$

$$1\ \Omega\,\text{m} = 100\ \Omega\,\text{cm} \qquad \text{d'où :} \qquad \rho\,(\Omega\,\text{m}) = \frac{\rho'\,(\Omega\,\text{cm})}{100}$$

EXEMPLE : pour le cuivre, $\rho = 1{,}6 \times 10^{-6}\ \Omega\,\text{cm} = 1{,}6 \times 10^{-8}\ \Omega\,\text{m}$.

En construction électronique on utilise des résistances bobinées ou en graphite ou de diverses compositions dont la valeur est repérée conventionnellement, par des anneaux colorés.

Ce " code des couleurs " est facile à retenir :

aux 6 couleurs, bien connues et ordonnées, de l'arc en ciel : rouge, orange, jaune, vert, bleu, violet

on ajoute : noir, brun, gris, blanc

et on retient par exemple que la correspondance couleur-nombre (idée directrice de ce code) est 2 pour le rouge ; on en déduit les autres.

COULEUR	NOIR	BRUN	ROUGE	ORANGE	JAUNE	VERT	BLEU	VIOLET	GRIS	BLANC	ARGENT	OR
VALEUR — premier chiffre significatif	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
VALEUR — deuxième chiffre significatif												
Multiplicateur	1	10^1	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6				10^{-1}	10^{-2}
Tolérance		$\pm 1\,\%$	$\pm 2\,\%$	Sans marquage $\pm 20\,\%$							$\pm 5\,\%$	$\pm 10\,\%$

Exemple : une résistance présente 3 anneaux colorés.

le plus proche d'une extrémité est	JAUNE	(4)
le suivant est	VIOLET	(7)
le troisième est	ORANGE	(3)

Cette résistance est de $47 \times 10^3 = 47\ \text{k}\Omega$.

$\pm$ 9,4 kΩ puisqu'elle n'a pas de 4^e anneau.

La puissance que peuvent supporter sans dommage ces résistances : 1/4 W ; 0,5 W ; 1 W, croît avec leur taille.

Applications

A. CALCUL DES RÉSISTANCES

5-1. Calculer la résistance à 0 °C d'un cordon prolongateur mesurant 2 m de long et comportant 2 fils de cuivre de 1 mm² de section.

Solution. — Le tableau donne pour le cuivre : $\rho_0 = 1{,}6 \times 10^{-8}\,\Omega$ m. D'autre part : $l = 4$ m et $s = 1\ \text{mm}^2 = 10^{-6}\ \text{m}^2$.

$$R_0 = \rho_0 \frac{l}{s} = 1{,}6 \times 10^{-8} \times \frac{4}{10^{-6}} = 6{,}4 \times 10^{-2} = 0{,}064\ \Omega.$$

5-2. Quelle est à 0 °C la résistance d'une bobine en fil de fer de 4 mm de diamètre, le fil ayant une longueur de 680 m?

Solution. — Le tableau donne pour le fer : $\rho_0 = 9{,}6 \times 10^{-8}\ \Omega$ m. D'autre part :

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \times 4 \times 10^{-3} \times 4 \times 10^{-3}}{4} = 4\pi \times 10^{-6}.\ \text{m}^2$$

D'où :

$$R_0 = \rho_0 \frac{l}{S} = \frac{9{,}6 \times 10^{-8} \times 680}{4 \times 3{,}14 \times 10^{-6}} = 5{,}22\ \Omega.$$

5-3. Trouver la résistance d'une ligne simple en cuivre de 2,5 mm de diamètre et de 5,400 km de longueur : 1° à 0 °C ; 2° à 30 °C.

Solution. — 1° Résistance à 0 °C :

$$R_0 = \rho_0 \frac{l}{S} = \rho_0 \frac{l}{\frac{\pi d^2}{4}} = \rho_0 \times \frac{4\,l}{\pi d^2}.$$

$$R_0 = \frac{1{,}6 \times 10^{-8} \times 4 \times 5\,400}{3{,}14 \times 2{,}5 \times 2{,}5 \times 10^{-6}} = 17{,}7\ \Omega.$$

2° Résistance à 30 °C :

$$R_{30} = R_0(1 + a \times 30) = 17{,}63\ (1 + 0{,}004\,3 \times 30) = 17{,}63 \times 1{,}129 = 19{,}9\,\Omega$$

5-4. Pour un cuivre de résistivité 1,561 $\mu\,\Omega$ cm, quelle est la résistance d'une bobine en fil de 3,5 mm de diamètre, ce fil ayant une longueur de 12,75 m?

Solution. — $\rho = 1{,}561 \times 10^{-6}\,\Omega$ cm $= 1{,}561 \times 10^{-8}\,\Omega$ m.

$$R = \rho \frac{l}{S} = \rho \times \frac{l}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{4\,\rho\,l}{\pi d^2} = \frac{4 \times 1{,}561 \times 10^{-8} \times 12{,}75}{3{,}14 \times 3{,}5 \times 3{,}5 \times 10^{-6}}.$$

$$R = 0{,}020\,686\ \Omega, \text{ soit } 20{,}7\ \text{m}\Omega.$$

5-5. Que devient la résistance d'une ligne en fil de fer de 2,500 km et de 1,5 mm de diamètre lorsque sa température passe de 0 à 50 °C?

Réponse : La résistance passe de 136,4 à 177,3 Ω.

5-6. Sachant que la résistivité de la solution d'acide sulfurique au 1/10 est 0,011 Ω m, on demande la résistance entre 2 électrodes de platine de 12 × 5 cm plongées dans la solution à une distance de 10 cm.

Réponse : 0,183 Ω.

5-7. Quelle est la résistance d'un fil de fer de 3,050 km de longueur et de diamètre 3 mm?

Réponse : 41,6 Ω.

5-8. On sait que la résistance par mètre courant d'un fil de cuivre de diamètre 1 mm est 0,022 15 Ω à 15 °C. Trouver la résistance d'un fil de même métal long de 250 m et de diamètre 3,2 mm.

Réponse : 0,54 Ω.

5-9. L'induit d'une dynamo a une résistance de 0,75 Ω à 0 °C. Trouver la résistance à 60 °C.

Réponse : 0,94 Ω.

5-10. Une lampe à filament de carbone a une résistance de 400 Ω à 0 °C. Trouver sa résistance à chaud à la température de 1 700 °C ($a = -0{,}000\,4$) (la résistance des métalloïdes, à l'inverse des métaux, décroît avec la température).

Réponse : 128 ohms.

5-11. Trouver la résistance d'un fil de cuivre de 400 m de longueur et de diamètre 4 mm sachant qu'un mètre de fil de cuivre de 1 mm de diamètre a une résistance de 0,014 7 Ω.

Réponse : 3,68 m Ω.

5-12. Une ligne pour transport d'énergie a une longueur de 20 km. Les deux câbles en cuivre ont un diamètre de 7,5 mm. Trouver :

1° La résistance de la ligne et son poids ;

2° Quel serait le poids d'une ligne de même longueur et de même résistance en aluminium ; densités Cu : 8,8 ; Al : 2,56?

Réponses : 1° 16,3 Ω et 15 520 kg (cuivre) ; 2° 7 537 kg (aluminium)

B. CALCUL DES LONGUEURS.

5-13. Quelle longueur de conducteur en cuivre de 12/10 mm de diamètre faut-il prendre pour avoir une résistance de 1 Ω ?

Prendre $\rho = 1{,}6 \times 10^{-8}$ Ω m.

Solution. — De la formule $R = \rho \dfrac{l}{S}$, on tire : $R\,S = \rho\,l$, et $l = \dfrac{R\,S}{\rho}$.

Or, $S = \dfrac{\pi\,d^2}{4}$, donc $l = \dfrac{R}{\rho} \times \dfrac{\pi\,d^2}{4}$.

D'où :

$$l = \frac{1}{1{,}6 \times 10^{-8}} \times \frac{3{,}14 \times 1{,}2 \times 1{,}2 \times 10^{-6}}{4} = 70{,}8 \text{ m}.$$

5-14. Un rhéostat à plots (*fig. 5-2*) comporte dix résistances égales. On les réalise en fil de maillechort de 12/10 mm supportant une densité de courant

de 6 A/mm². Quelle longueur de fil faut-il prendre pour bobiner chacun des éléments résistants, la résistance totale du rhéostat devant être de 120 Ω à 0 °C? Quelle intensité maximale pourra-t-il supporter?

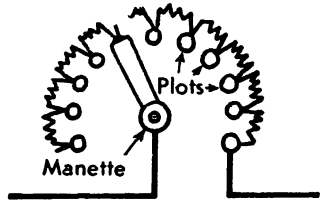


FIG. 5-2.

Solution. — La section du fil est : $S = \pi r^2 = 3{,}14 \times 0{,}6 \times 0{,}6 = 1{,}13 \text{ mm}^2 = 1{,}13 \times 10^{-6} \text{ m}^2$.

Chaque élément doit avoir une résistance de 12 Ω.

De la formule $R = \rho \frac{l}{S}$ on tire $l = \frac{R\,S}{\rho}$

D'où :

$$l = \frac{12 \times 1{,}13 \times 10^{-6}}{40 \times 10^{-8}} = 33{,}9 \text{ m.}$$

Le rhéostat apportera une intensité maximale de : $6 \times 1{,}13 = 6{,}78$ A.

5-15. Quelle longueur doit avoir un fil de cuivre de 0,8 mm de diamètre pour avoir une résistance de 7,5 Ω à 0 °C?

Réponse : 236 m.

5-16. Deux fils métalliques du même métal et de diamètre 2,5 mm et 5 mm ont la même résistance ; quelle doit être la longueur du second si celle du premier est 250 m?

Réponse : 1 000 m.

C. CALCUL DES SECTIONS OU DES DIAMÈTRES

5-17. Un fil de maillechort de 60 m doit avoir une résistance de 3 Ω à 0 °C. Quel diamètre faut-il adopter?

Solution. — De la formule $R = \rho \frac{l}{S}$ on tire $R\,S = \rho\,l$ et $S = \frac{\rho\,l}{R}$.

La section doit être :

$$S = \frac{40 \times 10^{-8} \times 60}{3} = 8 \times 10^{-6} \text{ m}^2 = 8 \text{ mm}^2.$$

De la formule $S = \frac{\pi d^2}{4}$ on tire $d^2 = \frac{4\,S}{\pi} = \frac{4 \times 8}{3{,}14} = 10{,}5 \text{ mm}^2$.

D'où : $d = \sqrt{10{,}5} \approx 3{,}2$ mm.

5-18. Quelle doit être la section d'un fil en cuivre long de 4,200 km pour qu'il ait une résistance de 30 Ω à 0 °C? Donner ensuite le diamètre du fil.

Réponses : $S = 2{,}24 \text{ mm}^2$; $d = 1{,}7$ mm.

5-19. Deux fils de même longueur sont l'un en fer et l'autre en cuivre. Le premier a une résistance de 3,4 Ω et le deuxième de 2,3 Ω. Trouver le diamètre du fil de cuivre si celui du fil de fer est 5 mm.

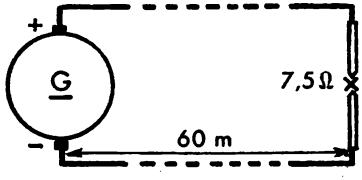


FIG. 5-3.

Réponse : 2,5 mm.

5-20. La résistance d'une lampe à arc est 7,5 Ω (*fig. 5-3*). Celle-ci est placée à 60 m de la dynamo-génératrice ; les conducteurs en cuivre doivent avoir une résistance égale au dixième de celle de la lampe. Quel est le diamètre du fil à utiliser?

Réponse : 1,9 mm.

D. CALCUL DES RÉSISTIVITÉS

5-21. D'après les caractéristiques de l'ohm-étalon, calculer la résistivité du mercure.

Solution. — De la formule $R = \rho \frac{l}{S}$ on tire :

$$R\,S = \rho\,l \quad \text{et} \quad \rho = \frac{S\,R}{l} = \frac{1 \times 10^{-6}}{1{,}063} = 0{,}94 \times 10^{-6}\,\Omega\,\text{m} \text{ (ou } 94 \times 10^{-8}\,\Omega\,\text{m)}$$

5-22. Sur un rhéostat à curseur (*fig. 5-4*) on compte, dans la longueur utile (L = 30 cm) onze spires par centimètre. Le diamètre des spires est de 6 cm, et

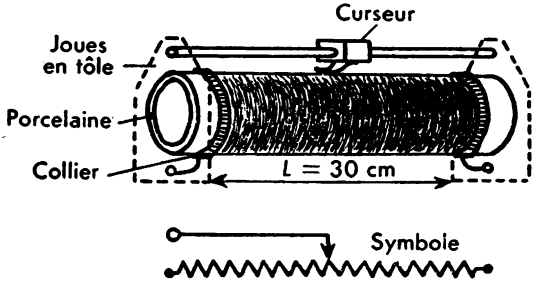


FIG. 5-4.

le fil nu a un diamètre de 0,8 mm. Le constructeur indique pour ce rhéostat une résistance de 136 Ω. Calculer la longueur du fil et évaluer sa résistivité.

Réponses : 62,2 m ; 110×10^{-8} Ω m ou 1,1 μΩ m.

E. CALCUL DES TEMPÉRATURES

5-23. A quelle température un conducteur de cuivre dont le coefficient de température est a = 0,004 a-t-il une résistance double de sa résistance à 0 °C?

Solution. — Il faut que $R_t = R_0\,(1 + a\,t) = 2\,R_0$, donc que $1 + a\,t = 2$, ou $a\,t = 1$.

D'où :

$$t = \frac{1}{a} = \frac{1}{0{,}004} = \frac{1\,000}{4} = 250\ ^\circ\text{C}.$$

5-24. La résistance d'un bobinage inducteur de dynamo est de 160 Ω à 15 °C. Après un fonctionnement de longue durée, sa résistance est de 182 Ω. Quelle est alors la température du bobinage? (coefficient de température du cuivre : 0,004 3).

Solution. — De la formule $R_t = R_0\,(1 + a\,t)$ on tire :

$$1 + a\,t = \frac{R_t}{R_0}\,;\quad a\,t = \frac{R_t}{R_0} - 1 = \frac{R_t - R_0}{R_0} \text{ et } t = \frac{R_t - R_0}{a\,R_0}.$$

Il faut donc calculer la résistance à 0 °C :

$$R_0 = \frac{R_{15}}{1 + 0{,}004\,3 \times 15} = \frac{160}{1{,}064\,5} = 150\ \Omega.$$

La température du bobinage après fonctionnement est :

$$t = \frac{R_t - R_0}{a\,R_0} = \frac{182 - 150}{0{,}004\,3 \times 150} = \frac{32}{0{,}645} = 49{,}5\ ^\circ\text{C}.$$

5-25. La résistance d'un fil d'argent ($a = 0{,}003\,8$) augmente du quart de sa valeur à 0 °C quand sa température passe de 0 °C à une température t (°C). Calculer t.

Réponse : 65,8 °C.

Applications relatives aux lignes électriques

Dans les montages où l'on n'emploie que des connexions courtes, en fils bons conducteurs, on peut négliger la résistance des fils.

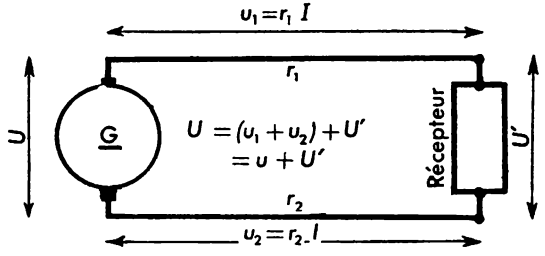


Fig. 5-5.

Il n'en est plus de même dans les transports d'énergie électrique à longue distance : la résistance totale r de la ligne produit une *chute de tension* $u = r\,I$ (I étant l'intensité du courant circulant dans la ligne), et la tension U' en bout de ligne (*fig. 5-5*) est plus faible que la tension U au départ.

Le générateur, la ligne et le récepteur étant *en série*, on a : $U = u + U'$ et $u = U - U'$.

La chute de tension en ligne peut être exprimée en pour cent de la tension au départ ($u/U \times 100$).

Exemple : Une ligne de résistance totale égale à 2 Ω, soumise au départ à une tension $U = 250$ V et transportant un courant de 20 A, produit une chute de tension $u = r\,I = 2 \times 20 = 40$ V (la tension en bout de ligne n'est plus que de 210 V), soit encore une chute ou perte de tension de :

$$\frac{40 \times 100}{250} = 16\ \%\ \text{de la tension au départ.}$$

A cette chute de tension correspond une *perte de puissance* égale à $r\,I^2$ (puissance dissipée en chaleur), qu'on peut faire apparaître en multipliant par I les termes de la formule $U = u + U'$, ce qui donne :

$$U\,I = u\,I + U'\,I$$

— $U\,I$ représente la puissance fournie par le générateur ;

— $U'\,I$ représente la puissance reçue par le récepteur ;

— $u\,I = r\,I \times I = r\,I^2$ représente la perte de puissance en ligne.

On peut évaluer la perte de puissance en ligne en pour cent de la puissance au départ ($u\,I/U\,I \times 100$).

EXEMPLE : Dans l'exemple précédent, la perte de puissance en ligne est de : $40 \times 20 = 800$ W, pour une puissance au départ de : $250 \times 20 = 5\,000$ W, soit une perte de $\dfrac{800 \times 100}{5\,000} = 16\ \%$ de la puissance au départ.

Noter que le pourcentage de perte est le même en tension, en puissance, en énergie. En effet :

$$\frac{u}{U} = \frac{u\,I}{U\,I} = \frac{u\,I\,t}{U\,I\,t}.$$

Pour une ligne en service on peut définir le *rendement* du transport, la ligne « recevant » du générateur une puissance $U\,I$ et « fournissant » au récepteur la puissance $U'\,I$: le rendement de la ligne est :

$$\eta = \frac{U'\,I}{U\,I} = \frac{U'}{U} = \frac{U - u}{U} = 1 - \frac{u}{U} = 1 - \frac{u\,I}{U\,I} = 1 - \frac{r\,I^2}{P},$$

d'où

$$\eta = 1 - \frac{rP}{U^2}$$

EXEMPLE : Dans l'exemple précédent, le rendement de la ligne est de :

$$\frac{250 - 40}{250} = 0{,}84 \text{ ou } 84\ \%.$$

Noter que pour une ligne donnée alimentée sous tension constante, le rendement diminue quand le courant de résistance r augmente, et aussi que, pour une ligne donnée, transportant une puissance P donnée, le rendement augmente beaucoup lorsque U augmente d'où l'intérêt du transport de l'énergie sous haute tension.

5-26. Un conducteur en cuivre de 2 500 m de longueur et de 6 mm de diamètre doit transmettre un courant de 40 A. Quelle est la chute de tension dans ce conducteur? ($\rho = 1{,}6 \times 10^{-8}\ \Omega$ m)

Solution. — D'après la formule $u = r\,I$, on a

$$u = r \times 40.$$

On calcule $r = \rho \dfrac{l}{S}$, soit :

$$r = \frac{1{,}6 \times 10^{-8} \times 2\,500}{3{,}14 \times 3 \times 3 \times 10^{-6}} = 1{,}42\ \Omega.$$

par suite :

$$u = 1{,}42 \times 40 = 56{,}8 \text{ volts.}$$

5-27. Une dynamo alimente un circuit d'éclairage situé à 400 m par deux, conducteurs en cuivre de 3,5 mm de diamètre. Le courant fourni par la génératrice a une intensité de 8 A et la différence de potentiel aux bornes de la dynamo est égale à 220 V. On demande :

1° Sous quelle différence de potentiel fonctionnent les lampes ($\rho = 1{,}8 \times 10^{-8}$ m

2° Le pourcentage de la perte en ligne.

Solution. — 1° La chute de tension en ligne est :

$$u = r\,I.$$

On calcule :

$$r = \frac{\rho\,l}{S} = \frac{1{,}8 \times 10^{-8} \times 400 \times 2}{3{,}14 \times \frac{3{,}5^2}{4} \times 10^{-6}} = 1{,}5\ \Omega \text{ (par excès)}$$

d'où :

$$u = 1{,}5 \times 8 = 12 \text{ volts.}$$

Les lampes fonctionnent donc sous une différence de potentiel

$$U' = 220 - 12 = 208 \text{ volts.}$$

2° La perte en ligne consentie est donc égale à :

$\frac{12 \times 100}{220} = 5{,}5\ \%$ de la tension comme de la puissance au départ

5-28. Un moteur doit fonctionner sous 220 V. Le courant qui l'alimente est de 50 A et provient d'une génératrice située à 500 m. La perte consentie en ligne est de 10 % de la tension aux bornes du moteur. Quel est le diamètre du conducteur en cuivre à utiliser?

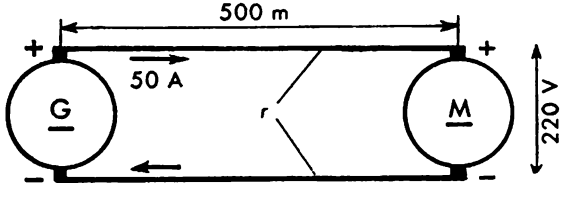


FIG. 5-6.

Solution. — La perte en ligne est (*fig. 5-6*) :

$$u = \frac{220 \times 10}{100} = 22 \text{ volts.}$$

La résistance de la ligne donnée par :

$$r = \frac{u}{I} = \frac{22}{50} = 0{,}44\ \Omega.$$

De la formule $r = \frac{\rho\,l}{S}$ on tire : $r\,S = \rho\,l$ et $S = \frac{\rho\,l}{r}$.

D'où :

$$S = \frac{1{,}6 \times 10^{-8} \times 1\,000}{0{,}44} = 36{,}3 \times 10^{-6}\ \text{m}^2 = 36{,}3\ \text{mm}^2.$$

De $S = \frac{\pi d^2}{4}$ on tire :

$$d^2 = \frac{4S}{\pi} = \frac{4 \times 36{,}3}{3{,}14} = 46{,}2\ \text{mm}^2$$

et

$$d = \sqrt{46{,}2} \approx 6{,}8\ \text{mm}.$$

5-29. La puissance fournie par une chute d'eau est de 55,2 kW. On veut utiliser l'énergie fournie à 1 500 m de la chute et la perte consentie en ligne est de 8 %. On demande le diamètre du fil de cuivre à utiliser ($\rho = 1{,}6 \times 10^{-8}\ \Omega\,\text{m}$), pour effectuer ce transport de puissance dans les deux cas suivants :

1° Sous une différence de potentiel de 600 V ;

2° Sous une différence de potentiel de 3 000 V.

Solution.

PREMIER CAS. — Transport sous $U_1 = 600$ volts.

Dans ce cas $I = \frac{P}{U_1}$ donne $I = \frac{55\,200}{600} = 92$ ampères.

La perte en ligne admise étant $u = \frac{600 \times 8}{100} = 48$ volts.

De $r = \frac{u}{I}$ on tire :

$$r_1 = \frac{48}{92} = \frac{12}{23}\ \Omega. \qquad (1)$$

On calcule la section par la formule $S = \frac{\rho l}{R}$:

$$S_1 = \frac{1{,}6 \times 10^{-8} \times 3\,000}{\frac{12}{23}} = \frac{1{,}6 \times 10^{-8} \times 3\,000 \times 23}{12} = 92 \times 10^{-6}\ \text{m}^2 ;$$

$$S_1 = 92\ \text{mm}^2 \quad \text{d'où} \quad d_1 \approx 10{,}8\ \text{mm}.$$

DEUXIÈME CAS. — $U_2 = 3\,000$ volts.

Dans ce cas, $I_2 = \frac{55\,200}{3\,000} = 18{,}4$ A.

La perte en ligne est $\frac{3\,000 \times 8}{100} = 240$ volts ; d'où :

$$r_2 = \frac{240}{18{,}4} = \frac{1\,200}{92} = \frac{300}{23}\ \Omega. \qquad (2)$$

En comparant les valeurs (1) et (2) on constate que $r_2 = 25\, r_1$.

$$S_2 = \frac{S_1}{25} = 3{,}68\ \text{mm}^2 \quad \text{d'où} \quad d_2 \approx 2{,}13\ \text{mm}.$$

5-30. On veut transmettre un courant de 150 A sous 1 200 V avec deux conducteurs en cuivre de 9 mm de diamètre. On admet une perte en ligne de 15 %. A quelle distance pourra-t-on effectuer le transport de l'énergie dans ces conditions? ($\rho = 1{,}8 \times 10^{-8}\,\Omega\,m$).

Réponse : 2 120 m environ.

5-31. On veut faire un transport d'énergie d'une puissance de 120 kW à 2 500 m sous une différence de potentiel de 600 V en admettant une perte en ligne de 12 %. Quelle sera la section du fil de cuivre de la ligne aller et retour (prendre $\rho = 1{,}8 \times 10^{-8}\,\Omega\,m$) ; donner ensuite le poids du cuivre employé (densité = 8,9).

Réponses : $S = 250$ mm^2 ; $P = 11\,125$ kg, $\simeq 11{,}1$ t.

5-32. On veut effectuer le transport d'une puissance de 73 600 W à 5 km avec une perte en ligne consentie de 20 %. Quels doivent être la section et le poids du fil de cuivre de la ligne double à employer pour transporter le courant : 1° sous 500 V ; 2° sous 1 000 V ; 3° sous 2 000 V?

Réponses : 1° 264,7 mm^2 ; $\frac{264{,}7}{4} = 66{,}2$ mm^2 et $\frac{66{,}2}{4} = 16{,}5$ mm^2

2° Poids : 23 558 kg ; 5 889,5 kg ; 1 472,4 kg.
soit 23,6 t ; 5,80 t ; 1,47 t.

5-33. Un moteur fonctionne sous 110 V et 25 A. Le courant est fourni par une génératrice située à 400 m. On consent à une perte en ligne de 10 % de la tension aux bornes du moteur. Trouver :

1° Le diamètre des conducteurs en cuivre ;

2° La différence de potentiel U aux bornes du générateur.

Réponses : $d = 6{,}5$ mm ; $U = 121$ V.

Associations ou couplages de résistances

1° Définition de la résistance équivalente à un ensemble de résistances.

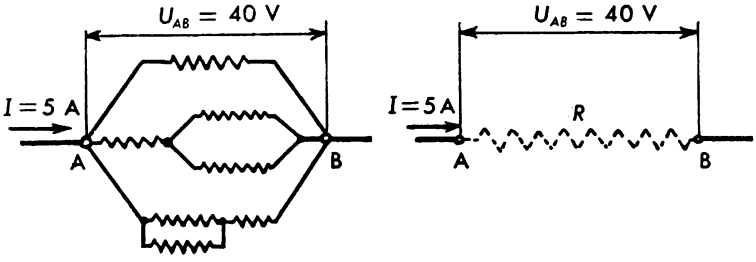


FIG. 5-7.

Par définition, la *résistance équivalente* à un ensemble de résistances monté entre deux points A et B d'un circuit traversé par un courant I (*fig. 5-7*) est la résistance unique R qui, substituée à cet ensemble et soumise à la *même tension* U_{AB}, est traversée par la *même intensité* I, et consomme par conséquent la *même puissance* $P_{AB} = U_{AB}\,I$.

EXEMPLE (*fig. 5-7*) : la résistance $R = 8\ \Omega$ qui, soumise à la tension $U_{AB} = 40$ V existant aux bornes de l'ensemble des résistances, est traversée par la même intensité $I = 40 : 8 = 5$ A et consomme la même puissance $P_{AB} = 40 \times 5 = 200$ W, est équivalente à l'ensemble des résistances données.

2° **Résistances en série** (*fig. 5-8*).

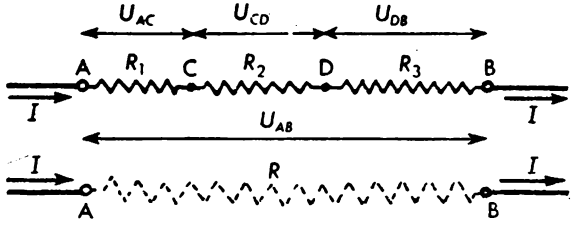


FIG. 5-8.

La même intensité I traverse toutes les résistances. Pour chacune d'elles, on peut écrire :

$$\begin{cases} P_{AC} = R_1 I^2 = U_{AC} I \\ P_{CD} = R_2 I^2 = U_{CD} I \\ P_{DB} = R_3 I^2 = U_{DB} I \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} U_{AC} = R_1 I \\ U_{CD} = R_2 I \\ U_{CD} = R_3 I \end{cases}$$

Pour l'ensemble, l'addition des puissances entraîne l'addition des tensions :

$$P_{AB} = P_{AC} + P_{CD} + P_{DB} \quad \text{ou} \quad U_{AB} I = U_{AC} I + U_{CD} I + U_{DB} I$$

d'où :

$$\boxed{U_{AB} = U_{AC} + U_{CD} + U_{DB}}$$

Pour la résistance équivalente on peut écrire :

$$P_{AB} = R I^2 = U_{AB} I \quad \text{et} \quad U_{AB} = R I.$$

D'où :

$$R I = R_1 I + R_2 I + R_3 I$$

et :

$$\boxed{R = R_1 + R_2 + R_3}$$

En généralisant à un nombre quelconque de résistances *associées en série*, on peut énoncer les règles suivantes :

— l'intensité est la même dans toutes les résistances ;

— la tension aux bornes de l'ensemble est égale à la somme des tensions partielles ;

— la résistance équivalente est égale à la somme des résistances partielles.

3° Résistances en parallèle (*fig. 5-9*).

La même tension U est appliquée à chacune des résistances.

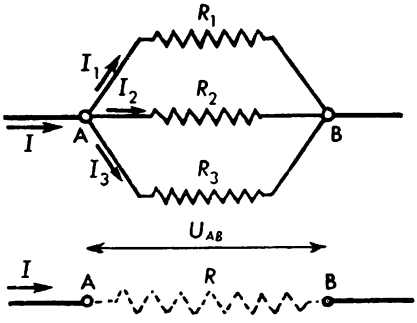


Fig. 5-9.

Pour chacune des résistances, on peut écrire :

$$P_1 = \frac{U^2}{R_1} = U\,I_1 \qquad \text{et} \qquad I_1 = \frac{U}{R_1}$$

$$P_2 = \frac{U^2}{R_2} = U\,I_2 \qquad \text{et} \qquad I_2 = \frac{U}{R_2}$$

$$P_3 = \frac{U^2}{R_3} = U\,I_3 \qquad \text{et} \qquad I_3 = \frac{U}{R_3}$$

Pour l'ensemble, l'addition des puissances entraîne l'addition des intensités :

$$P_{AB} = P_1 + P_2 + P_3 \quad \text{ou} \quad U\,I = U\,I_1 + U\,I_2 + U\,I_3$$

d'où :

$$\boxed{I = I_1 + I_2 + I_3}$$

Pour la résistance équivalente on peut écrire :

$$P_{AB} = R\,I^2 = U\,I \qquad \text{et} \qquad I = \frac{U}{R}.$$

D'où :

$$\frac{U}{R} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3}$$

et :

$$\boxed{\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

En généralisant à un nombre quelconque de résistances *associées en parallèle*, on peut énoncer les régles suivantes :

— la tension est la même aux bornes de toutes les résistances ;

— l'intensité du courant principal est la somme des intensités des courants dérivés ;

— l'inverse de la résistance équivalente est égal à la somme des inverses des résistances des dérivations (la conductance étant l'inverse de la résistance, on peut dire que les conductances s'ajoutent).

4° Résistances en couplage mixte.

Dans ce cas on « réduit » de proche en proche pour obtenir la résistance équivalente.

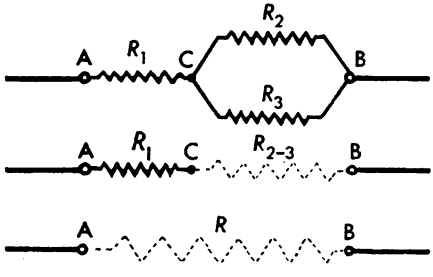


FIG. 5-10.

EXEMPLE (*fig. 5-10*) : On cherche la résistance R_{23} équivalente à R_2 et R_3 montées en parallèle :

$$\frac{1}{R_{23}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{R_3 + R_2}{R_2 \times R_3} ;$$

d'où :

$$R_{23} = \frac{R_2 \times R_3}{R_3 + R_2}.$$

Puis on cherche la résistance R équivalente à l'ensemble :

$$R = R_1 + \frac{R_2 \times R_3}{R_3 + R_2}.$$

Applications

A. CALCUL DES RÉSISTANCES ÉQUIVALENTES

5-34. On dispose de trois résistances $R_1 = 4\ \Omega$, $R_2 = 8\ \Omega$, $R_3 = 6\ \Omega$. Calculer la résistance équivalente aux quatre ensembles suivants :

1° Les trois résistances en série ;

2° Les trois résistances en parallèle ;

3° Circuit à deux dérivations, comprenant l'une R_1 et R_2 en série, l'autre R_3 seule ;

4° R_1 en série avec les deux autres résistances montées en parallèle.

Solution. — 1° En série, les résistances s'ajoutent : $R = R_1 + R_2 + R_3 = 4 + 8 + 6 = 18\ \Omega$.

2° En parallèle, les conducteurs s'ajoutent :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{6} = \frac{6}{24} + \frac{3}{24} + \frac{4}{24} = \frac{13}{24}.$$

D'où : $$R = \frac{24}{13}\ \Omega \approx 1{,}84\ \Omega.$$

3° Le circuit peut se réduire à deux dérivations, l'une de résistance $R_1 + R_2 = 4 + 8 = 12\ \Omega$; l'autre de résistance $R_3 = 6\ \Omega$.

La conductance de l'ensemble est $\frac{1}{R} = \frac{1}{12} + \frac{1}{6} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$.

La résistance équivalente à l'ensemble est $R = 4\ \Omega$.

4° On réduit le sous-ensemble R_2, R_3 en parallèle :

$$\frac{1}{R_{23}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{8} + \frac{1}{6} = \frac{3+4}{24} = \frac{7}{24}\ ; \quad \text{d'où} \quad R_{23} = \frac{24}{7}\ \Omega.$$

La résistance équivalente à l'ensemble est :

$$R = R_1 + R_{23} = 4 + \frac{24}{7} = \frac{52}{7}\ \Omega \approx 7{,}43\ \Omega.$$

5-35. On dispose de n résistances égales, chacune ayant une résistance r. Comment s'exprime la résistance des ensembles suivants : 1° les n résistances en série ; 2° les n résistances en parallèle?

Solution. — 1° En série, la résistance équivalente est :

$$R = \underbrace{r + r + \ldots + r}_{n \text{ termes}} = n\,r.$$

2° En parallèle, la conductance équivalente est :

$$\frac{1}{R} = \underbrace{\frac{1}{r} + \frac{1}{r} + \ldots + \frac{1}{r}}_{n \text{ termes}} = \frac{n}{r}.$$

La résistance équivalente est $R = \frac{r}{n}$.

5-36. Entre deux points A et B on a une résistance de 2,01 Ω alors que la résistance désirée pour une mesure à effectuer doit être exactement 2 Ω. Quelle est la résistance à monter en dérivation pour obtenir ce résultat?

Solution. — Soit x la résistance à placer en dérivation (*fig. 5-11*). On doit avoir :

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{x} + \frac{1}{2{,}01} \quad \text{ou} \quad \frac{1}{2} = \frac{2{,}01 + x}{2{,}01\,x},$$

d'où :

$$2\,x + 4{,}02 = 2{,}01\,x$$

et :

$$4{,}02 = 2{,}01\,x - 2\,x = 0{,}01\,x$$

par suite :

$$x = \frac{4{,}02}{0{,}01} = 402\ \Omega.$$

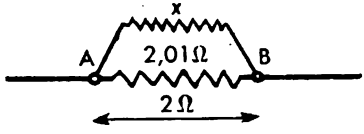


FIG. 5-11.

5-37. Si la résistance réelle entre A et B dans l'exercice précédent est 2,05 Ω, quelle résistance x doit-on monter en dérivation pour obtenir la résistance exacte 2 Ω?

Réponse : $x = 82\ \Omega$.

5-38. Un fil de cuivre a pour résistance 90 Ω ; quelle sera la résistance de ce fil :

1° s'il est plié en deux par le milieu pour constituer un câble à deux fils?

2° s'il est plié en trois parties égales pour constituer un câble à trois fils? Généraliser la question.

Réponses : 1° $\frac{90}{4} = 22{,}5\ \Omega$; 2° $\frac{90}{9} = 10\ \Omega$; généralisation : $\frac{90}{n^2}$.

5-39. Calculer la résistance entre les points P et Q du montage (*fig. 5-12*), en donnant aux résistances R_1, R_2, R_3, R_4 les valeurs prises dans l'une des cinq colonnes ci-après.

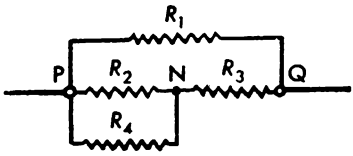


FIG. 5-12.

	A	B	C	D	E
R_1	10	10	10	10	10
R_2	15	7	9	8	5
R_3	4	7,9	9,1	8,4	7,5
R_4	10	3	1	2	5
Réponse.	5 Ω				

B. CALCUL DES INTENSITÉS OU DES TENSIONS

5-40. Pour les quatre montages, proposés dans l'exercice 5-34, qui seront soumis à une tension constante de 24 V, déterminer l'intensité du courant principal, l'intensité traversant chaque résistance, et la tension aux bornes de chacune d'elles (*fig. 5-13*).

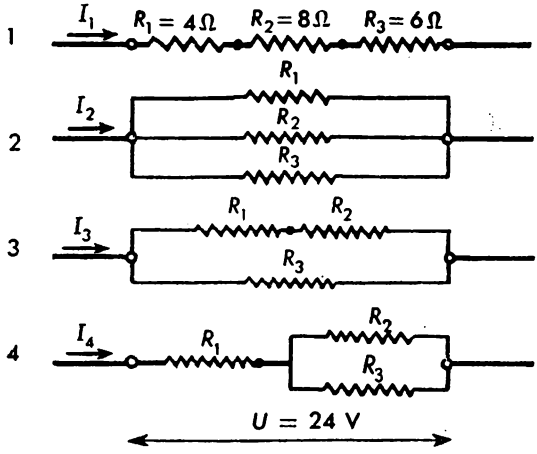


FIG. 5-13.

Solution. — (Pour les résistances équivalentes, *voir* ex. 5-34).

1^er^ *montage*. — Résistance équivalente : $R = 18\ \Omega$.

$$\text{Courant principal : } I_1 = \frac{U}{R} = \frac{24}{18} = \frac{4}{3}\ \text{A} \approx 1{,}33\ \text{A}.$$

L'intensité dans chaque résistance est la même, égale au courant principal.

Les tensions aux bornes sont :

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= R_1 I_1 = 4 \times \frac{4}{3} = \frac{16}{3}\text{ V} \approx 5{,}33\text{ V} \\ u_2 &= R_2 I_1 = 8 \times \frac{4}{3} = \frac{32}{3}\text{ V} \approx 10{,}66\text{ V} \\ u_3 &= R_3 I_1 = 6 \times \frac{4}{3} = \frac{24}{3}\text{ V} = 8\text{ V} \end{aligned}\right\} \quad \text{on vérifie que } U = u_1 + u_2 + u_3$$
$$24 = \frac{16}{3} + \frac{32}{3} + \frac{24}{3} = \frac{72}{3}.$$

2e *montage.* — Résistance équivalente : $R = \frac{24}{13}\ \Omega$.

$$\text{Courant principal : } I_2 = \frac{U}{R} = 24 : \frac{24}{13} = 13\text{ A}.$$

La tension aux bornes de chaque résistance est la même : $U = 24$ V.

Les intensités dans les trois résistances sont :

$$\left.\begin{aligned} &\text{— dans } R_1 : i_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{24}{4} = 6\text{ A} \\ &\text{— dans } R_2 : i_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{24}{8} = 3\text{ A} \\ &\text{— dans } R_3 : i_3 = \frac{U}{R_3} = \frac{24}{6} = 4\text{ A} \end{aligned}\right\} \quad \text{on vérifie que } I_2 = i_1 + i_2 + i_3$$
$$13 = 6 + 3 + 4$$

3e *montage.* — Résistance équivalente : $R = 4\ \Omega$.

$$\text{Courant principal : } I_3 = \frac{U}{R} = \frac{24}{4} = 6\text{ A}.$$

Intensité dans R_1 et R_2 :

$$i_{12} = \frac{U}{R_1 + R_2} = \frac{24}{12} = 2\text{ A}.$$

Intensité dans R_3 :

$$i_3 = \frac{U}{R_3} = \frac{24}{6} = 4\text{ A}.$$

Tensions aux bornes :

$$\left.\begin{aligned} &\text{— de } R_1 : u_1 = R_1 \times i_{12} = 4 \times 2 = 8\text{ V} \\ &\text{— de } R_2 : u_2 = R_2 \times i_{12} = 8 \times 2 = 16\text{ V} \\ &\text{— de } R_3 : \text{tension } U = 24\text{ V}. \end{aligned}\right\} \quad \text{total } U = 24\text{ V}.$$

4e *montage.* — Résistance équivalente : $R = \frac{52}{7}\ \Omega$.

$$\text{Courant principal : } I_4 = \frac{U}{R} = 24 : \frac{52}{7} = \frac{42}{13}\text{ A} \approx 3{,}23\text{ A}.$$

Intensité dans R_1 : $I_4 = \frac{42}{13}$ A.

Tension aux bornes de R_1 :

$$u_1 = R_1 \times I_4 = 4 \times \frac{42}{13} = \frac{168}{13}\text{ V} \approx 12{,}9\text{ V}.$$

Tension restante aux bornes de R_2 et R_3 :

$$24 - \frac{168}{13} = \frac{144}{13}\ \text{V} \approx 11{,}1\ \text{V}.$$

Intensité dans R_2 : $\frac{144}{13} : 8 \approx 1{,}38$ A

Intensité dans R_3 : $\frac{144}{13} : 6 \approx 1{,}85$ A

} total 3,23 A.

5-41. Un courant $I = 23{,}5$ A se partage entre trois dérivations, de résistances respectives : $R_1 = 5\ \Omega$; $R_2 = 4\ \Omega$; $R_3 = 3\ \Omega$. Calculer la tension aux bornes de l'ensemble et l'intensité dans chacune des trois dérivations.

1re *solution.* — La conductance de l'ensemble est :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{12}{60} + \frac{15}{60} + \frac{20}{60} = \frac{47}{60}.$$

La résistance équivalente est : $R = \frac{60}{47}\ \Omega$.

La tension aux bornes de l'ensemble est : $U = R\,I = \frac{60}{47} \times 23{,}5 = 30$ V

Les intensités dans les dérivations sont :

$$i_1 = \frac{U}{R_1} = 30 : 5 = 6 \text{ A}$$

$$i_2 = \frac{U}{R_2} = 30 : 4 = 7{,}5 \text{ A}$$

$$i_3 = \frac{U}{R_3} = 30 : 3 = 10 \text{ A}$$

} Total $6 + 7{,}5 + 10 = 23{,}5$ A.

2e *solution.* — La tension étant la même aux bornes des trois dérivations, on peut écrire :

$$R_1\,i_1 = R_2\,i_2 = R_3\,i_3$$

ou :

$$\frac{i_1}{\frac{1}{R_1}} = \frac{i_2}{\frac{1}{R_2}} = \frac{i_3}{\frac{1}{R_3}} = \frac{i_1 + i_2 + i_3}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{I}{\frac{1}{R}}$$

d'où :

$$i_1 \times \frac{1}{R} = I \times \frac{1}{R_1} \quad \text{ou} \quad i_1 = I \times \frac{R}{R_1} = 23{,}5 \times \frac{60}{47} \times \frac{1}{5} = 6\ \text{A}$$

etc.

5-42. Une batterie de piles fournit un courant total de 9,6 A dans un circuit comportant deux dérivations de résistances $r_1 = 2{,}4\ \Omega$ et $r_2 = 5{,}1\ \Omega$. Calculer l'intensité du courant dans chacune des dérivations.

Réponses : 6,53 A ; 3,07 A.

5-43. Une dynamo dont la différence de potentiel aux bornes est 225 V alimente un circuit composé de deux conducteurs principaux de résistance totale 1,2 Ω sur lesquels sont branchées deux dérivations de 8 Ω et 12 Ω. Calculer :

1° L'intensité du courant fourni par la génératrice ;

2° Les intensités des courants dans les dérivations. (*fig 5-14*)

Réponses : 37,5 A ; 22,5 A ; 15 A.

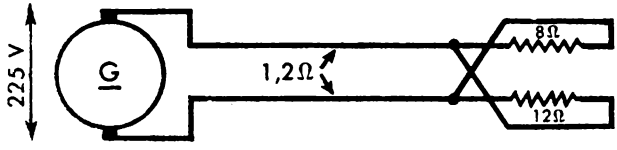


FIG. 5-14.

5-44. Dans le montage de la figure *5-15*, l'ensemble est traversé par un courant de 80 A. On demande de calculer d'après les résistances indiquées sur la figure :

1° la résistance réduite entre *A* et *B* ;

2° la différence de potentiel entre les mêmes points ;

3° les intensités dans les diverses parties du circuit ;

4° les différences de potentiel entre *P* et *B* et entre *M* et *B*.

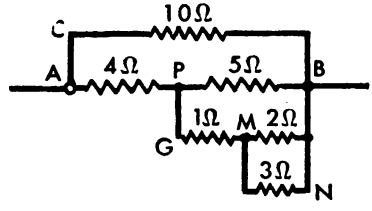


FIG. 5-15.

Réponses : 3,56 Ω ; 285 V ; i_{ACB} = 28,5 A ; i_{AP} = 51,5 A ; i_{PB} = 15,7 A i_{PGM} = 35,6 A ; i_{MB} = 21,5 A ; i_{MNB} = 14,3 A ; U_{PB} = 78,7 V ; U_{MB} = 42,9 V.

5-45. Un réseau alimente trois récepteurs en dérivation. L'intensité fournie par ce réseau est 30 A et les récepteurs ont des résistances de 1,5 Ω, 2 Ω et 1 Ω. On demande de calculer :

1° Sous quelle tension sont placés les récepteurs ;

2° Les intensités des courants qui les traversent.

Réponses : 1° 13,9 V par excès ; 2° 9,2 A, 6,9 A, 13,9 A.

C. CALCUL DES RÉSISTANCES DE PROTECTION ; RHÉOSTATS

5-46. Pour alimenter une lampe de 24 V/60 W, on ne dispose que d'une source de tension de 120 V. Calculer la résistance de protection nécessaire au bon fonctionnement de la lampe (*fig. 5-16*).

Solution. — En fonctionnement normal, la lampe absorbe 60 W sous 24 V, ce qui correspond à une intensité $I = \frac{P}{U} = \frac{60}{24} = 2{,}5$ A.

La résistance de protection R, mise *en série* avec la lampe, doit produire une chute de tension $u = U - U' = 120 - 24 = 96$ V pour une intensité de 2,5 A.

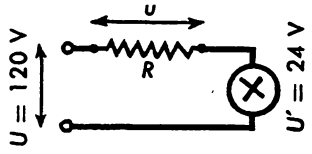


FIG. 5-16.

D'où :

$$R = \frac{u}{I} = \frac{96}{2{,}5} = 38{,}4\ \Omega.$$

(Attention : R doit être de 38,4 Ω, mais doit en outre supporter sans échauffement excessif l'intensité de 2,5 A).

5-47. En marche normale, un moteur consomme 2 kW sous une tension de 125 V : quelle est l'intensité nominale correspondante ? Au démarrage (moteur arrêté, assimilable à une résistance morte $r = 0{,}8\ \Omega$), l'intensité ne doit pas dépasser 1,5 fois l'intensité nominale : calculer la résistance nécessaire pour le rhéostat de démarrage (*fig. 5-17*).

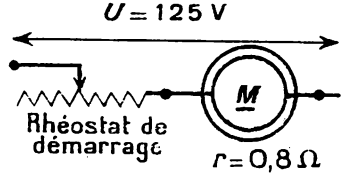


FIG. 5-17.

Solution. — Intensité nominale :

$$I_n = \frac{P}{U} = \frac{2\,000}{125} = 16\ \text{A}.$$

L'intensité à l'instant du démarrage ne doit pas dépasser la valeur

$$I_d = 1{,}5\ I_n = 1{,}5 \times 16 = 24\ \text{A}.$$

La résistance totale du circuit à l'instant du démarrage doit donc être :

$$\frac{U}{I_d} = \frac{125}{24} \approx 5{,}2\ \Omega.$$

La résistance du rhéostat doit donc être de $5{,}2 - 0{,}8 = 4{,}4\ \Omega$.

5-48. La figure *5-18* représente un rhéostat potentiométrique permettant d'alimenter le récepteur de résistance r par une tension réglable de zéro (curseur C en B) au maximum U (curseur C en A). D'après le schéma réduit, calculer l'intensité dans le récepteur r et la tension à ses bornes lorsque C est aux 2/3 de $A\,B$ en partant de A.

Données numériques : $R = 270\ \Omega$; $r = 180\ \Omega$; $U = 120$ V.

Solution. — C étant aux 2/3 de $A\,B$ à partir de A, on a, pour le schéma réduit :

$$R_1 = 270 \times \frac{2}{3} = 180\ \Omega \quad \text{et} \quad R_2 = 270 \times \frac{1}{3} = 90\ \Omega.$$

La conductance équivalente à R_2 et r en parallèle est :

$$\frac{1}{R_2} + \frac{1}{r} = \frac{1}{90} + \frac{1}{180} = \frac{3}{180} = \frac{1}{60}.$$

La résistance équivalente à l'ensemble entre A et B est donc :

$$180 + 60 = 240\ \Omega.$$

Le courant principal est : $I_1 = \dfrac{120}{240} = 0{,}5$ A.

La chute de tension entre A et C est : $R_1 I_1 = 180 \times 0{,}5 = 90$ V.

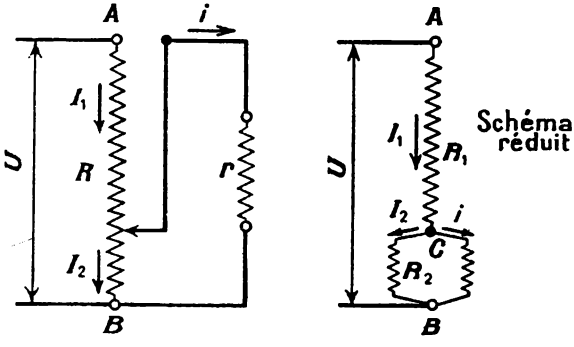


FIG. 5-18.

La tension appliquée au récepteur r est la tension résiduelle entre C et B, soit : $120 - 90 = 30$ V.

L'intensité dans le récepteur est alors :

$$\frac{U_{CB}}{r} = \frac{30}{180} = \frac{1}{6}\ \text{A} \approx 0{,}166\ \text{A}.$$

5-49. Mêmes questions que ci-dessus, le curseur C étant placé au 1/3 de $A\ B$ à partir de A.

Réponses : 0,33 A ; 60 V.

5-50. Calculer la résistance de protection pour une lampe à arc alimentée sous 120 V et dont le régime de fonctionnement normal correspond à 8 A sous 40 V. Quelle sera l'intensité appelée au moment de l'amorçage de l'arc (charbons en court-circuit) ?

Réponses : 10 Ω ; 12 A.

5-51. Calculer le rhéostat de démarrage pour un moteur fonctionnant sous 120 V dont la puissance nominale est de 2,4 kW (puissance mécanique) avec un rendement égal à 0,80. Résistance du moteur arrêté : 1 Ω. L'intensité lors du démarrage ne devra pas excéder la valeur de l'intensité normale.

Réponse : 3,8 Ω.

CHAPITRE 6

ÉLECTROLYSE
FORCE CONTRE-ÉLECTROMOTRICE

Généralités sur l'électrolyse

Il y a *électrolyse* lorsque le passage du courant électrique s'accompagne de *phénomènes chimiques* ou de *transport de matière.*

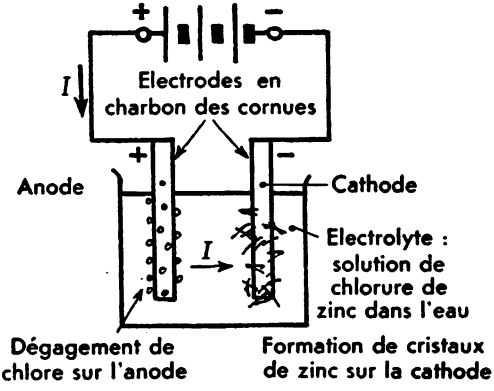


FIG. 6-1.

Les appareils dans lesquels se produit l'électrolyse sont appelés *voltamètres* ou *cuves à électrolyse* ou électrolyseurs (*fig. 6-1* et *6-2*). L'électrode reliée à la borne (+) du générateur est appelée *anode*, l'électrode reliée à la borne (—) est la *cathode.* A l'intérieur du voltamètre, le courant *I* circule, dans le sens conventionnel, *de l'anode à la cathode.*

Les *acides*, les *bases* et les *sels minéraux*, dissous ou fondus, sont des *électrolytes.*

Toutes les considérations d'ordre chimique qui interviennent dans les chapitres 6 et 7 n'ont d'autre objet que de permettre une interprétation simple des phénomènes.

On trouvera, dans les ouvrages spécialisés, des théories modernes qui tiennent compte d'aspects beaucoup plus complexes de la réalité.

Dissociation électrolytique et conduction ionique

Dans les circuits électriques (ou parties de circuits) où ne se produit aucune électrolyse, la conduction est assurée par un mouvement global

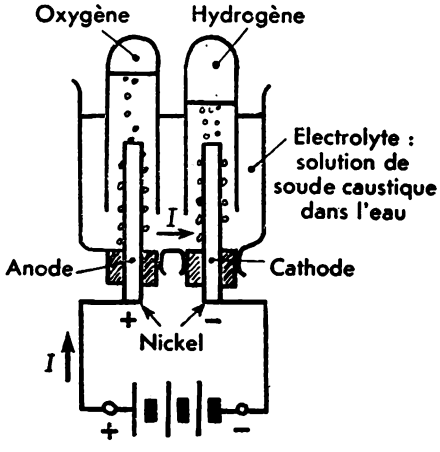


FIG. 6-2.

de charges élémentaires négatives appelées *électrons*, dont la circulation réelle se fait en *sens inverse du sens conventionnel* choisi pour le courant. On a pu mesurer indirectement la charge d'un électron : elle vaut environ $-1{,}6 \times 10^{-19}$ coulomb. L'électron étant un *constituant universel de la matière*, le passage du courant ne modifie absolument pas la nature des conducteurs : il n'y a que substitution d'électrons à d'autres électrons identiques, sans aucun effet chimique ni transport de matière.

Le mécanisme de la conduction électrique est tout autre dans le cas des *électrolytes*.

1° *Du seul fait de la mise en solution dans l'eau* par exemple (ou *de la fusion*) un grand nombre de molécules du composé électrolysable se scindent, chaque molécule dissociée formant deux particules *chargées électriquement*, l'une portant un ou plusieurs électrons excédentaires (*ion négatif* ou *anion*), l'autre chargée positivement par absence du même nombre d'électrons (*ion positif* ou *cation*). Les ions restent également répartis et invisibles au sein du liquide. Il s'établit dans le liquide un *état d'équilibre*, que les chimistes représentent par une écriture conventionnelle :

— pour le chlorure de zinc en solution dans l'eau on écrit :

$$Zn\,Cl_2 \longrightarrow Zn^{++} + 2\,Cl^-\,;$$

— pour la soude caustique en solution dans l'eau on écrit :

$$Na\,OH \longrightarrow Na^+ + OH^-.$$

La dissociation électrolytique obéit aux règles simples suivantes :

— pour les *acides* : l'hydrogène remplaçable par un métal constitue les cations H^+, le reste de la molécule constituant les anions. Exemple :

$$H\,NO_3 \longrightarrow H^+ + NO_3^-$$

— pour les *bases* (ou hydroxydes) et les *sels* : le métal constitue les cations (avec un nombre de charges + égal à la valence du métal dans la molécule), le reste de la molécule constituant les anions (avec le même nombre de charges négatives).

REMARQUE. — On retrouve facilement la valence du métal lorsqu'on connaît la formule du sel électrolysé, en remontant à la formule de l'acide dont il dérive.

EXEMPLE : le sulfate de cuivre $Cu\,SO_4$ dérive de l'acide sulfurique H_2SO_4 ; l'hydrogène étant par définition monovalent, la dissociation de

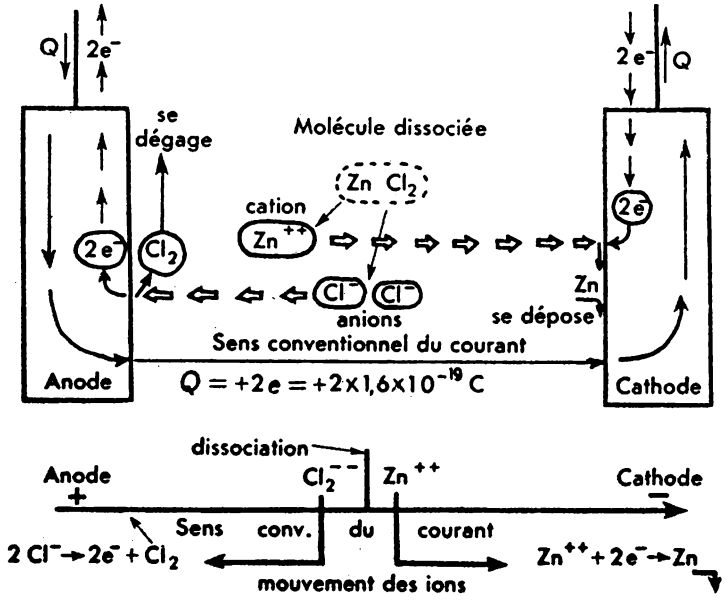


FIG. 6-3.

l'acide donne deux cations H^+, donc un anion SO_4^{--} ; de même la dissociation de $Cu\,SO_4$ donne un anion SO_4^{--} et un cation Cu^{++} : le cuivre est bivalent.

2° Lorsqu'on relie les électrodes du voltamètre aux bornes d'un générateur, des actions électriques provoquent la *séparation des ions* (*fig. 6-3*) :

a) les *cations* sont attirés par la cathode ; à son contact, chaque cation reçoit le nombre d'électrons suffisant pour annuler sa charge positive ; il devient un atome de métal (ou d'hydrogène), qui se dépose sur la cathode, ou réagit sur les corps qui l'entourent ;

b) les *anions* sont attirés par l'anode ; à son contact, chaque anion, abandonnant son ou ses électrons excédentaires, devient un groupement d'atomes et, suivant le cas, se dépose ou se dégage, ou entre en réaction avec les corps en sa présence.

La migration des ions, dans les deux sens, assure donc globalement un *transfert d'électrons* de la cathode vers l'anode, et en même temps un *transport de matière* au sein de l'électrolyte ; de plus, du *point de vue chimique*, il se produit une « *décomposition* » de l'électrolyte, et éventuellement des *réactions chimiques secondaires* (1).

Aspect qualitatif de l'électrolyse

Si l'on envisage le bilan chimique de l'électrolyse, on peut distinguer les trois cas suivants :

1er *cas* : *on recueille sur les électrodes les composants de l'électrolyte.*

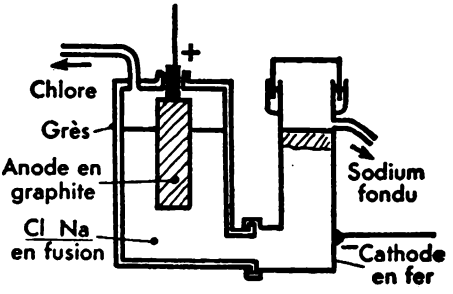
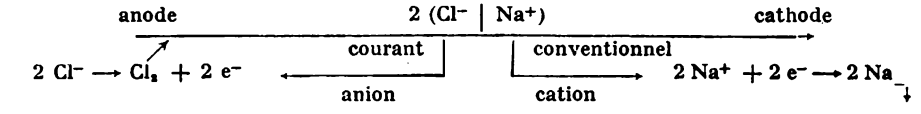


FIG. 6-4.

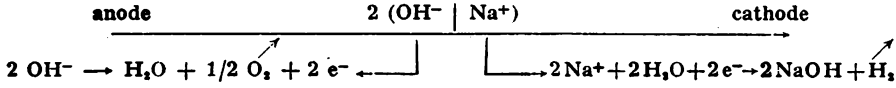
L'électrolyse du chlorure de zinc (*fig. 6-1*) en est un exemple. De même l'électrolyse du chlorure de sodium fondu, avec anode en graphite et cathode en fer à l'abri de l'air, donne du chlore gazeux et du sodium fondu (*fig. 6-4*).



(*1*) Le terme « réactions secondaires » est impropre, et ne doit pas être pris dans le sens de « réactions se produisant *après* l'électrolyse principale » : il s'agit de réactions entre les ions de l'électrolyte d'une part, et les ions fournis par les électrodes ou par le solvant d'autre part (l'eau est faiblement ionisée en H^+ et OH^-), et toutes les réactions ioniques et migrations d'ions se produisent simultanément dans l'électrolyse.

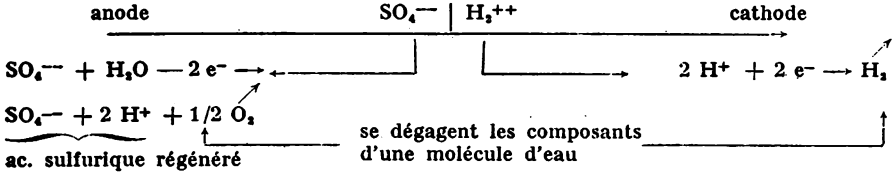
2e *cas* : *on recueille sur les électrodes des produits de « réactions secondaires ».*

a) Electrolyse de la *soude caustique* en solution dans l'eau, avec électrodes en nickel (*fig. 6-2*).

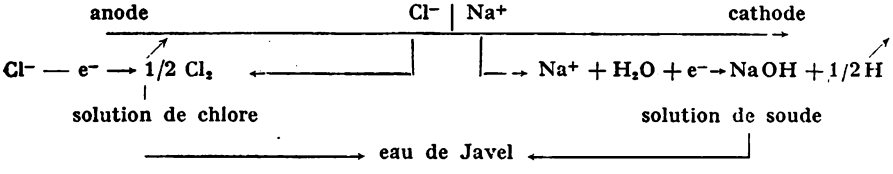


La soude est régénérée. Une molécule d'eau disparaît, et on en recueille les constituants sur les électrodes (oxygène et hydrogène gazeux).

b) Electrolyse de l'*acide sulfurique* en solution dans l'eau, avec électrodes en platine.



c) Electrolyse du *chlorure de sodium* en solution dans l'eau, avec électrodes en fer ou en charbon des cornues.



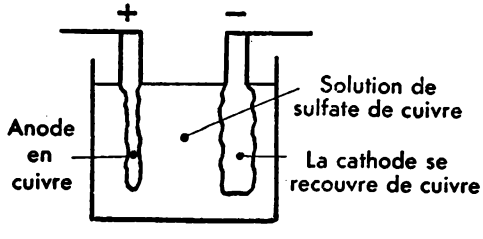
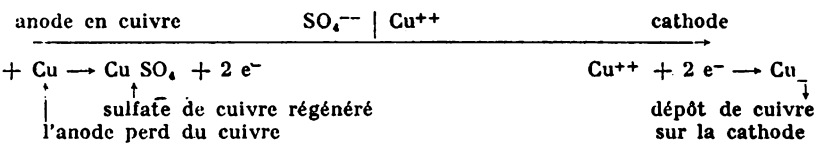


FIG. 6-5.

3e *cas* : *il y a simplement transport de métal de l'anode à la cathode* (électrolyse dite *à anode soluble*).

EXEMPLE : électrolyse du *sulfate de cuivre*, avec *anode en cuivre* (*fig. 6-5*).


anode en cuivre
SO_4^{--} | Cu^{++}
cathode
SO_4^{--} + Cu → Cu SO_4 + 2 e^-
Cu^{++} + 2 e^- → Cu
sulfate de cuivre régénéré
l'anode perd du cuivre
dépôt de cuivre
sur la cathode

Ce dernier type d'électrolyse a de nombreuses applications industrielles : affinage des métaux, dépôts superficiels sur pièces métalliques, dépôts massifs dans des moules.

REMARQUE. — Quel que soit l'électrolyte, la décomposition électrolytique fait toujours apparaître à la cathode de l'*hydrogène* ou un *métal*, et la quantité d'électricité transportée correspond aux charges électriques que portent l'hydrogène ou le métal dans l'ionisation.

Aspect quantitatif de l'électrolyse

1° La quantité d'électrolyte décomposé et la quantité de produits apparus dans l'électolyse sont *proportionnelles à la quantité d'électricité* qui a traversé la cuve.

2° Une même quantité d'électricité libère à la cathode le même nombre de *valence-grammes* de tout *métal* (ou d'*hydrogène*).

$$\text{Valence-gramme d'un métal} = \frac{\text{Masse atomique du métal}}{\text{Valence du métal dans l'électrolyte}} = \frac{A}{n}$$

On a vu qu'un atome de métal ionisé porte une charge ne. Or la masse atomique du métal est la masse de N atomes [N (nombre d'Avogadro) $= 6{,}02 \times 10^{23}$ (environ)], qui portent à l'état ionisé une charge $N\,n\,e$. A une valence-gramme de métal libérée par électrolyse correspond donc le passage d'une quantité d'électricité égale à $(N\,n\,e)/n = N\,e$, soit une quantité constante égale à $1{,}602 \times 10^{-19} \times 6{,}024 \times 10^{23}$, soit 96 500 coulombs (nombre connu à $\pm$ 10 coulombs près).

La masse de métal (ou d'hydrogène) libérée par électrolyse est donc : (avec m et A en grammes)

$$m = \frac{A}{n} \times \frac{Q}{96\,500}$$

ou :

$$m = \frac{A}{n} \times \frac{I\,t}{96\,500}$$

I = intensité en ampères ;

t = temps en secondes ;

Q = quantité d'électricité en coulombs.

Aspect énergétique de l'électrolyse

1° Dans *toute électrolyse*, le passage du courant s'accompagne d'un dégagement de *chaleur*, par effet Joule dû à la résistance de la cuve (variable avec l'électrolyte, avec sa concentration et sa température, avec les dimensions de la cuve et des électrodes) ; la puissance électrique consommée de ce fait est donnée par la formule :

$$P_J = r\,I^2$$

(r = résistance entre électrodes).

2° Lorsque l'électrolyse aboutit à la formation de *produits différents de l'électrolyte et des électrodes*, une certaine puissance électrique P' est consommée de ce fait.

Par définition, le quotient P'/I est appelé *force contre-électromotrice* de la cuve (cette grandeur s'exprime en *volts*).

$$E' = \frac{P'}{I} \qquad\qquad P' = E'I$$

W V A

La force contre-électromotrice (en abrégé F.C.E.M.) est une *constante caractéristique de chaque électrolyse* (elle ne dépend que de la nature de l'électrolyte et des électrodes).

Remarque. — Dans les électrolyses à anode soluble, avec cathode de même métal que l'anode, il n'apparaît aucun produit nouveau : *il n'y a pas de F.C.E.M.*, et la cuve est *équivalente à une résistance pure.*

Différence de potentiel aux bornes d'une cuve à l'électrolyse

Si U est la différence de potentiel aux bornes de la cuve, et I l'intensité du courant débité, la puissance électrique totale consommée est $P = U\,I$.

Cette puissance électrique est transformée en partie sous forme chimique, en partie sous forme calorifique. Le principe de la conservation de l'énergie (et de la puissance) donne :

$$P = P' + P_J$$

ou :

$$U\,I = E'\,I + r\,I^2 ;$$

d'où, en divisant par I :

$$U = E' + r\,I$$

V V Ω A

Exemple (*fig. 6-6*) : $U = 1{,}7 + 2 \times 1{,}5 = 4{,}7$ V.

Une cuve à électrolyse (F.C.E.M. E', résistance r), soumise à une différence de potentiel U, est traversée par un courant :

$$I = \frac{U - E'}{r}$$

A — V — Ω

Le courant ne peut circuler (et l'électrolyse se produire réellement) que si $U > E'$.

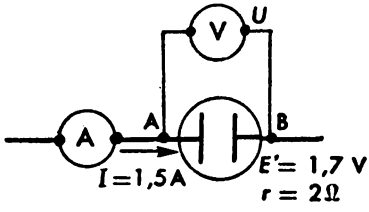


FIG. 6-6.

REMARQUE. — **Les cuves à électrolyse à anode soluble n'ayant pas de F.C.E.M., on peut leur appliquer les formules valables pour les résistances pures (loi d'Ohm).**

Applications

6-1. Quelle est l'épaisseur d'une couche uniforme de nickel déposée en trois heures par un courant de 12 A sur une cathode de 30 dm² ? On donne pour le nickel : masse atomique 58,7 g, valence 2, masse volumique 8,5 g/cm³.

Solution. — La masse de nickel déposée sur la cathode est :

$$m = \frac{A}{n} \times \frac{I\,t}{96\,500} = \frac{58{,}7}{2} \times \frac{12 \times 3 \times 3\,600}{96\,500} = 39{,}5 \text{ g.}$$

Le volume de la couche est :

$$\frac{39{,}5}{8{,}5} = 4{,}66 \text{ cm}^3.$$

Son épaisseur est de :

$$\frac{4{,}66}{3\,000} = 1{,}55 \times 10^{-3} \text{ cm ou } 0{,}015\,5 \text{ mm ou } 15{,}5\ \mu$$

6-2. Calculer le temps nécessaire pour que, dans l'électrolyse de l'eau acidulée par l'acide sulfurique, un courant de 0,80 A libère un volume total de 16,8 cm³ de gaz (mesuré dans les conditions normales de température et de dression).

Solution. — L'électrolyse aboutit ici à faire dégager de l'hydrogène à la cathode et de l'oxygène à l'anode. Pour 1 mole H_2SO_4 décomposée électrolytiquement, on trouve :

— à la cathode : $2\,H^+ + 2\,e^- \longrightarrow H_2$ (une mole d'hydrogène) ;
— à l'anode : $SO_4^{--} + H_2O \longrightarrow H_2SO_4 + 2\,e^- + 1/2\,O_2$ (une demi-mole).

L'hydrogène servant à la définition de la valence des métaux, sa valence est l'unité, et la valence-gramme de l'hydrogène est égale à 1 g.

Donc 96 500 coulombs libèrent 1 g, soit 1/2 mole d'hydrogène ; et, en même temps, 1/4 mole d'oxygène ; soit un volume gazeux total (dans les conditions normales) de : $22\,400 \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) = 16\,800$ cm³.

Le volume de 16,8 cm³ est donc donné par le passage de 96,5 coulombs. Le temps nécessaire est :

$$\frac{96{,}5}{0{,}8} = 120{,}6 \text{ s} \approx 2 \text{ mn}.$$

6-3. On mesure la différence de potentiel aux bornes U et l'intensité I du courant qui traverse une cuve à électrolyse à électrodes en charbon, contenant une solution étendue d'acide sulfurique. On dispose d'un réglage extérieur, qui permet de relever deux groupes de mesures : ($U_1 = 3{,}05$ V ; $I_1 = 0{,}25$ A) et ($U_2 = 4{,}70$ V ; $I_2 = 1$ A).

1° D'après ces mesures, déterminer la force contre-électromotrice et la résistance intérieure de la cuve ;

2° On règle l'intensité à 0,80 A ; quelle est alors la différence de potentiel aux bornes?

3° Déterminer dans ce dernier cas la puissance électrique consommée, et sa répartition dans la cuve à électrolyse.

Solution. — 1° En écrivant pour les deux groupes de mesures la formule $U = E' + r\,I$, on obtient deux équations :

$$3{,}05 = E' + 0{,}25\,r \qquad (1)$$

$$4{,}70 = E' + r \qquad (2)$$

La résolution de ce système donne :

— par soustraction : $1{,}65 = 0{,}75\,r$;

$$r = 2{,}2 \text{ ohms}$$

D'où :

— par remplacement de r dans l'équation (2).

$$E' = 2{,}5 \text{ volts}$$

2° Pour $I = 0{,}8$ A, la même formule donne :

$$U = E' + r\,I = 2{,}5 + 2{,}2 \times 0{,}8 = 2{,}5 + 1{,}76$$

ou :

$$U = 4{,}26 \text{ volts}$$

3° En multipliant les termes de la formule par I, on retrouve la formule exprimant la répartition de la puissance électrique : $U\,I = E'\,I + r\,I^2$

— puissance électrique totale consommée :

$$U\,I = 4{,}26 \times 0{,}8 = 3{,}41 \text{ W}$$

— puissance consommée sous forme chimique :

$$E'\,I = 2{,}5 \times 0{,}8 = 2 \text{ W}$$

— puissance consommée sous forme calorifique :

$$r\,I^2 = 2{,}2 \times 0{,}64 = 1{,}41 \text{ W}$$

6-4. Calculer l'intensité d'un courant qui dépose, par électrolyse, 3,6 g de nickel en 45 mn. (On donne pour le nickel : $A = 58,7$ g ; $n = 2$; masse volumique 8,5 g/cm³ soit 8500 kg/m³).

Réponse : 4,4 A.

6-5. Quelle est la masse d'argent déposée par seconde par un courant de 1 A traversant une cuve à nitrate d'argent? (ancienne définition légale de l'ampère). Données : masse atomique de l'argent : 107,880 ; valence : 1.

Réponse : 1,118 mg.

6-6. Quelle densité de courant, exprimée en ampères par décimètre carré de cathode, faut-il pour déposer une couche de 0,05 mm d'argent en une heure? ($A = 108$ g ; $n = 1$; $\mu = 10,5$ g/cm³).

Réponse : 1,3 A/dm².

6-7. Une cuve à électrolyse pour la préparation de l'aluminium à partir de la bauxite est traversée par un courant de 5 000 A fourni sous la tension 10 V.

1° Calculer la production horaire de la cuve.

2° Exprimer la dépense d'énergie en kilowatt heure par kg d'aluminium produit.

Données pour l'aluminium : $A = 27$ g ; $n = 3$; $\mu = 2,6$ g/cm³.

Réponses : 1,68 kg ; 29,8 kWh.

CHAPITRE 7

PILES ET ACCUMULATEURS

A. — PILES HYDRO-ÉLECTRIQUES

Le premier générateur de courant électrique, construit par VOLTA en 1800, consistait en un « *empilement* » de disques alternés de cuivre et de zinc,

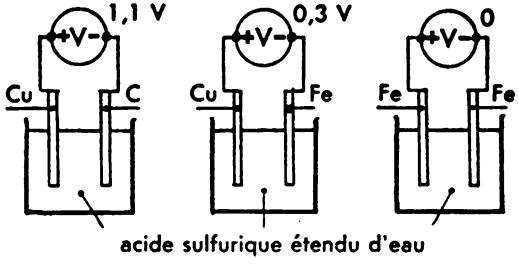


FIG. 7-1.

séparés par des rondelles de feutre imbibées d'acide sulfurique étendu d'eau. On a conservé le nom de *pile* à un élément comportant *deux électrodes différentes* baignant dans un *électrolyte* (*fig. 7-1*).

Etude qualitative des piles

1° Force électromotrice d'un élément de pile.

Dans une cuve contenant de l'acide sulfurique étendu, on plonge une lame de cuivre et une lame de zinc (préalablement amalgamée au mercure pour empêcher l'attaque spontanée du zinc par l'acide). Un voltmètre monté entre les électrodes indique une D.D.P. voisine de 1 V : c'est la *force électromotrice* de la pile (en abrégé F.E.M.). Le cuivre est le pôle positif, le zinc le pôle négatif.

2° Polarisation et dépolarisation.

Si la pile fournit un courant (*fig. 7-2*), on constate que l'intensité diminue très rapidement ; courant coupé, on constate que la F.E.M. est devenue beaucoup plus faible, et qu'elle ne remonte que très lentement à sa valeur initiale. La baisse de la F.E.M. et du courant est due à la formation d'hydrogène sur l'électrode positive (il y a *polarisation* de la cuve).

(+) Cuivre (courant) $2\,H^+$ | SO (—) Zinc

$2\,H^+ + 2\,e^- \longrightarrow H_2$ ← ; → $SO_4^{--} + Zn \longrightarrow Zn\,SO_4 + 2\,e^-$

Pour maintenir constants la F.E.M. de la pile et le courant qu'elle débite dans le circuit extérieur, il faut ajouter à l'électrolyte de la pile une substance avide d'hydrogène, qu'on appelle le *dépolarisant* (bichromate de potassium $K_2Cr_2O_7$, eau oxygénée H_2O_2, etc.).

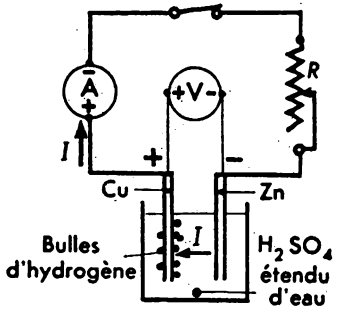


Fig. 7-2.

3° Une pile usuelle à dépolarisant solide : la pile Leclanché (*fig. 7-3*).

L'électrolyte est une solution à 20 % de chlorure d'ammonium dans l'eau ; l'électrode négative est en zinc amalgamé, l'électrode positive est en charbon des cornues ; le dépolarisant est du bioxyde de manganèse $Mn\,O_2$ pulvérulent, tassé dans un sac de toile autour de l'électrode en charbon.

(+) C $2\,(NH_4^+$ | $Cl^-)$ (—) Zn

$2\,NH_4^+ + 2\,e^- \longrightarrow 2\,NH_3 + H_2$ ← ; → $2\,Cl^- + Zn \longrightarrow Zn\,Cl_2 + 2\,e^-$

$2\,Mn\,O_2 + H_2 \longrightarrow H_2O + Mn_2\,O_3$

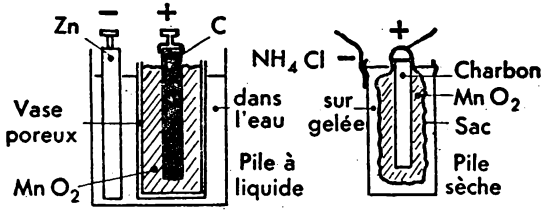
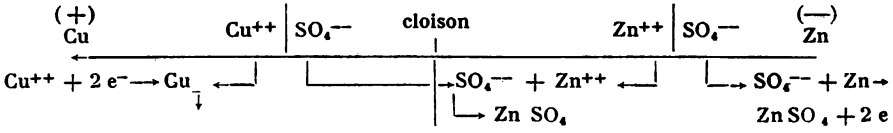


Fig. 7-3.

4° Une pile impolarisable : la pile Daniell (*fig. 7-4*).

Le pôle positif est une tige de cuivre baignant dans une solution concentrée de sulfate de cuivre, contenue dans un vase poreux, lequel baigne

dans une solution de sulfate de zinc où plonge une lame de zinc constituant le pôle négatif.



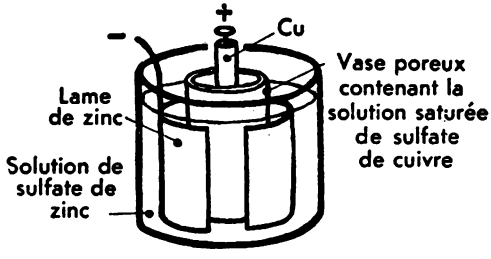


FIG. 7-4.

Les réactions d'électrolyse ne font pas apparaître d'hydrogène : la pile ne se polarise pas.

Formules applicables aux piles

1° *Force électromotrice.* C'est la D.D.P. aux bornes *en circuit ouvert* elle ne dépend que de la nature des électrodes et de l'électrolyte.

Dans les piles impolarisables, elle est rigoureusement constante.

EXEMPLES : pile Daniell ($E = 1{,}08$ V) ; pile étalon Weston (Pt⁻/amalgame de cadmium/solution de Cd SO_4/pâte de Hg SO_4/Hg/Pt⁺ : $E = 1{,}018$ V).

Dans les piles à dépolarisant, la F.E.M. peut être considérée comme constante si le courant débité reste assez faible pour que la dépolarisation soit immédiate et continue.

EXEMPLES : pile au bichromate ($E = 1{,}8$ V) ; pile Leclanché ($E = 1{,}5$ V).

2° *Résistance intérieure.* Elle dépend des dimensions de la cuve et des électrodes, ainsi que de la concentration des liquides. Elle peut être considérée comme constante pour un élément donné.

3° *Différence de potentiel aux bornes en débit.* Lorsque la pile est traversée par le courant d'intensité I qu'elle débite dans le circuit extérieur, sa résistance intérieure produit une chute de tension égale à $r\,I$. La différence de potentiel aux bornes est plus faible qu'en circuit ouvert.

$$U = E - r\,I \qquad (1)$$

EXEMPLE (*fig. 7-5*) : $U = 1{,}8 - 0{,}3 \times 2 = 1{,}2$ V.

De la formule (1) on tire : $E = U + r\,I$. Si le circuit extérieur est une résistance pure R, on peut écrire : $U = R\,I$; d'où : $E = R\,I + r\,I$. On a donc pour l'ensemble du circuit :

$$E = (R + r)\,I \qquad (2)$$

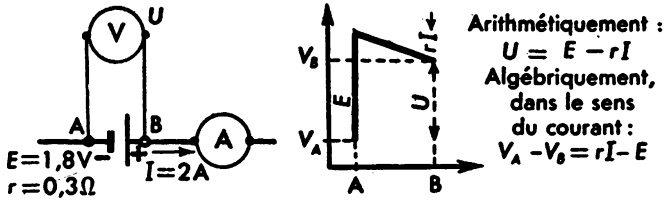


FIG. 7-5.

EXEMPLE (*fig. 7-6*) : On a : $1{,}5 = (3 + r) \times 0{,}3$. D'où $3 + r = 5$ et $r = 2\ \Omega$.

4° *Intensité débitée.* Elle dépend du circuit extérieur. Si celui-ci peut être réduit à une résistance pure R, la formule (2) donne :

$$I = \frac{E}{R + r}$$

Si on met les bornes de la pile en court-circuit ($R = 0$), la pile débite un courant $I_{cc} = E/r$. Ce courant est trop intense pour un bon fonctionnement de la pile. Le constructeur indique généralement le régime ou débit normal de la pile (intensité nominale $I_n < I_{cc}$).

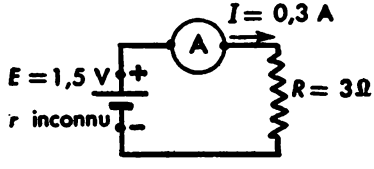


FIG. 7-6.

5° *Puissance.* En multipliant par I tous les termes de la formule (1) uo a :

puissance perdue en chaleur dans la pile

puissance électrique fournie au circuit extérieur ou puissance utile — $U\,I = E\,I - r\,I^2$

puissance électrique totale fournie par les réactions chimiques.

6° *Rendement.* C'est le quotient de la puissance électrique utile par la puissance électrique totale fournie par les réactions chimiques.

$$\eta = \frac{U\,I}{E\,I} = \frac{U}{E}$$

7° *Capacité.* C'est la quantité d'électricité que peut fournir la pile jusqu'à épuisement de l'un des corps en présence. Dans les exemples ci-dessus, on voit que l'électrode négative perd du zinc, à raison de un atome de zinc pour un transfert de deux électrons, soit une valence-gramme de zinc (65,4 : 2 = 32,7 g) pour 96 500 C : pour que la capacité soit de un ampère-heure, il faut que l'électrode en zinc puisse perdre $\frac{32{,}7 \times 3\,600}{96\,500}$ ou 12,2 g.

Applications

7-1. Une pile (E = 1,50 V ; r = 1,2 Ω) débite un courant de 200 mA dans un circuit extérieur. Calculer la différence de potentiel aux bornes de la pile. Quelle puissance électrique totale fournit-elle? Quelle est la répartition de cette puissance?

Solution. — La D.D.P. aux bornes en débit est donnée par la formule :

$$U = E - r\,I = 1{,}5 - 1{,}2 \times 0{,}2 = 1{,}5 - 0{,}24 = 1{,}26 \text{ V.}$$

La pile fournit une puissance électrique totale : $E\,I = 1{,}5 \times 0{,}2 = 0{,}30$ W

La puissance électrique perdue en chaleur dans la pile est :

$$r\,I^2 = 1{,}2 \times 0{,}04 = 0{,}048 \text{ W.}$$

La puissance utile (consommée par le circuit extérieur) est :

$$U\,I = 1{,}26 \times 0{,}2 = 0{,}252 \text{ W.}$$

La conservation de la puissance est vérifiée : 0,048 + 0,252 = 0,300 W.

7-2. Une pile à liquide, dont la F.E.M. et la résistance intérieure sont inconnues, alimente un circuit extérieur de résistance R réglable. On mesure la D.D.P. aux bornes U et le courant I pour deux valeurs différentes de R. On relève dans le premier cas U = 1,2 V pour I = 1,5 A ; dans le deuxième cas U = 1 V pour I = 2 A. Calculer la F.E.M. et la résistance intérieure de la pile. Quelle serait l'intensité du courant si l'on mettait les bornes de la pile en court-circuit?

Solution. — En remplaçant dans la formule $U = E - r\,I$ les lettres U et I par leurs valeurs successives, on obtient le système d'équations :

$$1{,}2 = E - 1{,}5\,r$$

$$1 = E - 2\,r$$

D'où :

$$E = 1{,}2 + 1{,}5\,r$$

et :

$$E = 1 + 2\,r$$

En égalant les deux expressions de E, il vient :

$$1{,}2 + 1{,}5\,r = 1 + 2\,r$$

d'où :

$$0{,}2 = 0{,}5\,r \qquad \text{et} \qquad r = 0{,}2 : 0{,}5 = 0{,}4 \text{ ohm.}$$

On porte dans l'une des équations :

$$E = 1 + 0{,}8 = 1{,}8 \text{ V}$$

Mise en court-circuit, la pile débite :

$$I_{cc} = \frac{E}{r} = \frac{1{,}8}{0{,}4} = 4{,}5 \text{ A.}$$

7-3. On fait débiter une pile ($E = 1{,}8$ V ; $r = 0{,}6$ Ω) dans une résistance réglable R. On donne successivement à R des valeurs donnant à l'intensité I du courant débité les valeurs : 0,5 ; 1 ; 1,5 ; etc., jusqu'à la valeur I_{cc} de court-circuit. Etablir par valeurs numériques les courbes représentant, en fonction de l'intensité I, les variations de la D.D.P. aux bornes de la pile, de la puissance utile qu'elle fournit au circuit extérieur, et du rendement.

Solution. — Connaissant E, r et I, on calculera la D.D.P. aux bornes par la formule $U = E - r\,I$; puis on calculera la puissance utile $P = U\,I$ et le rendement $\eta = \frac{U}{E}$. On groupe les calculs en tableau :

I (A)	$r\,I$ (V)	$U = E - rI$	P (W) $= U\,I$	$\eta = \frac{U}{E}$
0	0	1,8	0	
0,5	0,3	1,5	0,75	0,833
1	0,6	1,2	1,2	0,666
1,5	0,9	0,9	1,35	0,500
2	1,2	0,6	1,2	0,333
2,5	1,5	0,3	0,75	0,166
3	1,8	0	0	0

On remarque que le rendement 0,5 (ou 50 %) correspond au maximum de la puissance utile fournie par la pile ; on a alors :

$$U = \frac{E}{2}$$

Les courbes représentatives sont : une droite pour la fonction $U = f(I$ qui est de la forme $y = a\,x + b$, et une parabole pour la fonction $P = f(I$ qui est de la forme $Y = a\,x^2 + b\,x$ ($P = -r\,I^2 + E\,I$).

Le rendement $\eta = \dfrac{U}{E} = \dfrac{E - r\,I}{E} = 1 - \dfrac{r}{E}\,I$ est une fonction de la forme $y = a\,x + b$ et ses variations sont représentées par une droite. *(fig. 7-7).*

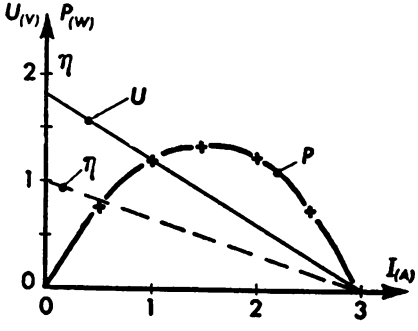


FIG. 7-7.

7-4. Un élément Leclanché dont la F.E.M. est de 1,5 V est monté en série avec une résistance étalonnée de 0,6 Ω et un ampèremètre dont la résistance propre est de 0,8 Ω. L'ampèremètre indique alors une intensité de 0,5 A. Calculer la résistance intérieure de la pile, et la différence de potentiel entre ses bornes. Quelle est la puissance électrique totale fournie par la pile? Quelle est sa répartition dans les différentes parties du circuit?

Réponses : 1,6 ohm ; 0,70 volt ; 0,75 watt (0,40 + 0,15 + 0,20).

7-5. On monte en série une pile à liquide, un ampèremètre de résistance 0,8 Ω et une résistance étalonnée R. Pour $R = 1{,}2$ Ω, on lit 0,5 A ; pour $R = 0$ on lit 1,1 A. Calculer la F.E.M. et la résistance intérieure de la pile.

Réponses : 1,1 volt ; 0,2 ohm.

7-6. Aux bornes d'une pile on branche un milliampèremètre dont la résistance propre est de 20 Ω : il indique alors 50 mA. En parallèle avec le milliampèremètre, on place une résistance de 10 Ω : le milliampèremètre indique alors 42 mA. Calculer la F.E.M. et la résistance intérieure de la pile

Réponses : 1,1 volt ; 2.1 ohms.

Groupement des éléments de piles

1° Groupement en tension ou en série (*fig. 7-8*).

Propriétés. — *a*) La force électromotrice E de la batterie est égale à la somme des forces électromotrices des éléments.

Si la batterie comprend n éléments identiques, on a :

$$E = n \times e.$$

b) La résistance de la batterie est égale à la somme des résistances des éléments.

Si la batterie comprend n éléments identiques de résistance r, et si R est la résistance extérieure, la résistance totale est $n\,r + R$, et d'après la loi d'Ohm, on peut écrire :

$$I = \frac{n\,e}{n\,r + R}.$$

7-7. Trouver l'intensité du courant fourni par une batterie de 10 éléments Leclanché en série (*fig. 7-8*) :

1° dans une résistance extérieure de 30 Ω ;

2° dans une résistance extérieure de 0,1 Ω. On examinera dans chaque cas l'intensité que fournirait un seul élément dans les mêmes résistances extérieures ($e = 1{,}50$ V et $r = 0{,}8$ Ω).

Solution. — 1° *Résistance extérieure de* 30 Ω. — Avec dix éléments :

$$I = \frac{n\,e}{n\,r + R} = \frac{10 \times 1{,}5}{10 \times 0{,}8 + 30} = \frac{15}{38} = 0{,}39 \text{ A}.$$

Dans le cas d'un seul élément, on a :

$$i = \frac{1{,}5}{0{,}8 + 30} = 0{,}048 \text{ A}.$$

soit une intensité environ huit fois moindre.

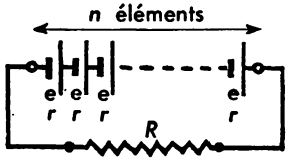


FIG. 7-8.

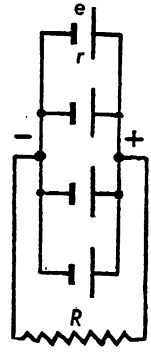


FIG. 7-9.

2° *Résistance extérieure de* 0,1 Ω. — Avec dix éléments :

$$I = \frac{15}{8 + 0{,}1} = \frac{15}{8{,}1} = 1{,}85 \text{ A}.$$

Avec un élément :

$$i = \frac{1{,}5}{0{,}8 + 0{,}1} = \frac{1{,}5}{0{,}9} = 1{,}66 \text{ A}.$$

Dans ce cas les deux intensités sont peu différentes.

REMARQUE. — Ces exemples numériques montrent que *le groupement des éléments en série est surtout avantageux avec les fortes résistances extérieures.*

2° Groupement en parallèle, en quantité, en dérivation ou en surface (*fig. 7-9*).

Propriétés. — Tous les éléments étant supposés identiques :

a) La force électromotrice de la batterie est la même que celle d'un seul élément : $E = e$.

b) La résistance de la batterie est égale à celle d'un élément divisée par le nombre des éléments, et par suite est donnée par la formule r/n.

D'après la loi d'Ohm, l'intensité du courant fourni dans une résistance extérieure R est :

$$I = \frac{e}{\frac{r}{n} + R} \quad \text{ou} \quad I = \frac{e}{\frac{r + Rn}{n}} = \frac{ne}{r + Rn}.$$

7-8. La batterie précédente (ex. 7-7) ayant ses dix éléments montés en parallèle donne les intensités suivantes :

Solution. — 1° Résistance extérieure de 30 Ω.

$$I = \frac{1{,}5}{\frac{0{,}8}{10} + 30} = \frac{1{,}5}{30{,}08} = 0{,}05 \text{ A environ.}$$

2° Résistance extérieure de 0,1 Ω :

$$I = \frac{1{,}5}{\frac{0{,}8}{10} + 0{,}1} = \frac{1{,}5}{0{,}18} = 8{,}33 \text{ A.}$$

Le groupement en dérivation est donc avantageux pour les faibles résistances extérieures.

3° Groupement mixte.

Les dix éléments des exercices précédents peuvent être groupés en outre de la manière suivante :

a) Deux séries de cinq éléments en tension montées en parallèle ;

b) Cinq séries de deux éléments en tension montées en parallèle ; on a ainsi deux groupements mixtes (*fig. 7-10* et *7-11*).

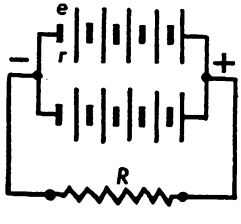


FIG. 7-10.

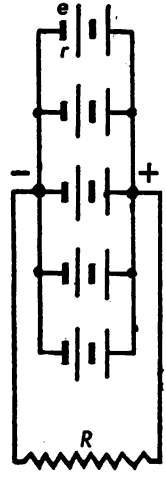


FIG. 7-11.

7-9. Avec la batterie de dix éléments en couplage mixte (5 × 2), quelle intensité obtiendra-t-on dans une résistance extérieure de 30 Ω ?

Solution. — La force électromotrice de la batterie est égale à celle d'un groupe, soit : $5\,e$ (*fig. 7-10*).

La résistance d'un groupe étant $5\,r$, celle des deux groupes en parallèle est : $\frac{5r}{2}$.

D'après la loi d'Ohm, on peut écrire :

$$I = \frac{5\,e}{\frac{5\,r}{2} + R} = \frac{7{,}5}{2 + 30} = \frac{7{,}5}{32} = 0{,}234 \text{ A.}$$

Même question avec le couplage mixte (2 × 5), la résistance extérieure étant 0,1 Ω.

Solution. — La force électromotrice de la batterie est égale à celle d'un groupe, soit : $2\,e$ (*fig. 7-11*).

La résistance d'un groupe étant $2\,r$, celle des cinq groupes en parallèle est : $\frac{2\,r}{5}$. Par suite :

$$I = \frac{2\,e}{\frac{2\,r}{5} + R} = \frac{3}{\frac{1{,}6}{5} + 0{,}1} = \frac{3}{0{,}42} = 7{,}14 \text{ A.}$$

REMARQUE. — Les exercices 7-7, 7-8, 7-9, montrent que dans le cas de *fortes résistances extérieures*, l'intensité la plus grande est obtenue avec le *couplage série*, et que, dans le cas de *faibles résistances extérieures*, c'est le *couplage en dérivation* qui fournit le courant le plus intense.

Applications

7-10. On dispose de six éléments Leclanché (constantes d'un élément : $e = 1{,}45$ V et $r = 1{,}2$ Ω) pour actionner une sonnerie de résistance 7 Ω montée sur une ligne dont la résistance est 3 Ω. Quel est le couplage à adopter pour obtenir l'intensité maximale ?

Solution. — La résistance totale extérieure $7\,\Omega + 3\,\Omega = 10\,\Omega$ montre que seuls les montages en série, ou mixtes formés de deux groupes parallèles de trois éléments sont à essayer.

1° Montage série :

$$I = \frac{n\,e}{n\,r + R} = \frac{6 \times 1{,}45}{1{,}2 \times 6 + 10} = \frac{8{,}70}{17{,}2} = 0{,}50 \text{ A par défaut.}$$

2° Montage mixte (3 × 2) :

$$I = \frac{3 \times 1{,}45}{\frac{1{,}2 \times 3}{2} + 10} = \frac{4{,}35}{11{,}8} = 0{,}37 \text{ A.}$$

Le montage série est donc indiqué.

7-11. Une pile de dix éléments Bunsen sert à exciter un électro-aimant. Les dix éléments forment deux groupes en dérivation de chacun cinq éléments réunis en tension. La force électromotrice d'un élément est de 1,9 V et sa résistance est 0,8 Ω. Si l'on suppose que les spires de l'électro-aimant présentent

une résistance de 12 Ω et chacun des deux fils de ligne une résistance de 1,5 Ω on demande de calculer :

1° L'intensité du courant fourni par la pile ;

2° La puissance électrique (*P* totale et *P* utile) ;

3° La quantité d'électricité fournie en dix minutes ;

4° La quantité de chaleur en calories qui se dégage dans les bobines pendant dix minutes, sachant que 4,18 J produisent une calorie.

Solution. — 1° La force électromotrice de la batterie est :

$$1{,}9 \times 5 = 9{,}5 \text{ V}.$$

La résistance totale est égale à $\frac{0{,}8 \times 5}{2} + 12 + 1{,}5 \times 2$.

Ou à :

$$2 + 12 + 3 = 17\ \Omega$$

Donc :

$$I = \frac{9{,}5}{17} = 0{,}558 \text{ A}.$$

2° La *puissance totale* est :

$$P = E\,I = 9{,}5 \times 0{,}558 = 5{,}3 \text{ W}.$$

La *puissance utile* dans le circuit extérieur est : $P' = U\,I$ (U différence de potentiel aux bornes en circuit fermé).

Mais $U = E - r\,I$.

Or :

$$r\,I = \frac{0{,}8 \times 5}{2} \times 0{,}558 = 2 \times 0{,}558 \simeq 1{,}12 \text{ V}.$$

Donc :

$$U = 9{,}5 - 1{,}12 \simeq 8{,}38 \text{ V}$$

Par suite :

$$P' = 8{,}38 \times 0{,}558 \simeq 4{,}7 \text{ W}.$$

3° L'application de la formule :

$$Q = I \text{ A} \times t \text{ secondes}$$

donne :

$$Q = 0{,}558 \times 600 = 335 \text{ coulombs par excès},$$

4° En utilisant la formule traduisant la loi de Joule :

$$Q' = \frac{R\,I^2\,t}{4{,}18}$$

on a :

$$Q' = \frac{12 \times 0{,}558^2 \times 600}{4180} = 0{,}536 \text{ kcal}.$$

7-12. On dispose de dix éléments de pile ($e = 1{,}5$ V et $r = 0{,}4\ \Omega$). Ces éléments sont groupés en deux séries de cinq éléments couplées en parallèle. Trouver :

1° La puissance utile maximale de la batterie (*voir* ex. 7-3) ;

2° L'intensité du courant si la résistance extérieure est 4 Ω ;

3° La puissance utile de la batterie et le rendement.

Réponses : 14,1 W ; 1,5 A ; 9 W ; 0,80.

Problème général

7-13. Etant donné un nombre N d'éléments de piles dont les constantes e et r sont données, trouver leur groupement pour obtenir l'intensité maximale, la résistance extérieure étant R.

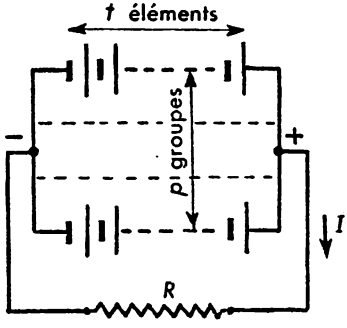


FIG. 7-12.

Solution. — Désignons par t le nombre d'éléments en tension dans chaque groupe et par p le nombre de groupes en parallèle dans le couplage cherché. On a (*fig. 7-12*) :

$$E = t\,e.$$

La résistance intérieure de la batterie est : $\frac{t\,r}{p}$.

La résistance totale est : $\frac{t\,r}{p} + R$.

On a donc :

$$I = \frac{t\,e}{\frac{t\,r}{p} + R} = \frac{t\,e}{\frac{t\,r}{p} + \frac{R\,p}{p}}$$

ce qui peut encore s'écrire :

$$I = \frac{e}{\frac{t\,r}{t\,p} + \frac{R\,p}{t\,p}} = \frac{e}{\frac{r}{p} + \frac{R}{t}}.$$

Le maximum de I sera obtenu avec la valeur minimale du dénominateur $\frac{r}{p} + \frac{R}{t}$. Or le produit $\frac{r}{p} \times \frac{R}{t}$ donne, puisque $p\,t = N$:

$$\frac{R\,r}{p\,t} = \frac{R\,r}{N}.$$

Pour les valeurs données R, r et N, ce produit est donc constant. Or, on montre en algèbre que si deux nombres variables ont un *produit constant*, leur *somme* est *minimale* lorsqu'ils sont *égaux*.

L'intensité maximale a donc lieu pour :

$$\frac{r}{p} = \frac{R}{t} \qquad \text{d'où} \qquad R = \frac{r\,t}{p}.$$

Mais $r\,t/p$ est la résistance intérieure de la batterie, par suite on obtient l'intensité maximale lorsque la résistance extérieure R est égale à la résistance intérieure.

Calcul de t et de p en fonction des données N, R et r.

Les équations en t et p sont :

$$N = t\,p \qquad (1)$$

et :

$$R = \frac{r\,t}{p}. \qquad (2)$$

En multipliant membre à membre les deux équations précédentes on a

$$N\,R = t^2\,r$$

et :

$$t^2 = \frac{N\,R}{r}$$

d'où :

$$t = \sqrt{\frac{N\,R}{r}}$$

En divisant membre à membre les équations (1) et (2), on a :

$$\frac{N}{R} = \frac{t\,p \times p}{r\,t} = \frac{p^2}{r},$$

d'où :

$$p^2 = \frac{N\,r}{R} \qquad \text{et} \qquad p = \sqrt{\frac{N\,r}{R}}.$$

7-14. On dispose de 50 éléments Bunsen ($e = 1{,}9$ V, $r = 0{,}24$ Ω). On veut utiliser le courant de la batterie dans un circuit extérieur de résistance 0,50 Ω.

1° Trouver le montage des éléments qui fournira l'intensité maximale ;

2° Donner ensuite la puissance totale de la batterie, la puissance utilisable et le rendement.

Solution. — 1° La formule $p = \sqrt{\frac{N\,r}{R}}$ donne immédiatement :

$$p = \sqrt{\frac{50 \times 0{,}24}{0{,}5}} = \sqrt{24}.$$

On prendra :

$$p = 5.$$

par suite :

$$t = \frac{50}{5} = 10.$$

On emploiera un couplage mixte de cinq groupes en parallèle de dix éléments en tension.

2° La formule $I = \dfrac{t\,e}{\frac{t\,r}{p} + R}$ donne :

$$I = \frac{10 \times 1{,}9}{\frac{10 \times 0{,}24}{5} + 0{,}5} = \frac{19}{0{,}48 + 0{,}5}$$

$$I = \frac{19}{0{,}98} = 19{,}4 \text{ A par excès.}$$

La force électromotrice de la batterie est égale à celle d'un groupe, soit

$$1{,}9 \times 10 = 19 \text{ V.}$$

La puissance totale est donc $P = E\,I$ ou :

$$19 \times 19{,}4 = 368{,}6 \text{ W} \simeq 369 \text{ W.}$$

La différence de potentiel aux bornes U est égale à $E - u$ (u, chute de potentiel à l'intérieur de la batterie). Or, la résistance de la batterie étant sensiblement égale à la résistance extérieure, la chute de potentiel u est égale à U, donc $U = E/2$; la puissance utilisable est donc moitié de la puissance totale soit :

$$\frac{368{,}6}{2} = 184{,}3 \text{ W} \simeq 184 \text{ W}$$

et le rendement est 50 % (1).

B. — ACCUMULATEURS

Les accumulateurs peuvent être considérés comme des *piles rechargeables*. Au cours de la *charge*, ils se comportent comme des *voltamètres* : l'électrolyse

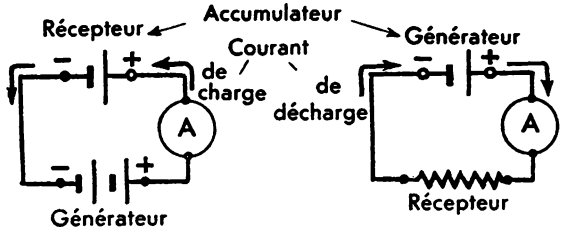


FIG. 7-13.

aboutit à la formation sur les électrodes de produits chimiques *différents*. Au cours de la *décharge*, ils se comportent comme des *piles* : l'usure des produits accumulés au cours de la charge ramène les électrodes dans leur état initial (*fig. 7-13*).

(1) En réalité, la résistance extérieure étant 0,5 Ω. on a

$$U = 0{,}5 \times 19.4 = 9{,}7 \text{ volts}$$

$$P_u = 9{,}7 \times 19{,}4 = 1890 \text{ W}$$

et le rendement est :

$$\frac{U}{E} = \frac{9{,}7}{19}.$$

soit 51 0/0 environ.

Principe des accumulateurs au plomb

Un élément d'accumulateur au plomb est constitué par deux groupes de plaques alternées, séparées par des grilles isolantes perforées, le tout baignant dans une solution d'*acide sulfurique* dans l'eau.

Les *plaques positives* sont en plomb pur ; on augmente leur surface en contact avec l'électrolyte en les creusant de rainures fines et profondes ; elles ont une teinte chocolat due à la formation d'oxyde Pb_2O_5 au cours de la charge.

Les *plaques négatives* sont des grilles de plomb accolées, enfermant la matière active négative (plomb pur spongieux).

1° *Décharge de l'élément.*

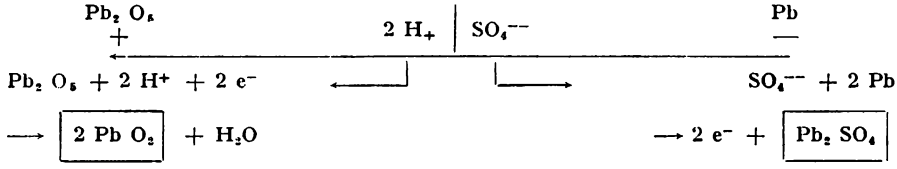
Les deux électrodes sont différentes (Pb_2O_5 au + ; Pb au —) : l'élément joue le rôle d'un générateur, il fournit un courant (*fig. 7-13*). Au cours de la décharge :

— la force électromotrice tombe rapidement à 2 V, valeur qu'elle conserve sensiblement pendant toute la décharge, dont la fin est signalée par une baisse rapide jusqu'à 1,8 V : il faut alors arrêter la décharge, pour éviter de détériorer l'élément :

— la densité de l'électrolyte passe de 24 à 20° Baumé (disparition d'acide) ;

— les plaques positives deviennent brun clair, les négatives gris blanchâtre.

On interprète les phénomènes électrolytiques en cours de décharge par le schéma suivant :



Si on laisse l'élément déchargé, Pb_2SO_4 se transforme en sulfate $PbSO_4$ blanc : l'élément est « sulfaté » et inutilisable.

2° *Charge de l'élément.*

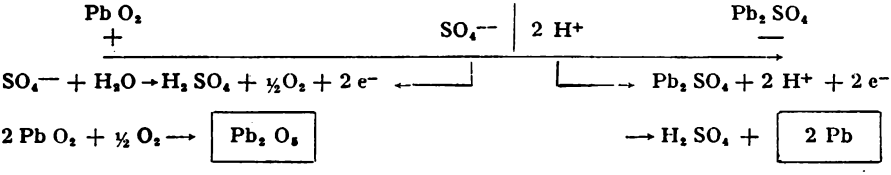
Un générateur de courant continu (dynamo ou redresseur) envoie dans l'élément en charge un courant de *sens contraire* au courant de décharge : l'élément fonctionne en cuve électrolytique avec F.C.E.M. (*fig. 7-13*). Au cours de la charge :

— la F.E.M. de l'élément (qu'on peut mesurer en coupant le courant de temps à autre) monte rapidement de 1,8 à 2,1 V, se maintient longtemps entre 2,1 et 2,2 V, puis augmente rapidement jusqu'à 2,6 V, ce qui signale la fin de charge ;

— la densité de l'électrolyte revient de 20 à 24° Baumé (régénération de l'acide) ;

— les plaques positives deviennent brun chocolat, les négatives gris-bleu ardoise.

On interprète les phénomènes électrolytiques en cours de charge par le schéma suivant :



Quand toute la matière active des plaques est utilisée, les gaz (oxygène et hydrogène) se dégagent : l'apparition de bulles est un indice commode de fin de charge.

Constantes de l'accumulateur du plomb

1° La *force électromotrice* d'un élément chargé est toujours voisine de 2,1 V. Pour obtenir des tensions plus élevées, on groupe des éléments identiques *en série.*

2° La *résistance intérieure* dépend des dimensions et de l'écartement des plaques, ainsi que de la conductibilité de l'électrolyte ; mais elle est toujours très faible, et les chutes de tension intérieures sont le plus souvent négligeables.

On peut compter sur 0,1 Ω par décimètre carré de plaques. Donc, pour une surface de plaques de S décimètres carrés, la résistance vaut $0.1\ \Omega/S$ (de l'ordre de 0,01 à 0,001 Ω suivant dimensions de l'élément).

3° La *capacité* d'un élément est la quantité d'électricité qu'il peut fournir au cours d'une décharge complète, effectuée après une charge complète. La capacité s'exprime généralement en *ampère heure.* Les gros éléments peuvent avoir une capacité de 1 000 à 10 000 Ah.

Capacité spécifique. — C'est la capacité par kilogramme de plaques. Elle est de l'ordre de 5 à 10 Ah/kg.

Capacité d'une batterie de n éléments identiques en série. — L'intensité étant la même dans tous les éléments, la capacité de la batterie est la même que celle d'un élément.

Bien qu'elle soit donnée comme une constante caractéristique, la capacité réelle peut être variable (elle est plus faible à décharge rapide) : les valeurs données correspondent à une décharge lente.

REMARQUE : la quantité d'électricité fournie par un élément à la décharge est toujours plus faible que la quantité d'électricité qu'il a reçue à la charge : le *rendement en quantité* est inférieur à 1.

D'autre part, on peut définir un autre rendement, différent du précédent, appelé *rendement en énergie*, égal au quotient de l'énergie fournie par l'élément au cours de la décharge par l'énergie qu'il a consommée au cours de la charge.

Accumulateurs alcalins

Les accumulateurs nickel-fer et cadmium-nickel, à électrolyte alcalin (potasse à 20 %) sont moins fragiles que les accumulateurs au plomb, moins lourds aussi, et ils supportent sans inconvénient de rester déchargés.

Leur force électromotrice est plus faible que celle des accumulateurs au plomb (elle est de l'ordre de 1,2 V par élément), et elle varie sensiblement au cours de la décharge.

Applications

7-15. Une batterie d'accumulateurs comporte vingt-cinq éléments identiques montés en série. Par élément, on admet : une résistance intérieure de 0,004 Ω ; une force contre-électromotrice (en charge) constante et égale à 2,2 V ; une force électromotrice (en décharge) constante et égale à 2 V. On la charge en sept heures trente minutes à intensité constante de 10 A, et on la décharge en cinq heures à intensité constante de 13 A. Calculer :

1° La D.D.P. aux bornes de la batterie, la quantité d'électricité et l'énergie électrique reçues, au cours de la charge ;

2° La D.D.P. aux bornes de la batterie, la quantité d'électricité et l'énergie électrique restituées, au cours de la décharge ;

3° Les rendements en quantité et en énergie.

Solution. — 1° Au cours de la charge, la batterie se comporte comme un récepteur :

— de résistance intérieure : $r = 0{,}004 \times 25 = 0{,}1\ \Omega$;

— de force contre-électromotrice : $E' = 2{,}2 \times 25 = 55$ V.

La D.D.P. aux bornes de la batterie en charge est :

$$U_c = E' + r\,I_c = 55 + 0{,}1 \times 10 = 56 \text{ V.}$$

La quantité d'électricité ayant traversé la batterie au cours de la charge est :

$$Q_c = I_c \times t_c = 10 \times 7{,}5 = 75 \text{ Ah.}$$

L'énergie électrique consommée pendant l'opération est :

$$\underset{\text{Wh}}{W_c} = \underset{\text{V}}{U_c}\,\underset{\text{A}}{I_c}\,\underset{\text{h}}{t_c} = \underset{\text{V}}{U_c}\,\underset{\text{Ah}}{Q_c} = 56 \times 75 = 4\,200 \text{ Wh.}$$

2° Au cours de la décharge, la batterie se comporte en générateur :

— de résistance intérieure : $r = 0{,}1\ \Omega$;

— de force électromotrice $E = 2 \times 25 = 50$ V.

La D.D.P. aux bornes de la batterie en décharge est :

$$U_d = E - r\,I_d = 50 - 0{,}1 \times 13 = 48{,}7 \text{ V.}$$

La quantité d'électricité fournie par la batterie au cours de la décharge est :

$$Q_d = I_d \times t_d = 13 \times 5 = 65 \text{ Ah.}$$

L'énergie électrique utile fournie par la batterie pendant l'opération est :

$$W_d = U_d \times Q_d = 48{,}7 \times 65 = 3\,165{,}5 \text{ Wh, soit } 3{,}16 \text{ kWh.}$$

3° Le rendement en quantité est :

$$\frac{65}{75} \approx 0{,}867 \text{ ou } 86{,}7\ \%.$$

Le rendement en énergie est :

$$\frac{3\,165{,}5}{4\,200} \approx 0{,}753 \text{ ou } 75{,}3\ \%.$$

7-16. Un atelier possède des moteurs absorbant ensemble 30 kW, et cent-vingt lampes de 75 W. La force motrice et la lumière sont alimentées, sous une tension de 150 V, par une petite usine génératrice située à 250 m de distance. Les conducteurs ont été calculés de façon qu'à pleine charge l'énergie perdue dans la ligne soit égale à 10 % de l'énergie utilisée. On veut installer à l'usine génératrice une batterie d'accumulateurs qui permette d'assurer l'éclairage à

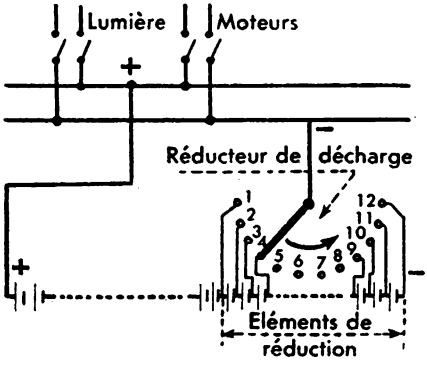


FIG. 7-14.

l'arrêt de la dynamo dans les conditions suivantes : pendant deux heures par jour elle alimentera la totalité des lampes, pendant les deux heures suivantes le 1/4, puis pendant trois heures, le 1/10 des lampes installées.

Calculer d'après les données :

1° Le nombre d'éléments de la batterie, en supposant négligeable leur résistance intérieure. Ce nombre devra être suffisant pour que les lampes soient soumises à la tension normale de 150 V vers la fin de la décharge ;

2° Le nombre d'éléments qu'il faudra supprimer lorsque la batterie aura été chargée à refus (*éléments de réduction*, que l'on ajoute progressivement, à l'aide *d'un réducteur de décharge*, à mesure que la batterie se décharge), pour que les lampes ne soient pas survoltées ;

3° Le régime de la batterie en admettant qu'elle puisse débiter, en vue d'additions ultérieures possibles, un courant de 50 % supérieur à celui que demandent les cent-vingt lampes ;

4° Au bout de combien de jours après sa recharge complète la batterie devra être rechargée de nouveau en admettant que, lorsqu'elle débite son courant de régime, sa décharge se produise en 10 h.

Après la charge la manette doit être sur le plot 1 et on la fait progressivement avancer dans le sens de la flèche, à mesure que la batterie se décharge. Elle doit être sur le dernier plot (12) lorsque la force électromotrice des éléments est tombée à 1,8 V (*fig. 7-14*).

ROBERJOT *B.E.T.*

Solution. — La puissance maximale à fournir au réseau d'éclairage est :

$$75 \times 120 = 9\,000 \text{ W}.$$

La puissance totale en y comprenant celle absorbée par les moteurs est donc : $30\,000 + 9\,000 = 39\,000$ W.

L'intensité du courant est donc :

$$I = \frac{P}{U} = \frac{39\,000}{150} = 260 \text{ A}.$$

La perte en ligne étant $\frac{39\,000}{10} = 3\,900$ W, on a facilement la résistance de la ligne par la formule :

$$r I^2 = 3\,900,$$

d'où :

$$r \times (260)^2 = 3\,900,$$

et :

$$r = \frac{3\,900}{260^2} = \frac{3\,900}{(2 \times 13 \times 10)^2} = \frac{39}{4 \times 13^2} = \frac{3}{52}\ \Omega.$$

1° L'intensité du courant à fournir aux lampes par la batterie est de :

$$\frac{9\,000}{150} = 60 \text{ A}.$$

La perte en ligne pour un tel courant est de :

$$\frac{60 \times 3}{52} = \frac{15 \times 3}{13} = \frac{45}{13} = 3{,}5 \text{ V environ}.$$

La force électromotrice de la batterie doit donc être de :

$$150 + 3{,}5 = 153{,}5 \text{ V, soit } 154 \text{ V par excès}.$$

On ne tient pas compte de la chute de potentiel dans la batterie, la résistance intérieure étant supposée négligeable.

En admettant une force électromotrice de 1,8 volt par élément en fin de décharge, le nombre d'éléments en service doit alors être de :

$$\frac{154}{1{,}8}, \text{ soit 86 éléments en tension.}$$

2° En supposant par élément une force électromotrice de 2,1 V au début de la décharge, le nombre des éléments en circuit doit alors être de :

$$\frac{154}{2{,}1} = 74 \text{ éléments par excès}.$$

Les éléments à supprimer (éléments de réduction) sont donc au nombre de 86 — 74 = 12 éléments.

3° Le régime de la batterie est celui d'un élément, soit :

$$\frac{60 \times 150}{100} = 90 \text{ A.}$$

En admettant un courant normal de décharge de 1,5 ampère par kilogramme de plaque, chaque élément doit comporter 90/1,5 = 60 kg de plaques.

4° La décharge durant dix heures en régime normal, la capacité est de :

$$90 \times 10 = 900 \text{ Ah.}$$

Or les quantités nécessaires d'électricité absorbées par les lampes dans une journée sont :

Totalité des lampes	60 A × 2 h = 120 Ah
(1/4 des lampes)	15 A × 2 h = 30 Ah
(1/10 des lampes)	6 A × 3 h = 18 Ah
Quantité journalière totale absorbée	168 Ah

En divisant 900 par 168 on obtiendra une durée de fonctionnement de la batterie inférieure à la réalité car le régime de décharge utilisé est inférieur au régime normal ; on peut donc compter sur une capacité utilisable supérieure à 900 Ah. Le quotient 900/168 étant compris entre 5 et 6, il suffira certainement de recharger après six jours de service.

7-17. Une dynamo produisant un courant de 12 A charge en neuf heures une batterie de soixante éléments d'accumulateurs montés en série. On demande de calculer :

1° La durée de la décharge, celle-ci se faisant au régime de 15 A. On compte sur un rendement en quantité de 85 % ;

2° Le rendement en énergie si la F.E.M. pendant la charge est 2,2 V, et pendant la décharge 1,9 V. (On néglige la résistance intérieure).

Réponses : 1° 6 h 7 mn 12 s ; 2° 73,4 %.

7-18. Une batterie de soixante éléments identiques (par élément : $r = 0{,}01\ \Omega$; $E = 2{,}1$ V constante au cours d'une décharge) a une capacité de 60 Ah.

1° Quelle intensité débite-t-elle dans une résistance extérieure de 12 Ω?

2° Quelle est dans ce cas la quantité d'électricité disponible au bout de trois heures de fonctionnement?

3° Quelle résistance extérieure faut-il prévoir pour que la décharge soit achevée en cinq heures?

Réponses : 10 A ; 30 Ah ; 20,4 Ω.

7-19. Un chariot électrique est mû par un moteur de 4,4 kW dont le rendement est 0,90, alimenté par une batterie de quarante-cinq éléments (par élément : 2 V en décharge, résistance intérieure négligeable). La capacité spécifique de la batterie est de 5 Ah par kilogramme de plaques. Calculer :

1° La puissance électrique consommée par le moteur, et l'intensité du courant qui le traverse ;

2° La capacité à prévoir pour la batterie pour qu'une décharge assure trois heures de fonctionnement, et le poids de plaques nécessaire pour la batterie.

Réponses : 4 907 W et 54,5 A ; 163,5 Ah et 1 470 kg.

CHAPITRE 8

ÉTUDE GÉNÉRALE D'UN CIRCUIT

L'objet de ce chapitre est la détermination des *intensités* et des *différences de potentiel* dans le cas de circuits complexes comportant des générateurs, des résistances pures et des récepteurs ayant une force contre-électromotrice.

Circuit unique comportant un générateur, une résistance pure, un récepteur à F.C.E.M. (fig. 8-1)

Tous les appareils étant *en série*, le même courant d'intensité I traverse le générateur (E, r), la résistance R, le récepteur (E', r'). Le sens du courant est connu sans ambiguïté.

On a vu dans les chapitres précédents que :

— dans le générateur il y a *production* d'une puissance électrique $E\,I$ et *consommation* d'une puissance $r\,I^2$ (transformée en chaleur) ;

— dans la résistance pure R, il y a *consommation* d'une puissance électrique $R\,I^2$ (transformée en chaleur) ;

— dans le récepteur, il y a *consommation* d'une puissance $E'\,I$ (transformée en puissance non calorifique) et d'une puissance $r'\,I^2$ (transformée en chaleur).

Le principe de la *conservation de l'énergie* (et de la puissance) donne :

$$E\,I = (r\,I^2) + (R\,I^2) + (E'\,I + r'\,I^2)$$

ou :

$$E\,I - E'\,I = (r + R + r')\,I^2.$$

En divisant tous les termes par I, on tire :

$$\boxed{E - E' = (r + R + r')\,I} \qquad \text{et} \qquad \boxed{I = \frac{E - E'}{r + R + r'}}$$

EXEMPLE : avec $E = 20$ V, $r = 2\,\Omega$; $R = 6\,\Omega$; $E' = 2$ V, $r' = 1\,\Omega$ on a :

$$I = \frac{20 - 2}{2 + 6 + 1} = \frac{18}{9} = 2 \text{ A.}$$

Les différences de potentiel aux bornes sont :

— pour le générateur : $U = E - r\,I = 20 - 2 \times 2 = 16$ V ;

— pour la résistance : $u = R\,I = 6 \times 2 = 12$ V ;

— pour le récepteur : $U' = E' + r'\,I = 2 + 1 \times 2 = 4$ V.

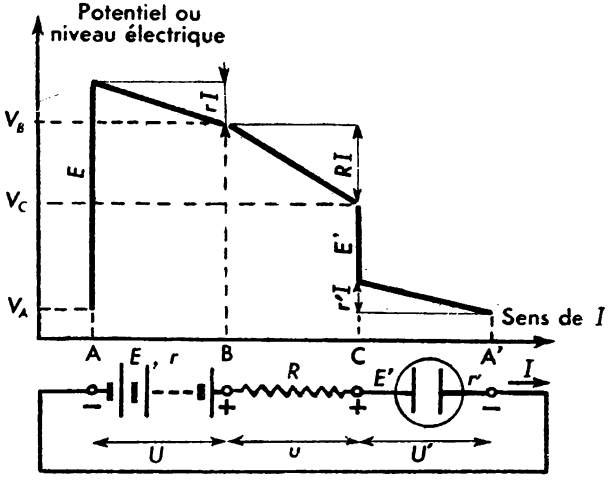


FIG. 8-1.

REMARQUE : on peut établir les formules précédentes en étudiant les *variations du potentiel* (ou niveau électrique) dans l'ensemble du circuit, compte tenu des polarités des appareils.

Ainsi, dans la figure *8-1*, en parcourant le circuit *dans le sens du courant*, on a :

— pour la résistance R, où se produit une *chute de potentiel* (le potentiel à l'entrée B est plus élevé qu'à la sortie C) :

$$U_{BC} = V_B - V_C = R\,I ;$$

— pour le récepteur électrolytique (E', r'), où se produisent deux chutes simultanées de potentiel :

$$U_{CA'} = V_C - V_{A'} = E' + r'\,I ;$$

— pour le générateur (E, r), où se produisent simultanément une *chute de potentiel* $r\,I$ et une « élévation » de potentiel E (soit une chute de potentiel *négative* — E), la *valeur algébrique de la chute de potentiel est* :

$$U_{AB} = V_A - V_B = r\,I + (-E) = r\,I - E\,;$$

— pour l'ensemble du circuit, en remarquant que le potentiel en A' est égal au potentiel en A (pas de variation entre A et A'), on aura :

$$V_A - V_{A'} = (V_A - V_B) + (V_B - V_C) + (V_C - V_{A'}) = 0$$

ou :

$$(r\,I - E) + (R\,I) + (E' + r'\,I) = 0$$

$$r\,I - E + R\,I + E' + r'\,I = 0$$

$$r\,I + R\,I + r'\,I = E - E'$$

ou :

$$(r + R + r')\,I = E - E'.$$

D'où :

$$\boxed{I = \frac{E - E'}{r + R + r'}.}$$

Circuit quelconque réductible à un circuit unique

1° *Circuit unique comportant en série : des générateurs, des résistances pures, des récepteurs à F.C.E.M.*

En généralisant les raisonnements précédents, on établit les formules suivantes, traduisant la *loi d'Ohm généralisée* :

a) pour l'ensemble du circuit :

$$\boxed{\text{Somme des F.E.M.} - \text{Somme des F.C.E.M.} = I \times \text{Somme des résistances}}$$

$$\boxed{\text{Intensité} = \frac{\text{Somme des F.E.M.} - \text{Somme des F.C.E.M.}}{\text{Somme des résistances}}}$$

b) pour une fraction du circuit dans laquelle se trouvent des générateurs et récepteurs quelconques, *parcourue de A à B dans le sens du courant* :

$$\boxed{V_A - V_B = I \times S \text{ des résistances} + S \text{ des F.C.E.M.} - S \text{ des F.E.M.}}$$

Exemple (*fig. 8-2*) : Intensité du courant dans le circuit :

$$I = \frac{(2 + 1{,}5 + 1{,}8 + 1{,}2) - (2{,}5 + 2)}{(0{,}5 + 2 + 0{,}6 + 0{,}2 + 1{,}5 + 0{,}4 + 1{,}2 + 0{,}1 + 1{,}3 + 0{,}2)}$$

ou :

$$I = \frac{6{,}5 - 4{,}5}{8} = 0{,}25 \text{ A.}$$

D.D.P. entre A et B (le courant allant de A à B) :

$$V_A - V_B = 0{,}25\,(0{,}6 + 0{,}2 + 1{,}5 + 0{,}4 + 1{,}2) + 2{,}5 - (1{,}5 + 1{,}8)$$
$$= 0{,}25 \times 3{,}9 + 2{,}5 - 3{,}3 = 0{,}975 + 2{,}5 - 3{,}3 = 0{,}175 \text{ V.}$$

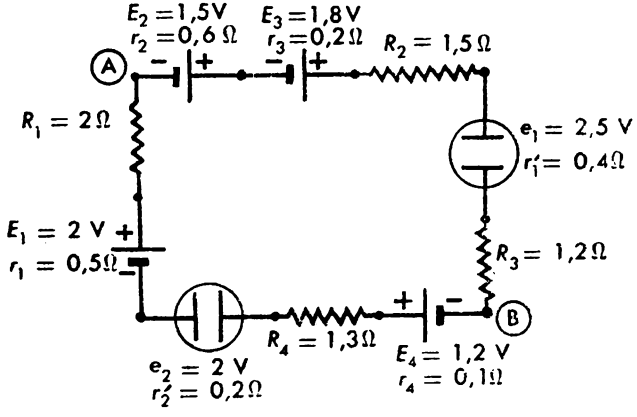


FIG. 8-2.

REMARQUES :

— si un générateur est monté « à l'envers » ou « *en opposition* », il tend à faire circuler le courant en sens inverse du courant réel : on compte alors sa F.E.M. comme *négative* ;

— la formule donnant $V_A - V_B$ est une *formule algébrique* : son application peut conduire à une valeur négative, signifiant que $V_B > V_A$.

2° *Réduction d'un circuit quelconque à un circuit unique.*

Lorsque entre deux points du circuit le courant principal se partage entre plusieurs dérivations, on peut réduire les dérivations à un appareil unique :

— en remplaçant les résistances par leur résistance équivalente ;

— en appliquant aux générateurs les règles de calcul établies pour les batteries de piles.

EXEMPLE (*fig. 8-3*) : La batterie montée entre B et C peut être réduite à un générateur unique, de F.E.M. $E = 1{,}8 \times 3 = 5{,}4$ V et de résistance intérieure $r = \dfrac{0{,}4 \times 3}{2} = 0{,}6\ \Omega$.

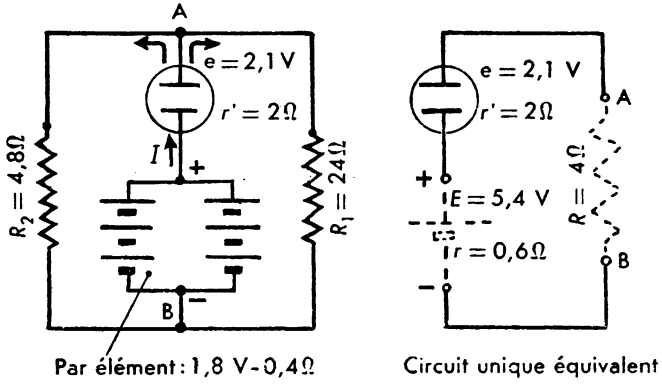


FIG. 8-3.

Les deux résistances montées en parallèle entre A et B peuvent être réduites à leur résistance équivalente R, telle que :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{4{,}8} + \frac{1}{24} = \frac{10+2}{48} = \frac{1}{4} \qquad \text{d'où :} \qquad R = 4\ \Omega.$$

L'intensité du courant principal est :

$$I = \frac{5{,}4 - 2{,}1}{0{,}6 + 2 + 4} = \frac{3{,}3}{6{,}6} = 0{,}5\ \text{A}.$$

La D.D.P. entre A et B est : $V_A - V_B = R\,I = 4 \times 0{,}5 = 2$ V.

Les intensités dans R_1 et R_2 sont respectivement :

$$I_1 = \frac{V_A - V_B}{R_1} = \frac{2}{4{,}8} = 0{,}417\ \text{A} \qquad I_2 = \frac{V_A - V_B}{R_2} = \frac{2}{24} = 0{,}083\ \text{A}$$

REMARQUE. — Certains circuits, dont la complication n'a le plus souvent qu'un intérêt théorique, ne peuvent être « réduits » par les moyens précédents.

La résolution des problèmes qu'ils posent peut être obtenue en appliquant des règles appelées *lois de Kirchhoff*, qui ne seront pas exposées dans cet ouvrage.

Applications

8-1. Une batterie d'accumulateurs comprenant soixante éléments en série (chaque élément ayant une F.E.M. de 2 V et une résistance intérieure de 0,004 Ω) alimente par des conducteurs dont la résistance totale est de 0,26 Ω un ensemble comprenant trois résistances de 10 Ω, 20 Ω et 4 Ω montées en dérivation. Calculer l'intensité du courant dans les différentes portions du circuit et la D.D.P aux bornes de chaque appareil.

Solution. — (*Voir* figure *8-4* le circuit réduit équivalent).

La batterie de 60 éléments est équivalente à un générateur unique pour lequel :

$$E = 2 \times 60 = 120 \text{ V} \quad \text{et} \quad r = 0{,}004 \times 60 = 0{,}24\ \Omega.$$

Les trois résistances de 10, 20 et 4 Ω sont équivalentes à une résistance unique R telle que :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{4} = \frac{2+1+5}{20} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

d'où :

$$R = \frac{5}{2} = 2{,}5\ \Omega.$$

L'intensité du courant principal est :

$$I = \frac{E}{r + R' + R} = \frac{120}{0{,}24 + 0{,}26 + 2{,}5} = \frac{120}{3} = 40 \text{ A}.$$

Donc la batterie d'accumulateur et les fils de ligne sont parcourus par un courant de 40 A.

La D.D.P. aux bornes de la batterie est $U = E - r\,I = 120 - 0{,}24 \times 40 = 120 - 9{,}6 = 110{,}4$ V.

La chute de tension en ligne est $R'\,I = 0{,}26 \times 40 = 10{,}4$ V.

La D.D.P. aux bornes des trois résistances est de : 110,4 — 10,4 = 100 V (on peut aussi la calculer par le produit $R\,I = 2{,}5 \times 40 = 100$ V).

Les intensités dans les trois résistances sont respectivement :

$$I_1 = \frac{100}{10} = 10 \text{ A} ;$$

$$I_2 = \frac{100}{20} = 5 \text{ A} ; \quad I_3 = \frac{100}{4} = 25 \text{ A}.$$

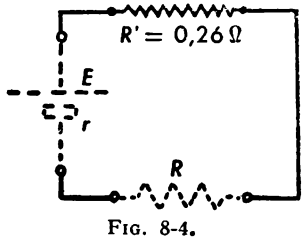


FIG. 8-4.

8-2. La force électromotrice d'une pile Bunsen est 1,95 V. On réunit les deux bornes par un fil de maillechort. L'intensité du courant est alors 1,5 A et la différence de potentiel aux bornes 1,80 V :

1° Trouver la résistance du fil et celle de la pile ;

2° Dire ce que devient l'intensité du courant fourni par la pile, si on réunit les deux poles :

a) Par deux fils identiques au premier et montés en parallèle ;

b) Par le fil primitif plié en deux ;

c) Par le fil primitif et un deuxième de même longueur et de diamètre double montés en parallèle.

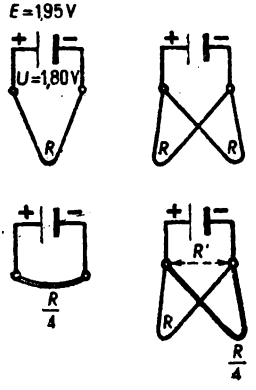


FIG. 8-5.

Solution. — 1° La chute de potentiel à l'intérieur de la pile est (*fig. 8-5*) :

$$u = r\,I = E - U$$

ou

$$u = 1{,}95 - 1{,}80 = 0{,}15 \text{ V}.$$

La résistance intérieure de la pile est donc :

$$r = \frac{u}{I} = \frac{0{,}15}{1{,}5} = 0{,}1\ \Omega.$$

La résistance extérieure, c'est-à-dire celle du fil de maillechort, est donc :

$$R = \frac{U}{I} = \frac{1{,}8}{1{,}5} = 1{,}2\ \Omega ;$$

2° *a*) En réunissant les deux pôles par deux fils de résistance 1,2 Ω montés en dérivation, la résistance extérieure devient $1{,}2/2 = 0{,}6\ \Omega$ et la résistance totale est $0{,}6\ \Omega + 0{,}1\ \Omega = 0{,}7\ \Omega$.

D'où :

$$I = \frac{1{,}95}{0{,}7} = 2{,}78 \text{ A}.$$

b) En réunissant les deux pôles par le fil primitif plié en deux, la résistance extérieure devient quatre fois plus petite (la section a doublé et la longueur est devenue deux fois plus petite).

Par suite la résistance extérieure est $1{,}2/4 = 0{,}3\ \Omega$ et la résistance totale est $0{,}3 + 0{,}1 = 0{,}4\ \Omega$.

D'où :

$$I = \frac{1{,}95}{0{,}4} = 4{,}875 \text{ A}.$$

c) En montant en dérivation aux bornes le fil primitif et un deuxième de diamètre double et de même longueur, la résistance extérieure devient égale à la résistance réduite R' obtenue avec deux conducteurs de résistances 1,2 Ω et 0,3 Ω (un fil de diamètre double a une section quatre fois plus grande, donc une résistance quatre fois moindre).

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{1{,}2} + \frac{1}{0{,}3} = \frac{10}{12} + \frac{10}{3} = \frac{10}{12} + \frac{40}{12} = \frac{50}{12} = \frac{25}{6}.$$

Donc :

$$R' = \frac{6}{25} = 0{,}24\ \Omega$$

et la résistance totale est $0{,}24 + 0{,}1 = 0{,}34\ \Omega$.

Par suite :

$$I = \frac{1{,}95}{0{,}34} = 5{,}73 \text{ A par défaut}.$$

8-3. Une batterie d'accumulateurs est formée de dix éléments en série ; chaque élément a une force électromotrice moyenne de 2,1 V et une résistance intérieure de 0,025 Ω. Les conducteurs principaux en cuivre ont une section de 3,2 mm de diamètre et une longueur totale de 120 m ($\rho = 1{,}75 \times 10^{-8}$ Ω m). On demande l'intensité du courant principal et celles obtenues dans deux récepteurs de 1,4 Ω et 2,1 Ω, montés en dérivation dans le circuit :

Réponses : 15,5 A ; 9,3 A ; 6,2 A.

8-4. Une batterie de piles de force électromotrice 12 V alimente trois récepteurs de 5 Ω, 6 Ω et 7,5 Ω montés en parallèle. La résistance intérieure de la batterie est 1,2 Ω, celle des conducteurs est de 0,8 Ω. On demande de trouver :

1° La résistance totale du circuit ;

2° L'intensité du courant total et les intensités dans les récepteurs ;

3° La différence de potentiel : *a*) aux bornes de la batterie ; *b*) aux bornes des récepteurs.

Réponses : 1° 4 Ω ; 2° 3 A ; 1,2 A ; 1 A ; 0,8 A ; 3° *a*) 8,4 V ; *b*) 6 V.

8-5. Une batterie de piles est formée de vingt-quatre éléments identiques (par élément : F.E.M. = 1,5 V ; résistance intérieure = 2 Ω). Les éléments sont assemblés en deux séries égales associées en parallèle. La batterie alimente un circuit extérieur comprenant en série :

— une cuve à électrolyse (F.C.E.M. = 2 V ; résistance intérieure 4,4 Ω) ;

— un ensemble de deux résistances (9 Ω et 6 Ω) montées en parallèle ;

— une résistance inconnue *R*.

Calculer :

1° La F.E.M. et la résistance intérieure de la batterie ;

2° La résistance équivalente à l'ensemble des deux résistances montées en parallèle ;

3° La valeur qu'il faut donner à la résistance *R* pour que l'intensité du courant principal soit égale à 0,50 A ;

4° La D.D.P. aux bornes de la batterie et de chacun des récepteurs du circuit extérieur.

Réponses : 1° 18 V ; 12 Ω.
2° 3,6 Ω.
3° 12 Ω.
4° 12 V ; 4,2 V ; 1,8 V ; 6 V.

8-6. Un générateur ($E = 120$ V ; $r = 1$ Ω) alimente deux récepteurs montés en parallèle : une résistance pure $R = 20$ Ω et un moteur de F.C.E.M. E' inconnue et de résistance intérieure $r' = 2$ Ω. Le courant qui traverse le moteur est de 15 A.

Faire le schéma du montage.

1° Exprimer en fonction de E' la différence de potentiel aux bornes du moteur (et de la résistance R), ainsi que l'intensité du courant dans la résistance R.

2° Exprimer en fonction de E' le courant total fourni par le générateur.

3° Etablir d'après la branche générateur l'équation donnant E'. Calculer cette grandeur.

4° Comment se répartit la puissance électrique dans l'ensemble de ce montage?

Réponses : 1° $U_{\text{moteur}} = E' + 30 = U_{\text{résistance}}$

$$I_{\text{résistance}} = \frac{E' + 30}{20}$$

2° $I_{\text{total}} = 15 + \dfrac{E' + 30}{20} = 16{,}5 + \dfrac{E}{20}$

3° $E - r\, I_{\text{total}} = U_{\text{moteur}}$ ou $120 - 16{,}5 - \dfrac{E'}{20} = E' + 30$

D'où : $E' = 70$ V.

4° Le générateur fournit 2 400 W et dissipe 400 W ;
La résistance dissipe 500 W ;
Le moteur dissipe 450 W et fournit 1 050 W.

DEUXIÈME PARTIE

MAGNÉTISME ET ÉLECTROMAGNÉTISME

CHAPITRE 9

CHAMP MAGNÉTIQUE AIMANTS ET COURANTS

La connaissance du *magnétisme* est fort ancienne. C'est la propriété que possèdent certains minéraux (*aimants naturels*) d'attirer ou d'orienter *à distance* des objets contenant du fer.

La *boussole* (aiguille mise sur pivot après contact avec un aimant naturel) a permis les premiers grands voyages et les grandes découvertes des XV^e^ et XVI^e^ siècles.

Cependant la nature profonde du magnétisme reste encore obscure, et les théories avancées par la science moderne sont très complexes. Nous n'en retiendrons ici que les aspects utilitaires, avec leur formulation dans le Système International d'unités (S.I.).

Le champ magnétique dans le vide (ou dans l'air)

1° *Notion spatiale.*

On dit qu'il existe un *champ magnétique* ou mieux une *induction magnétique*, en un point de l'espace (dans le vide ou dans l'air) si l'on peut y déceler expérimentalement l'un des effets suivants :

a) *Effet directionnel sur une petite aiguille aimantée* libre de prendre sa position d'équilibre sous la seule action de l'induction : l'axe sud-nord de l'aiguille définit la *direction* de l'induction, le demi-axe nord en définit le *sens* ; par un même effet, des grains de limaille de fer laissés libres de s'orien-

ter dans cette région s'y diposent en files matérialisant les *lignes d'induction* (*fig. 9-1*) ;

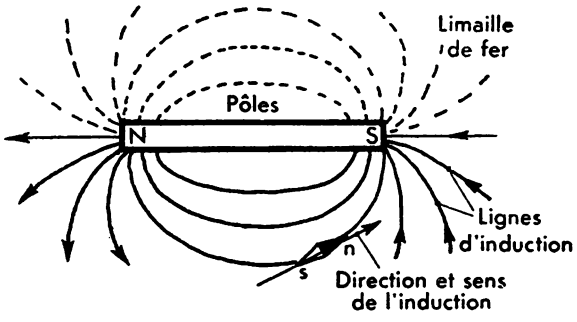


FIG. 9-1.

b) *Existence d'une force* s'exerçant sur un élément de conducteur place en ce point et traversé par un *courant* ; *existence d'un couple* s'exerçant sur un petit circuit fermé placé en ce point et parcouru par un *courant* (*fig. 9-2*) ;

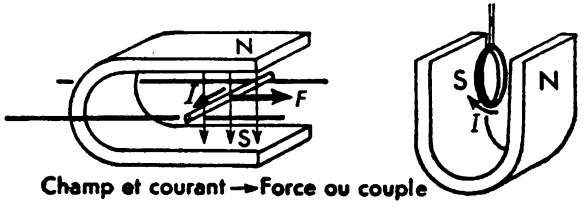


FIG. 9-2.

c) *Production d'une force électromotrice* (dite d'*induction*) dans un circuit fermé, initialement placé en ce point et qu'on transporte en un point où le champ magnétique n'existe pas (*fig. 9-3*).

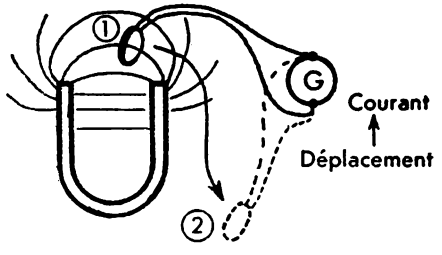


FIG. 9-3.

2° *Le vecteur induction magnétique* ($\vec{B}$).

L'aiguille aimantée orientée sous la seule action de l'induction indique la *direction* et le *sens* de l'*induction magnétique en un point* de l'espace.

Les trois effets caractéristiques énumérés ci-dessus, variables en grandeur suivant la position du point et la nature de la « source de magnétisme », peuvent tous servir à définir quantitativement l'état d'induction au point considéré.

Mais les effets *a*) (orientation de l'aiguille aimantée) et *b*) (action sur un élément de courant) mettent en jeu des *forces*, grandeurs dont la mesure est malaisée.

L'effet *c*) offre la possibilité de caractériser l'*intensité de l'induction* par une grandeur électrique mesurable avec une plus grande précision. De plus cet effet permet de mesurer les *variations de l'induction* au cours du temps en un point fixe de l'espace.

L'induction magnétique en un point de l'espace à un instant donné peut donc être définie en *direction*, *sens* et *grandeur* : on la représente par un vecteur appelé *vecteur induction magnétique B*.

3° *Les unités magnétiques.*

L'effet *c*) est lié non seulement à l'*induction B* mais encore à la *surface S* du circuit placé dans le champ, et à l'*angle* α que fait la normale à la surface avec la direction de l'induction.

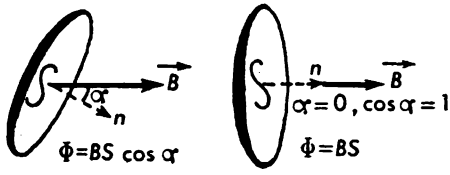


FIG. 9-4.

Aussi faut-il définir préalablement une grandeur Φ appelée *flux d'induction magnétique* à travers le circuit, liée aux trois autres grandeurs par la relation :

$$\Phi = B\,S\cos\alpha \qquad \textit{(fig. 9-4)}$$

Unité S.I. de flux magnétique : *le weber* (Wb).

C'est le flux magnétique qui, traversant un circuit d'une seule spire, y produit une force électromotrice de *1 volt* si on l'amène à zéro en *1 seconde* par décroissance uniforme (cette définition sera justifiée au chapitre 12).

Unité S.I. d'induction magnétique : le *tesla* (T).

C'est l'induction magnétique uniforme qui, répartie normalement (perpendiculairement) sur une surface de *1 mètre-carré*, produit à travers cette surface un flux magnétique de *1 weber*.

On a donc, dans le Système International :

$$\boxed{\Phi = B\,S\cos\alpha} \quad \text{et} \quad \boxed{\Phi = B\,S} \quad (\text{si } \alpha = 0)$$

Wb T m² Wb T m²

La formule qui s'en déduit :

$$\text{T} \quad \boxed{B = \frac{\Phi}{S}} \quad \begin{matrix}\text{Wb}\\ \text{m}^2\end{matrix}$$

montre que le *tesla* (T) peut aussi être appelé *weber par mètre-carré* (Wb/m²).

Nota : pour la traduction en S.I. des manuels rédigés dans l'ancien système CGS, tenir compte des relations :

1 weber ⟶ 10^8 maxwells	1 tesla ⟶ 10^4 gauss.

D'où :

$$\Phi\,(\text{Wb}) = \Phi'\,(\text{Mx}) \times 10^{-8} \quad \text{et} \quad B\,(\text{T}) = B'\,(\text{G}) \times 10^{-4}$$

Induction créée par les courants

Comme les aimants, les circuits électriques traversés par un courant créent en tout point situé dans leur voisinage une induction magnétique.

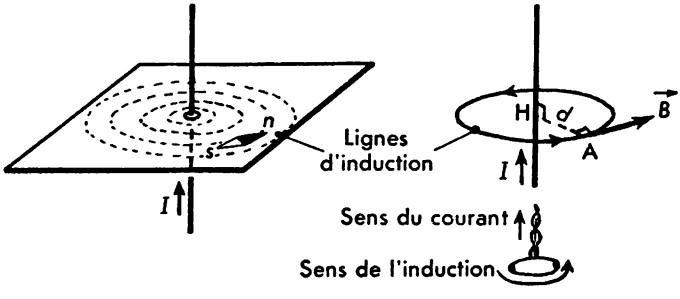


FIG. 9-5.

1° *Courant rectiligne indéfini (fig. 9-5).*

Les lignes d'induction sont des circonférences concentriques au fil. Leur sens est donné par la règle du tire-bouchon (le tire-bouchon progresse dans le sens du courant en tournant dans le sens de l'induction). Pour un

point A situé à la distance $A\,H = d$ du fil parcouru par le courant I, l'induction est donnée en grandeur par la formule :

$$\text{T} \quad \boxed{B = 2 \times 10^{-7} \frac{I}{d}} \quad \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

EXEMPLE : à 20 cm d'un fil rectiligne parcouru par un courant de 50 A, la grandeur de l'induction est :

$$B = 2 \times 10^{-7} \times \frac{50}{0{,}2} = 50 \times 10^{-6}\ \text{T ou } 50\ \mu\text{T}.$$

2° *Courant circulaire et bobine plate (fig. 9-6).*

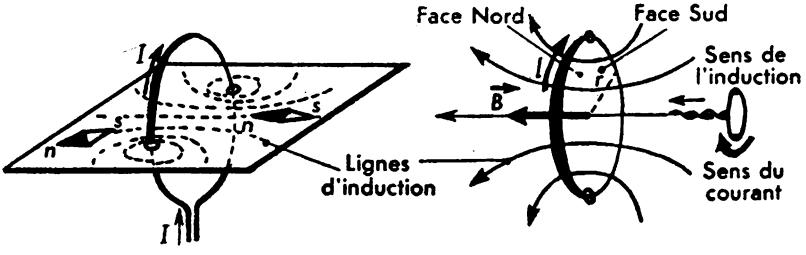


FIG. 9-6.

Au voisinage du *centre de la spire* (ou de la bobine circulaire), les lignes d'induction sont sensiblement perpendiculaires au plan de la spire, et la grandeur de l'induction a pour expression :

$$\text{T} \quad \boxed{B = 2\pi \times 10^{-7} \frac{I}{r}} \quad \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

(pour une seule spire)

$$\text{T} \quad \boxed{B = 2\pi \times 10^{-7} \frac{NI}{r}} \quad \frac{\text{A tr}}{\text{m}}$$

(pour une bobine plate de N spires)

Le produit $N\,I$ s'exprime en ampère-tour (A tr).

EXEMPLE : une bobine plate de 50 spires, de rayon $r = 2$ cm, parcourue par un courant de 3 A, crée en son centre une induction :

$$B = 2 \times 3{,}14 \times 10^{-7} \times \frac{50 \times 3}{0{,}02} = 47{,}1 \times 10^{-4}\ \text{T} = 4{,}71\ \text{mT}.$$

3° *Bobine longue (ou solénoïde) et bobine torique (fig. 9-7).*

A l'intérieur de la bobine, les lignes d'induction sont parallèles à l'axe. La règle du tire-bouchon donne le sens de l'induction ; à l'extérieur, les lignes d'induction ont la même forme que pour un *aimant droit* : par analogie, les faces terminales sont appelées pôles nord et sud de la bobine droite

(les lignes d'induction « entrent » par le pôle sud et « sortent » par le pôle nord).

A l'*intérieur* et loin des faces d'une bobine de N spires, régulièrement réparties sur une longueur l, l'intensité du courant étant I, l'*induction est uniforme* et de grandeur :

$$T \quad \boxed{B = 4\pi \times 10^{-7} \frac{N I}{l}} \quad \frac{A\ tr}{m} \qquad \text{ou} \qquad T \quad \boxed{B = 4\pi \times 10^{-7} N_1 I} \quad A\ tr/m$$

$N/l = N_1$ représente le nombre de spires par mètre (tr/m).

$(N\ I)/l = N_1\ I$ représente le nombre d'ampères-tours par mètre (A tr/m)

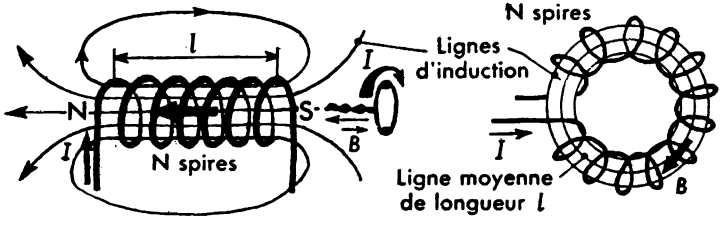


FIG. 9-7.

EXEMPLE : Une bobine longue comportant 800 spires réparties sur une longueur de 40 cm donne, pour un courant de 2 A, une induction constante en tout point intérieur, égale à :

$$4 \times 3{,}14 \times 10^{-7} \times \frac{800 \times 2}{0{,}4} \approx 5 \times 10^{-3}\ \text{T}.$$

On pourrait aussi calculer :

$$N_1 = \frac{800}{0{,}4} = 2\,000\ \text{tr/m}$$

D'où :

$$B = 4 \times 3{,}14 \times 10^{-7} \times 2\,000 \times 2 \approx 12{,}5 \times 4\,000 \times 10^{-7} = 5 \times 10^{-3}\ \text{T}$$

Dans les calculs, l'approximation $4\pi \approx 12{,}5$ est recommandée.

Les formules sont applicables à une *bobine torique*, en prenant pour l la longueur de la *ligne d'induction moyenne*. Dans ce cas il n'y a plus de pôles, et toutes les lignes d'induction sont à l'intérieur du tore, et concentriques.

Induction créée par le magnétisme terrestre

Les applications industrielles de l'électromagnétisme mettent en jeu des inductions élevées, pouvant aller jusqu'à 1 ou 2 teslas. L'induction du champ magnétique terrestre est alors négligeable.

Mais dans le cas où l'induction est faible, il faut tenir compte de l'induction terrestre B_t, vecteur contenu dans le plan méridien magnétique du

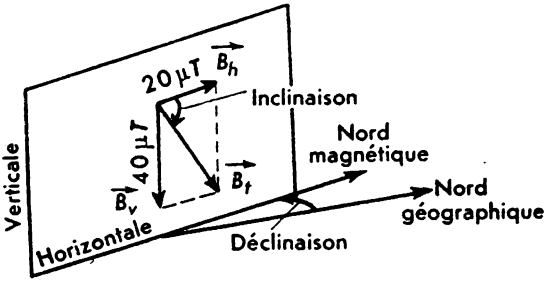


FIG. 9-8.

lieu et dont les composantes horizontale et verticale valent en France environ 20 et 40 microteslas (*fig. 9-8*).

Applications

9-1. La figure *9-9* représente une bobine plate circulaire de N spires ($N = 5$), de diamètre $d = 16$ cm, placée dans le plan méridien magnétique du lieu. Au

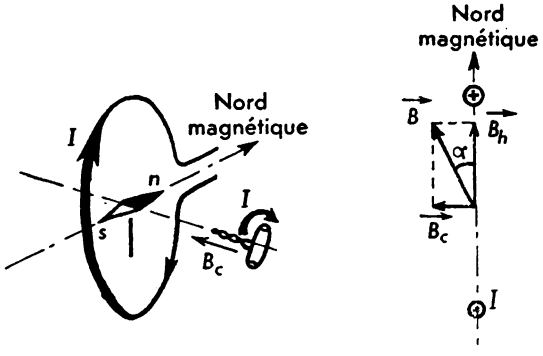


FIG. 9-9.

centre de la bobine se trouve une aiguille aimantée sur pivot vertical. Un dispositif optique permet de mesurer les déviations angulaires de l'aiguille par rapport à la direction sud-nord magnétique terrestre. La bobine est alimentée par une batterie d'accumulateurs (F.E.M. 6,0 V ; résistance intérieure négligeable), avec une résistance réglable en série. Le fil de la bobine est en cuivre (diamètre 8/10 mm ; résistivité $1{,}6 \times 10^{-8}$ Ω m).

1° Calculer la résistance propre de la bobine, et la valeur R' à donner à la résistance réglable pour que l'intensité du courant soit de 0,25 A.

2° Cette intensité étant atteinte, calculer l'induction magnétique B_c produite au centre de la bobine par le courant seul.

3° Sous l'action simultanée de B_c et de la composante horizontale B_h de l'induction magnétique terrestre, l'aiguille prend une position d'équilibre faisant avec sa position initiale un angle de 26°34'. En déduire la valeur de B_h.

Solution. — 1° La longueur de fil bobiné est :

$$\pi d N = \pi \times 0{,}16 \times 5 = 0{,}8\,\pi \text{ (m)}.$$

La section du fil est :

$$\pi \times (0{,}4 \times 10^{-3})^2 = 0{,}16\,\pi \times 10^{-6} \text{ (m}^2\text{)}.$$

D'où la résistance de la bobine :

$$R = \rho \frac{l}{S} = 1{,}6 \times 10^{-8} \times \frac{0{,}8\,\pi}{0{,}16\,\pi \times 10^{-6}} \text{ ou } R = 0{,}08\ \Omega.$$

L'équation du circuit : $E = (R + R')\,I$ donne ici :

$$R + R' = \frac{E}{I} = \frac{6}{0{,}25} = 24\ \Omega.$$

D'où :

$$R' = 24 - 0{,}08 = 23{,}92\ \Omega$$

(pratiquement, à la précision ordinaire du matériel, on prendra $R' = 24\ \Omega$).

2° L'induction B_c est perpendiculaire au plan de la bobine : la règle du tire-bouchon donne le sens est-ouest. Sa grandeur est :

$$B_c = 2\,\pi \times 10^{-7} \frac{N\,I}{r} = 2\,\pi \times 10^{-7} \times \frac{5 \times 0{,}25}{0{,}08} = 9{,}82 \times 10^{-6}\ \text{T} = 9{,}82\ \mu\text{T}.$$

3° Le rectangle de composition de $\overrightarrow{B_c}$ et $\overrightarrow{B_h}$ montre que :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{B_c}{B_h}.$$

D'où :

$$B_h = \frac{B_c}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{9{,}82}{0{,}50} = 19{,}64\ \mu\text{T}, \simeq 20\ \mu\text{T}$$

9-2. Une ligne électrique comporte deux conducteurs rectilignes contenus dans un même plan horizontal, parallèles, distants de 3 mètres, et parcourus par un courant de 60 ampères circulant en sens contraire dans les deux conducteurs. Comment se définit l'induction magnétique en un point O situé à égale distance des deux conducteurs et dans leur plan, en tenant compte de l'induction magnétique terrestre, de composante horizontale $B_h = 20\ \mu\text{T}$ et de composante verticale $B_v = 40\ \mu\text{T}$?

Solution. — La règle du tire-bouchon montre que les deux conducteurs ajoutent leurs inductions en O (*fig. 9-10*). L'induction due aux courants au point O est dirigée suivant la verticale, et son module est :

$$B_c = 2 \times 2 \times 10^{-7} \frac{I}{d} = \frac{4 \times 10^{-7} \times 60}{1{,}5} = 16 \times 10^{-6}\ \text{T} = 16\ \mu\text{T}.$$

Mais le vecteur $\overrightarrow{B_c}$ est dirigé vers le bas (*fig.* **1**) ou vers le haut (*fig.* **2**).

Dans le cas **1**, $\overrightarrow{B_c}$ s'ajoute à la composante verticale $\overrightarrow{B_v}$ de l'induction terrestre : la résultante est un vecteur $\overrightarrow{B_{r1}}$, égal en grandeur à $40 + 16 = 56\ \mu\text{T}$.

La composante $\overrightarrow{B_h}$ reste inchangée. L'induction résultante $\overrightarrow{B_1}$ en O est contenue dans le plan méridien magnétique de O, son module est donné par :

$$B_1^2 = B_{r1}^2 + B_h^2 = 3\,136 + 400 = 3\,536.$$

D'où :

$$B_1 = 59{,}5\ \mu\text{T}.$$

L'inclinaison α_1 est définie par :

$$\text{tg}\ \alpha_1 = \frac{B_r}{B_h} = \frac{56}{20} = 2{,}8.$$

D'où :

$$\alpha_1 \approx 70^\circ\,20'.$$

Dans le cas **2**, $\overrightarrow{B_c}$ étant de sens contraire à $\overrightarrow{B_v}$, leur résultante $\overrightarrow{B_{r2}}$ est un vecteur vertical, dirigé vers le bas, de grandeur égale à : $40 - 16 = 24\ \mu$ T.

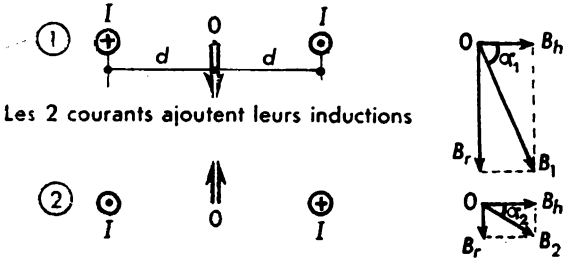


FIG. 9-10.

La composante B_h restant inchangée, l'induction résultante en O est contenue dans le plan méridien magnétique de O, et son module est donné par :

$$B_2^2 = B_r^2 + B_h^2 = 576 + 400 = 976.$$

D'où :

$$B_2 = 31{,}2\ \mu\text{T}.$$

L'inclinaison α_2 est définie par $\text{tg}\ \alpha_2 = 24/20 = 1{,}2$. D'où $\alpha_2 = 50^\circ\,12'$.

9-3. Un solénoïde formé de 600 tours de fil, enroulés sur un cylindre de 30 cm de longueur et de 10 cm de diamètre, est traversé par un courant de 2 ampères.

1° Quelle est l'induction magnétique à l'intérieur de la bobine ?

2° Quelle est la valeur du flux magnétique qui traverse une section médiane du solénoïde ?

3° A l'intérieur de la bobine précédente et vers le milieu, on place une petite bobine plate, de 6 cm² de section, comportant 20 spires. Quelle est la valeur du flux magnétique traversant les 20 spires, lorsque la normale à la bobine intérieure fait un angle de 45° avec l'axe de la bobine extérieure ?

Solution. — 1° A l'intérieur de la bobine, les lignes d'induction sont parallèles. Le vecteur $\vec{B}$ est dirigé suivant l'axe, son module est constant :

$$B = 4\pi \times 10^{-7}\,\frac{N\,I}{l} = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{600 \times 2}{0{,}3} = 16\pi \times 10^{-4}\ \text{T} \simeq 5\ \text{mT}.$$

2° Le flux à travers une section S est donné par la formule :

$$\Phi = B\,S = 16\,\pi \times 10^{-4} \times \pi \times 25 \times 10^{-4} = 400\,\pi^2 \times 10^{-8} \approx 4\,000 \times 10^{-8}$$

ou :

$$\Phi = 4 \times 10^{-5}\ \text{Wb}.$$

3° Le flux de l'induction $\vec{B}$ à travers les N spires de la bobine intérieure est :

$$\Phi = B\,s\,N \cos\alpha = 5{,}02 \times 10^{-3} \times 6 \times 10^{-4} \times 20 \times 0{,}707 = 42{,}6 \times 10^{-6}\ \text{Wb}.$$

9-4. En un lieu où l'induction magnétique terrestre a des composantes de modules $B_h = 20\ \mu T$ et $B_v = 40\ \mu T$ (vers le bas), on place une bobine de 50 spires montées sur un support carré de 40 cm de côté. Cette bobine peut tourner autour

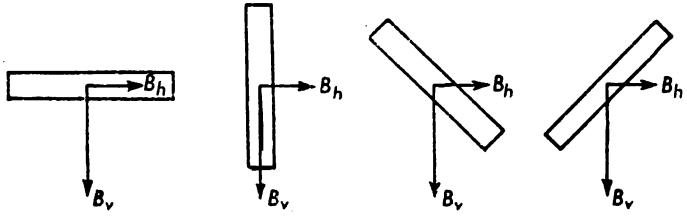


FIG. 9-11.

d'un axe perpendiculaire au plan méridien magnétique du lieu. Déterminer le flux magnétique traversant les 50 spires de la bobine lorsqu'elle occupe les positions suivantes représentées par la figure *9-11*.

1° Son plan est horizontal.

2° Son plan est vertical.

3° Son plan est incliné à 45° sur l'horizontale (2 positions distinctes).

Définir la position pour laquelle le flux qui la traverse est nul.

Réponses : 1° 0,32 mWb ;
2° 0,16 mWb ;
3° 0,339 mWb quand les flux sont de même sens,
0,113 mWb quand les flux sont de sens contraires.

Le flux est nul quand le plan de la bobine fait avec l'horizontale un angle de 63° 26′.

9-5. Sur un manchon isolant cylindrique de 55 mm de diamètre et de 30 cm de longueur, on enroule 5 couches à spires jointives de fil cuivre de 0,8 mm de diamètre, à raison de 10 spires par centimètre de longueur et par couche, chaque couche avec l'isolant occupant une épaisseur de 1 mm.

1° Déterminer le nombre de spires bobinées, et la résistance de cette bobine ($\rho = 1{,}6 \times 10^{-8}\ \Omega$ m) ;

2° Quelle intensité doit traverser la bobine pour que l'induction magnétique au centre soit égale à 1,25 mT ?

Réponses : 1° 1 500 spires ; $90\,\pi$ ou 283 m ; 9 Ω.
2° 0,2 A.

9-6. Sur deux anneaux rigides minces circulaires ayant un diamètre commun vertical (*fig. 9-12*), et dont les plans sont perpendiculaires, on monte deux bobinages A_1 et A_2 comportant chacun 500 spires de fil conducteur. Une aiguille aimantée sur pivot vertical est placée au centre du dispositif. Un limbe gradué en degrés permet la mesure de l'angle α que fait l'axe de l'aiguille avec le plan de A_1.

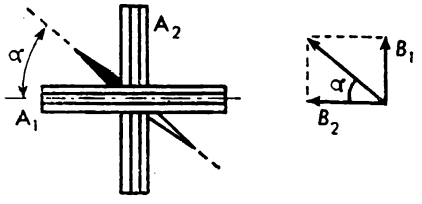


FIG. 9-12.

1° En négligeant l'action du magnétisme terrestre devant l'action des courants I_1 et I_2 qu'on fait circuler dans les bobines A_1 et A_2, montrer que tg $\alpha = I_1/I_2$, et calculer I_2 pour que $\alpha = 30°$ lorsque $I_1 = 5$ mA ;

2° Chacune des bobines a une résistance propre $r = 20\Omega$. Un même générateur, fournissant une tension U entre ses bornes, alimente séparément les deux bobines : A_1 à travers une résistance fixe R ; A_2 à travers une résistance inconnue X. Montrer que l'angle α est indépendant de la valeur de U. Calculer tg α pour $R = 1\,980\ \Omega$ et $X = 3\,440\ \Omega$.

3° Ce système peut être employé en ohm-mètre : graduer le limbe en valeurs de X, pour des angles α échelonnés de 10 en 10° de 10 à 80°.

Réponses : 1° Les inductions B_1 et B_2 sont proportionnelles aux courants I_1 et I_2 :

$$\text{tg } \alpha = \frac{B_1}{B_2} = \frac{I_1}{I_2}.$$

Application : $I_2 = 8{,}66$ mA.

2° $I_1 = \dfrac{U}{20 + R}$; $I_2 = \dfrac{U}{20 + X}$; $\text{tg } \alpha = \dfrac{I_1}{I_2} = \dfrac{20 + X}{20 + R}$ indépendant de U.

Application : tg $\alpha = 1{,}73$ ($\alpha = 60°$).

3° Pour α de 10 à 80° : $X = 332,\ 708,\ 1\,134,\ 1\,658,\ 2\,364,\ 3\,444,\ 5\,471,\ 11\,322\ \Omega$.

CHAPITRE 10

AIMANTATION DU FER
CIRCUITS MAGNÉTIQUES - ÉLECTRO-AIMANTS

Généralités sur le ferromagnétisme

Une barre de fer doux placée dans l'axe d'une bobine (*fig. 10-1*) acquiert une aimantation lorsqu'un courant passe dans la bobine. Cette propriété caractéristique est appelée *ferromagnétisme*. Elle est particulièrement sensible pour le *fer*, le *nickel*, le *cobalt*, et leurs *alliages* (les aciers en particulier).

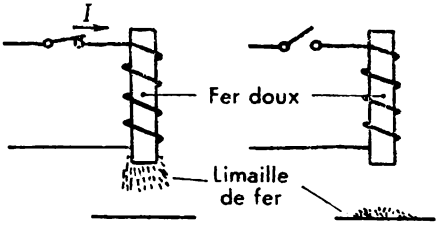


FIG. 10-1.

L'*aimantation induite* conférée aux métaux ferromagnétiques dits parfaits (le fer pur est presque parfait pour des aimantations faibles) disparaît quand cesse l'*excitation* (dans le montage *10-1*, il suffit de couper le courant) Les autres matériaux ferromagnétiques conservent une aimantation durable (*aimantation rémanente*) : celle-ci disparaît cependant peu à peu, à moins que la barre ne soit très longue.

L'étude qui suit porte sur l'aimantation du *fer* et de ses alliages les plus usuels, les *aciers*.

Mesure de l'induction dans le fer

La production de courants induits par *variation du flux magnétique* traversant un circuit conducteur fermé (effet *c* signalé dans le chapitre précédent) permet une détermination de l'induction dans le fer. Les appareils utilisés (*fluxmètre* et *galvanomètre balistique*) mesurent par leurs déviations les *variations du flux magnétique* traversant la *bobine exploratrice* à laquelle ils sont reliés.

1er Exemple (*fig. 10-2*) : La bobine du fluxmètre passant d'une région où l'induction est nulle à une région où existe une induction B (limitée à la section S du fer), le fluxmètre indique la variation du flux, ici égale à $B\,S$. Connaissant Φ et S, on calcule B.

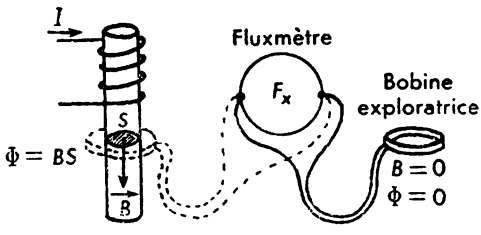


Fig. 10-2.

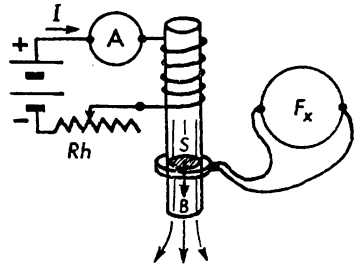


Fig. 10-3.

2e Exemple (*fig. 10-3*) : Le fer étant aimanté sous l'action d'un courant excitateur I constant, et le fluxmètre réglé au zéro, on fait varier brusquement le courant I : l'aimantation du fer change, l'induction B dans la section S du fer varie d'une quantité ΔB, et le fluxmètre mesure la variation de flux $\Delta B \times S$. D'où ΔB.

Nota. — Dans les circuits magnétiques usuels, les lignes d'induction dans le fer sont *longitudinales*, et l'*induction* est *uniforme* en tout point d'une même *section droite*.

Circuit magnétique fermé, homogène et de section constante

1° *Résultats expérimentaux.* Sur un tore de fer doux de section S, dont la fibre moyenne a une longueur l (*fig. 10-4*), on a réparti les N spires d'un enroulement parcouru par un courant I réglable. Un fluxmètre mesure les variations du flux $\Phi = B\,S$ traversant une section droite du tore : connaissant un état magnétique antérieur du tore, on peut caractériser un nouvel état magnétique par la détermination d'une nouvelle valeur de l'induction B.

a) En l'absence de fer, l'enroulement torique produirait dans le vide (ou dans l'air) une induction :

$$B_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{N\,I}{l} = 4\pi \times 10^{-7} N_1\,I.$$

En présence du fer, on mesure un induction B *beaucoup plus grande*, et on écrit :

$$\boxed{B = B_0 \times \mu_r}$$

μ_r est un coefficient appelé *perméabilité magnétique relative du fer.*

b) Si l'enroulement est régulièrement réparti sur le tore, *toutes les lignes d'induction passent dans le fer* : le flux magnétique est constant dans toute section du tore.

c) Au cours d'une première aimantation, l'induction B ne dépend que du produit $N_1\,I$, appelé *excitation magnétique* produite par la bobine torique.

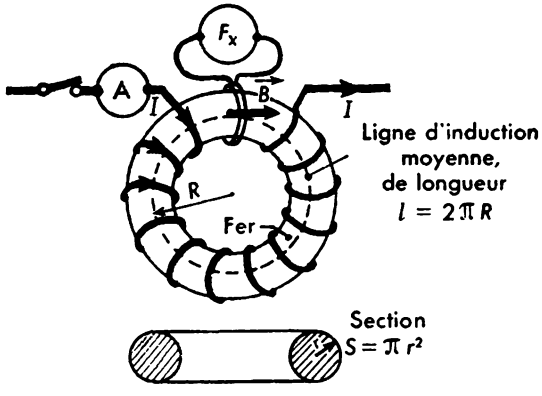


FIG. 10-4.

Les graphiques relevés expérimentalement montrent que B est sensiblement proportionnel à $N_1\,I$ lorsque l'aimantation reste au-dessous d'une certaine limite, à partir de laquelle une même augmentation de B n'est obtenue qu'au prix d'une augmentation de plus en plus grande du nombre d'ampère-tour par mètre (phénomène de *saturation*).

EXEMPLE : échantillon d'acier doux.

$N_1\,I$ (A/tr/m)	22,5	45	90	140	205	300	475	940	5 200	15 800
B (T ou Wb/m²).....	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8
μ_r	3 550	3 550	3 550	3 430	3 120	2 670	2 020	1 190	246	91

Pour cet échantillon, au-dessous de 0,8 tesla, l'induction B est sensiblement proportionnelle à l'excitation $N_1 I$, avec une valeur moyenne voisine de 3 450 pour la perméabilité relative.

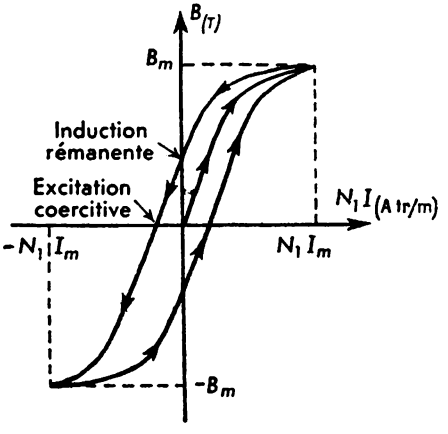


FIG. 10-5.

d) Si après une première aimantation on fait décroître l'excitation, les valeurs trouvées pour l'induction sont différentes : les matériaux magnétiques présentent un *retard* à la désaimantation et à l'aimantation (phénomène d'*hystérésis*).

La figure *10-5* représente une courbe de première aimantation et un cycle d'hystérésis.

2° *Formule d'Hopkinson pour un circuit magnétique fermé, homogène et de section constante.*

Un tel circuit, même de forme polygonale quelconque, peut être réduit à un tore ayant même longueur l de ligne d'induction moyenne, et même section S.

On écrit alors :

$$B = \mu_r B_0 = 4\pi \times 10^{-7} N_1 I \times \mu_r = 4\pi \times 10^{-7} \frac{N I}{l} \mu_r$$

$$\Phi = B S = 4\pi \times 10^{-7} \frac{N I}{l} \mu_r S$$

En remarquant que $4\pi \times 10^{-7} \times \dfrac{\mu_r S}{l}$ peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{1}{\dfrac{l}{4\pi \times 10^{-7} \mu_r S}}$$

on écrira la relation dite d'Hopkinson :

Flux à travers une section du circuit :

$$\Phi = \frac{N\,I}{\dfrac{l}{4\,\pi \times 10^{-7}\,\mu_r\,S}} = \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{R}}$$

Force magnéto-motrice

Réluctance du circuit

Cette formule, dont l'analogie avec la loi d'Ohm ($I = E/R$) est assez frappante, n'aurait d'intérêt pratique que si μ_r pouvait être pris comme constante.

Dans la réalité, si on se donne μ_r, il n'y correspond qu'une valeur possible de l'induction B, donnée par la fiche technique du matériau utilisé, et on obtient directement le flux par $\Phi = B\,S$.

On peut alors se proposer de déterminer le nombre d'ampère-tour nécessaire (voir application 10-1).

Circuit magnétique sans fuites, formé de plusieurs tronçons différents, en série

Nous admettrons sans démonstration la généralisation de la loi d'Hopkinson à un circuit tel que celui de la figure *10-6*, avec des conventions analogues à celles de la loi d'Ohm :

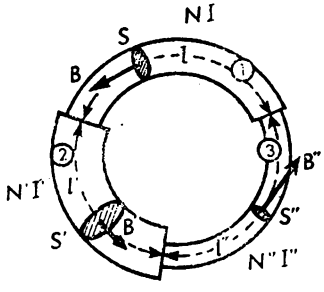


Fig. 10-6.

— les forces magnétomotrices en série s'ajoutent (si les spires sont toutes parcourues dans le même sens par les courants) ;

— les réluctances en série s'ajoutent.

De plus, le circuit étant sans fuites magnétiques, le *flux magnétique est constant* dans tout le circuit.

La formule d'Hopkinson s'écrit alors :

$$\Phi = \frac{\text{Somme des } N\,I}{\text{Somme des réluctances}}.$$

Cette formule serait sans utilité sans l'artifice suivant : on imagine, dans le cas de figure donnée, trois petits circuits fermés homogènes, portant chacun leurs enroulements excitateurs, *tels que le flux dans chacun d'eux ait la même valeur* Φ *que pour le circuit général*. On écrit alors :

$$\Phi = \frac{N\,I}{\mathcal{R}} = \frac{N'\,I'}{\mathcal{R}'} = \frac{N''\,I''}{\mathcal{R}''} = \frac{N\,I + N'\,I' + N''\,I''}{\mathcal{R} + \mathcal{R}' + \mathcal{R}''}.$$

La formule d'Hopkinson est donc satisfaite par l'équivalence imaginée.

Voir à titre d'exemple les applications 10-2 et 10-3.

Ce mode de calcul est valable si l'une des portions du circuit est vide de matériaux magnétiques (*entrefer*, pour lequel on prendra $\mu_r = 1$). *Voir* l'application 10-4.

Cas des circuits magnétiques présentant des fuites

1er *cas* : *enroulement mal réparti* (*fig. 10-7 a*). Si Φ est le flux dans le fer sans enroulement et φ le flux de fuites, la portion de circuit portant l'enroulement est traversée par $\Phi + \varphi = k\,\Phi$ (avec $k > 1$). *Voir* application 10-5.

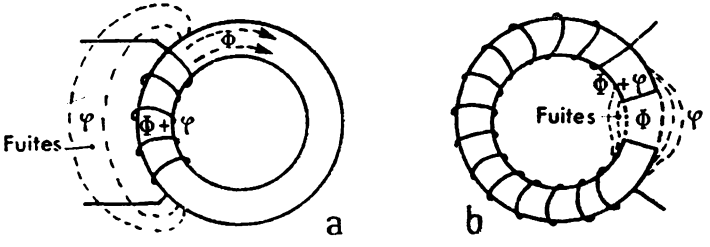


FIG. 10-7.

2e *cas* : *entrefer* (*fig. 10-7, b*). Des lignes d'induction passent dans l'air hors de la section S des faces du circuit. Il faut encore appliquer un coefficient de pertes $k > 1$. *Voir* application 10-6.

Force portante d'un électro-aimant

Un circuit magnétique ouvert, avec son enroulement excitateur, constitue un électro-aimant. On ferme le circuit par une armature en métal ferro-magnétique. Si S est la surface de contact avec l'armature, et B l'induction à ce niveau, la force qui s'exerce sur l'armature est :

$$F = \frac{B^2\,S}{8\,\pi} \times 10^7.$$

F est en newtons avec B en teslas et S en mètres-carrés.

Applications

Nota : Le calcul des circuits magnétiques est entaché d'assez lourdes incertitudes, et on ne peut en attendre que des résultats approximatifs ; seule l'étude expérimentale d'une maquette peut garantir l'exactitude des calculs d'un projet.

En conséquence, on admet dans les calculs des approximations assez larges, ainsi que l'emploi des procédés graphiques.

Travail préliminaire.

D'après le tableau des nombres donnés à la page 112 pour un échantillon d'acier doux, établir sur papier millimétrique la *courbe de première aimantation* de ce matériau.

Echelles recommandées : pour les excitations $N_1 I$ en abscisses, 1 cm pour 100 A tr/m ; pour les inductions B en ordonnées, 1 cm pour 0,1 tesla. Se limiter au point (1 800 A tr/m ; 1,5 T).

Dans tous les exercices qui suivent, les circuits magnétiques seront supposés réalisés avec ce même acier doux.

10-1. Dans une tôle d'acier doux de 1 mm d'épaisseur on découpe 20 pièces en forme d'anneaux circulaires de 6 cm de diamètre intérieur et de 12 cm de diamètre extérieur. Autour du circuit magnétique obtenu en empilant les 20 pièces, on bobine un enroulement de 50 spires. Déterminer :

1° Le flux magnétique traversant une section droite du circuit magnétique lorsque l'enroulement est traversé par un courant de 0,3 A ;

2° L'intensité nécessaire dans l'enroulement pour que l'induction dans le circuit magnétique soit égale à 0,9 tesla.

Solution. — 1° Les vingt pièces forment un circuit magnétique dont la section droite mesure 20 mm en épaisseur, et $(12 - 6)/2 = 3$ cm en largeur, et dont la surface est $S = 2 \times 3 = 6$ cm^2 $= 6 \times 10^{-4}$ m^2.

La longueur de la ligne d'induction moyenne est celle d'une circonférence de diamètre égal à :

$$\frac{12 + 6}{2} = 9 \text{ cm.}$$

soit :

$$l = 3{,}14 \times 0{,}09 \approx 0{,}28 \text{ m.}$$

L'enroulement comporte cinquante spires, soit par mètre :

$$N_1 = \frac{N}{l} = \frac{50}{0{,}28} \text{ spires/m.}$$

Pour un courant de 0,3 A il donne une excitation :

$$N_1 I = \frac{50}{0{,}28} \times 0{,}3 = 53 \text{ A tr/m.}$$

Cette valeur correspond sur le graphique à une induction de 0,24 tesla environ.

Le flux magnétique à travers une section est :

$$\Phi = B S = 0{,}24 \times 6 \times 10^{-4} = 1{,}44 \times 10^{-4} \text{ Wb ou } 0{,}144 \text{ mWb}$$

Nota : la détermination de B peut être faite également par un calcul d'interpolation entre deux points connus :

pour 45 A tr/m, $B = 0{,}2$ T
pour 90 A tr/m, $B = 0{,}4$ T.
pour 53 A tr/m, $B = 0{,}2 + \dfrac{0{,}2 \times 8}{45} = 0{,}235$ T :

On peut aussi remarquer que l'on travaille dans une portion rectiligne de courbe, où B et $N_1 I$ sont proportionnels. D'où :

$$B = \frac{0{,}4 \times 53}{90} = 0{,}235 \text{ T.}$$

2° Pour que l'induction soit de 0,9 T, il faut, d'après la courbe, une excitation égale à 250 A tr/m.

La longueur du circuit magnétique étant $l =$ 0,28 m, on peut calculer le nombre d'ampère-tours nécessaires :

$$N I = N_1 I \times l = 250 \times 0{,}28 = 70 \text{ A tr.}$$

D'où l'intensité du courant d'excitation : 70/50 = 1,4 A.

10-2. La figure *10-8*, représente un circuit magnétique en fer doux, supposé sans fuites, formé d'une pièce en fer à cheval de section circulaire (diamètre 3 cm) et d'une armature de 2 cm d'épaisseur sur 4 cm de largeur. Déterminer le nombre d'ampères-tours nécessaires pour produire à travers toute section du circuit un flux magnétique de 8 × 10^{-4} weber.

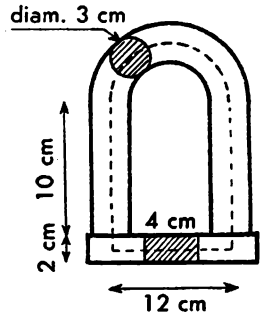


FIG. 10-8.

Solution. — Le circuit magnétique comporte deux tronçons en série

1° une pièce en fer à cheval :

longueur de la ligne moyenne :

$$l = 10 + 10 + \frac{3{,}14 \times 12}{2} \approx 39 \text{ cm ou } 0{,}39 \text{ m ;}$$

surface de section droite :

$$S = \frac{3{,}14 \times 9}{4} = 7{,}06 \text{ cm}^2 \approx 7 \times 10^{-4} \text{ m}^2 ;$$

induction dans ce tronçon :

$$B = \frac{\Phi}{S} = \frac{8 \times 10^{-4}}{7 \times 10^{-4}} = 1{,}04 \text{ T}$$

excitation nécessaire (d'après courbe) :

$$N_1 I = 320 \text{ A tr/m ;}$$

nombre d'ampères-tours nécessaires :

$$N I = 320 \times 0{,}39 = 125.$$

2° une armature :

longueur de la ligne moyenne :

$$l' = 12 + 1 + 1 = 14 \text{ cm} = 0{,}14 \text{ m ;}$$

surface de section droite :

$$S' = 2 \times 4 = 8 \text{ cm}^2 = 8 \times 10^{-4} \text{ m}^2 ;$$

induction dans ce tronçon :

$$B' = \frac{\Phi}{S'} = \frac{8 \times 10^{-4}}{8 \times 10^{-4}} = 1 \text{ T} ;$$

excitation nécessaire (courbe) :

$$N'_1 I' = 300 \text{ A tr/m} ;$$

nombre d'ampères-tours nécessaires :

$$N' I' = 300 \times 0{,}14 = 42.$$

Total des ampères-tours pour le circuit :

$$125 + 42 = 167.$$

10-3. Le circuit magnétique représenté par la figure *10-9* est formé d'un empilement de 4 cm d'épaisseur en tôles d'acier doux. Un enroulement unique entoure

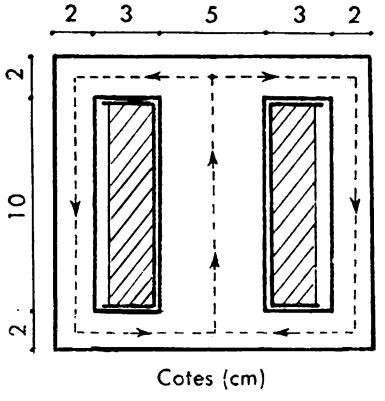


FIG. 10-9.

le noyau central. Déterminer le nombre d'ampères-tours nécessaires pour que la plus grande valeur de l'induction dans le circuit soit de 0,8 tesla. Si l'on admet dans le fil de l'enroulement une densité de courant de 2 A/mm², l'enroulement dispose-t-il de la place nécessaire ? On néglige toute fuite magnétique dans ce système.

Solution. — Le flux magnétique qui traverse le noyau central se partage également entre deux voies identiques, associées en parallèle. On peut donc remplacer ces deux voies par un tronçon unique équivalent, ayant pour longueur celle de la ligne d'induction moyenne de l'une des voies, et une section double de celle de l'une des voies.

On aura donc :

— pour le tronçon unique équivalent :

$$l = (2{,}5 + 3 + 1) \times 2 + (1 + 10 + 1) = 25 \text{ cm ou } 0{,}25 \text{ m}$$

$$S = (2 \times 4) \times 2 = 16 \text{ cm}^2 \text{ ou } 16 \times 10^{-4} \text{ m}^2 ;$$

— pour le noyau central

$$l' = 1 + 10 + 1 = 12 \text{ cm ou } 0{,}12 \text{ m},$$

$$S' = 5 \times 4 = 20 \text{ cm}^2 \text{ ou } 20 \times 10^{-4} \text{ m}^2.$$

Le flux étant le même à travers toute section du circuit unique, c'est dans le premier tronçon que l'induction aura la plus grande valeur, soit : $B = 0{,}8$ T. La courbe donne $N_1 I = 205$. D'où :

$$N I = 205 \times 0{,}25 = 51{,}25 \text{ A tr.}$$

Le flux commun doit être :

$$\Phi = B S = 0{,}8 \times 16 \times 10^{-4} = 12{,}8 \times 10^{-4} \text{ Wb.}$$

Pour le noyau central, l'induction est :

$$B' = \frac{\Phi}{S'} = \frac{12{,}8 \times 10^{-4}}{20 \times 10^{-4}} = 0{,}64 \text{ T.}$$

La courbe donne $N'_1 I' = 150$. D'où :

$$N' I' = 150 \times 0{,}12 = 18 \text{ A tr.}$$

Pour l'ensemble, il faudra donc : 51,25 + 18 soit 70 A tr.

La section de l'enroulement (avec tous isolants) ne doit pas dépasser la surface d'un espace vide, soit $3 \times 10 = 30$ cm^2.

Avec n spires de fil de section s (fil nu), chaque fil admettant un courant $I = s j$ (j = densité de courant), le nombre d'ampères-tours sera $n I = n s j$ et la section totale de fil nu sera :

$$n s = \frac{n I}{j} = \frac{70}{2} = 35 \text{ mm}^2.$$

L'espace prévu est donc largement suffisant.

10-4. Dans un tore en acier doux de 4 cm² de section et dont la ligne d'induction moyenne a un diamètre de 12 cm, on pratique une saignée parallèle à un plan

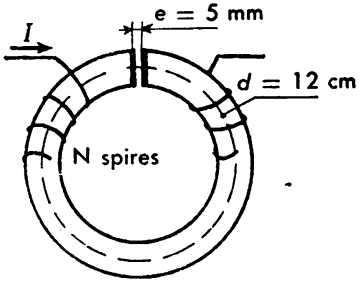


FIG. 10-10.

de section droite, pour créer un entrefer d'épaisseur constante e = 5 mm. Déterminer le nombre d'ampères-tours nécessaires pour produire dans l'entrefer une induction magnétique $B = 0{,}9$ tesla. On néglige toutes fuites magnétiques.

Solution. — Négliger les fuites magnétiques au niveau de l'entrefer revient à admettre que les lignes d'induction dans l'air sont toutes contenues dans un cylindre de hauteur e, dont les bases sont les faces coupées du tore : l'acier et l'air forment un *tube d'induction* de section constante S, et le flux magnétique à travers toute section droite (prise dans l'acier ou dans l'air), est *constant* et égal à $\Phi = B\,S = 0{,}9 \times 4 \times 10^{-4} = 3{,}6 \times 10^{-4}$ Wb ; l'induction B est la même dans l'acier et dans l'air.

Le circuit magnétique complet comprend donc deux tronçons en série :

— un tronçon d'acier de section $S = 4 \times 10^{-4}$ m², de longueur $l = \pi\,d - e = 3{,}14 \times 12 - 0{,}5 = 37{,}7 - 0{,}5 = 37{,}2$ cm ou 0,372 m : à $B = 0{,}9$ T la courbe fait correspondre $N_1\,I = 240$ A tr/m ; le nombre d'ampères-tours nécessaires pour l'acier est de :

$$240 \times 0{,}372 \approx 89 \text{ A tr} ;$$

— un tronçon d'air, pour lequel on *imagine une bobine torique* de longueur e, à l'intérieur de laquelle les ampères-tours $N'\,I'$ devraient créer l'induction B (dans l'air). On doit donc écrire :

$$B = 4\,\pi \times 10^{-7} \times \frac{N'\,I'}{e}.$$

D'où :

$$N'\,I' = \frac{1}{4\,\pi \times 10^{-7}} \times B\,e$$

ou :

$$N'\,I' = \frac{1}{4\,\pi} \times 10^{7}\,B\,e \approx 0{,}08 \times 10^{7}\,Be = 0{,}08 \times 10^{7} \times 0{,}9 \times 5 \times 10^{-3} = 3\,600 \text{ A tr.}$$

Le nombre total d'ampères-tours nécessaires pour l'ensemble du circuit est donc : $89 + 3\,600 = 3\,689$.

On notera l'importance prise par l'entrefer dans la distribution des ampères-tours. Lorsqu'un circuit magnétique fermé est réalisé en plusieurs tronçons, il convient d'assurer un bon ajustement des faces de contact.

10-5. La ligne d'induction moyenne d'un circuit magnétique en acier doux a la forme d'un carré de 12 cm de côté ; le circuit a une section constante de 8 cm². L'enroulement excitateur étant monté sur un seul des 4 tronçons du circuit, on tiendra compte d'un coefficient de pertes égal à 1,1, pour déterminer l'intensité du courant dans les 100 spires de l'enroulement, de telle sorte que le flux magnétique dans les 3 tronçons sans enroulement soit de 9×10^{-4} Wb.

Solution. — Pour tenir compte des pertes, le flux à travers une section du tronçon portant l'enroulement devra être égal à :

$$9 \times 10^{-4} \times 1{,}1 = 9{,}9 \times 10^{-4} \text{ Wb.}$$

On devra donc avoir

— pour le tronçon porteur de l'enroulement :

$$B = \frac{9{,}9 \times 10^{-4}}{8 \times 10^{-4}} = 1{,}24 \text{ T.}$$

D'où

$$N_1\,I = 540 \text{ A tr/m.}$$

Nombre d'ampères-tours nécessaires $= 540 \times 0{,}12 = 64{,}8$;

— pour les trois tronçons sans enroulement :

$$B' = \frac{9 \times 10^{-4}}{8 \times 10^{-4}} = 1{,}125 \text{ T.}$$

D'où :

$$N'_1 I' \approx 390 \text{ A tr/m.}$$

Nombre d'ampères-tours nécessaires : $390 \times 0{,}36 = 140$;

— pour l'ensemble : 64,8 + 140 soit 205 ampères-tours.

10-6. Reprenant le circuit de l'application 10-4, on tient compte d'un coefficient de pertes de 1,2 en raison des fuites magnétiques au niveau de l'entrefer, où l'on veut maintenir une induction uniforme de 0,9 tesla entre les faces en regard

Solution. — Le mode de calcul pour le tronçon entrefer reste le même, et conduit à 3 600 ampères-tours.

Pour tenir compte des fuites, le flux dans l'acier doit être $\Phi' = B' S = B S \times 1{,}2$. D'où l'induction dans l'acier : $B' = 1{,}2\,B$ ou $0{,}9 \times 1{,}2 = 1{,}08$ T. La courbe donne $N'_1 I' = 350$ A tr/m. D'où $N' I' = 350 \times 0{,}372 \approx 130$ A tr.

Soit un total de 3 730 ampères-tours (on notera que ce mode de calcul est peu rigoureux, et la détermination du coefficient de pertes est d'ailleurs très aléatoire).

10-7. Calculer la force portante de l'électro-aimant représenté par la figure *10-8*, l'induction au niveau des faces de contact étant de 1,04 tesla.

Solution. — La surface des faces en contact étant $7 \times 10^{-4} \times 2$ ou 14×10^{-4} m², l'application conduit à :

$$F = \frac{1{,}04 \times 1{,}04 \times 14 \times 10^{-4} \times 10^7}{8 \times 3{,}14} \approx 600 \text{ N} \approx 60 \text{ kgf.}$$

10-8. Un électro-aimant en fer à cheval forme avec son armature un circuit magnétique de section constante 15 cm² et dont la longueur de ligne d'induction moyenne est de 60 cm. Déterminer le nombre d'ampères-tours nécessaires pour produitre à travers toute section du circuit un flux magnétique de 18 $\times 10^{-4}$ Wb. Quelle sera la force portante ?

Réponses : 285 A tr ; 1 730 N.

10-9. Dans l'exercice précédent, les contacts entre le fer à cheval et l'armature étant imparfaits, on les assimile à un entrefer de 1 mm d'épaisseur (pour l'ensemble des deux joints). Déterminer le nombre d'ampères-tours nécessaires pour que l'induction conserve la même valeur que précédemment.

Réponse $\simeq$ 1 250 A tr.

10-10. Un anneau en acier doux, a pour diamètre intérieur 38 cm, pour diamètre extérieur 50 cm, pour épaisseur 10 cm. Il porte un enroulement de 435 spires traversées par un courant de 2 ampères.

1° Calculer l'induction magnétique dans le métal, et le flux à travers une section ;

2° Quelle devrait être l'intensité du courant pour conserver la même induction après avoir pratiqué dans l'anneau un entrefer de 8 mm de largeur (on néglige toutes fuites).

Réponses : 1° 1,3 T ; 78 $\times 10^{-4}$ Wb.

2° 21 A.

10-11. Le circuit magnétique de la figure *10-9*, est coupé par deux entrefers de 1 cm de largeur pratiqués dans les deux côtés parallèles au noyau central. En négligeant toutes fuites, déterminer le nombre d'ampères-tours nécessaires pour maintenir dans les entrefers une induction de 0,8 tesla.

Réponse : 6 467 A tr.

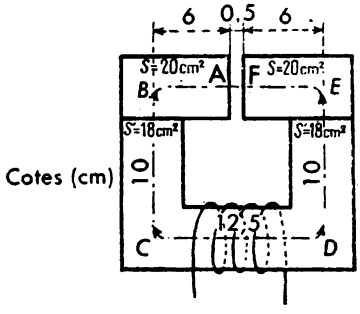


FIG. 10-11.

10-12. Déterminer le nombre d'ampères-tours nécessaires pour maintenir une induction de 1 tesla dans l'entrefer de l'électro-aimant représenté par la figure *10-11*. On prendra pour le parcours *BCDE* une section de 18 cm² et pour les parcours *EF* et *AB* une section de 20 cm². Le coefficient des pertes au niveau de l'entrefer est de 1,2 et on néglige toutes autres fuites.

Réponse : 4 000 + 57 + 227 = 4 284 A tr ~ 4 300 A tr.

CHAPITRE II

FORCES ÉLECTROMAGNÉTIQUES APPAREILS DE MESURE A CADRE MOBILE

Forces et couples électromagnétiques

1° *Force exercée par une induction magnétique sur un élément de courant rectiligne (fig. 11-1).*

Un portion $M\,N$, de longueur l, d'un conducteur rectiligne, est placée dans une région où l'induction magnétique $\vec{B}$ est *uniforme* (constante en

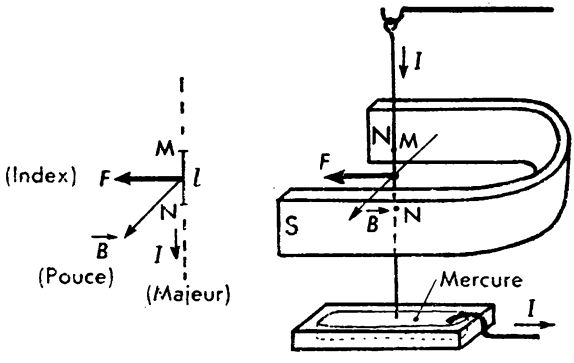


FIG. 11-1.

direction, sens et grandeur en tout point de l'espace). On constate expérimentalement que l'élément $M\,N$ est soumis à une *force électromagnétique* :

— dont le point d'application est le milieu de $M\,N$;

— dont la direction est perpendiculaire au plan défini par $\vec{B}$ et l'élément $M\,N$;

— dont le sens est donné par la *règle des trois doigts de la main droite* (le pouce, l'index, le majeur écartés, désignant respectivement, dans l'ordre alphabétique : le *champ* $(\overrightarrow{B})$, le *chemin* $(\overrightarrow{F})$, le *courant* $(\overrightarrow{I})$ (1) ;

— de grandeur donnée par la *loi de Laplace* :

$$\boxed{F = B\,I\,l} \quad \text{ou} \quad \boxed{F = B\,I\,l \sin \alpha}$$

N TAm N TAm

Si $\overrightarrow{B}$ est perpendiculaire à l'élément $M\,N$ — Si $\overrightarrow{B}$ fait un angle α avec l'élément $M\,N$

Exemple : Dans le dispositif expérimental représenté par la figure *11-1* on a placé l'aimant et le conducteur mobile de façon que les lignes d'induction de l'aimant soient perpendiculaires au fil ($\overrightarrow{B}$ perpendiculaire à $\overrightarrow{I}$). Pour $I = 20$ A, l'élément $M\,N$ de longueur $l = 4$ cm, placé dans l'entrefer où l'induction est $B = 12{,}5$ m T, est soumis à une force :

$$F = B\,I\,l = 12{,}5 \times 10^{-3} \times 20 \times 4 \times 10^{-2} = 10^{-2}\,N \approx 10^{-3}\,\text{kgp}.$$

Remarque. La formule $F = B\,I\,l \sin \alpha$ est générale. Pour $\alpha = \pi/2$ radian ou 1 D, $\sin \alpha = 1$, et on retrouve la formule particulière $F = B\,I\,l$. Pour $\alpha = 0$, $\sin \alpha = 0$: un élément de conducteur parallèle aux lignes d'induction n'est soumis à aucune force.

2° *Couple exercé par une induction magnétique uniforme sur une bobine parcourue par un courant.*

a) *L'induction magnétique est dans le plan de la bobine.*

En tenant compte des notations de la figure *11-2*, on voit que :

— les brins horizontaux $A\,D$ et $B\,C$, parallèles à $\overrightarrow{B}$, ne sont soumis à aucune force ;

— les brins verticaux, perpendiculaires à $\overrightarrow{B}$ et parcourus par un courant I, sont soumis à une force perpendiculaire au plan de la bobine et de grandeur égale à $B\,I\,l$;

— les forces s'exerçant sur les côtés $A\,B$ et $C\,D$ du cadre sont parallèles, de sens contraire, de grandeur $N\,B\,I\,l$, et le cadre est donc soumis à un *couple*, de moment :

$$\Gamma = N\,B\,I\,l \times d = N \times I \times l\,d \times B = N \times I \times S \times B$$

(1) Autre règle, dite de l'observateur d'Ampère : couché sur le conducteur, le courant « entrant » par ses pieds, il regarde dans le sens de l'induction, son bras gauche étendu donne le sens de la force.

On écrira :

$$\Gamma = N\,I\,S \times B$$

m. N A m² T

$I\,S$ est le moment magnétique d'une spire ;

$N\,I\,S$ est le moment magnétique du cadre.

EXEMPLE : Cadre de 100 spires, de surface 12 cm², placé dans un champ d'induction $B = 25$ m T et parcouru par un courant de 2 m A : le moment du couple électromagnétique est :

$$\Gamma = 100 \times 2 \times 10^{-3} \times 12 \times 10^{-4} \times 25 \times 10^{-3} = 6 \times 10^{-6}\ \text{m. N}$$

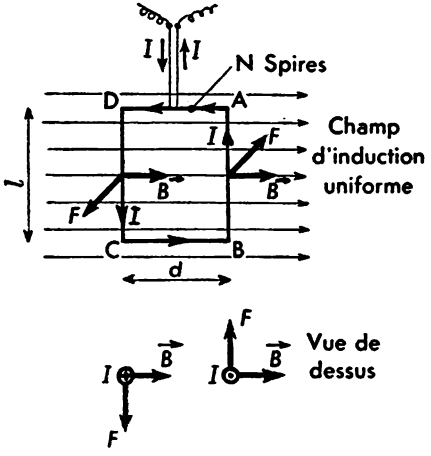


FIG. 11-2.

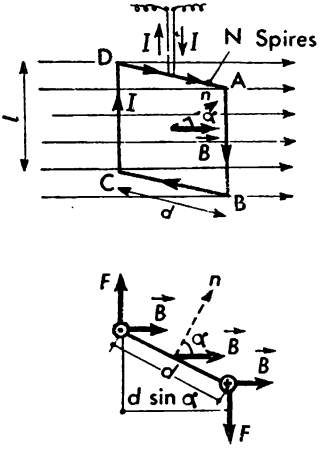


FIG. 11-3.

b) *L'induction magnétique fait un angle α avec la normale à la bobine.*

En tenant compte des notations de la figure *11-3*, on voit que :

— les brins $A\,D$ et $B\,C$ sont soumis à des forces dirigées suivant l'axe vertical du cadre, de sens contraire, de résultante nulle ;

— les brins verticaux, *perpendiculaires à B*, sont soumis à une force égale à $B\,I\,l$;

— les forces s'exerçant sur les côtés $A\,B$ et $C\,D$ sont parallèles, de sens contraire, de grandeur $N\,B\,I\,l$, et le cadre est soumis à un *couple*, de moment :

$$\Gamma = N\,B\,I\,l \times d \sin\alpha = N\,I\,l\,d \times B \sin\alpha.$$

On écrira :

$$\Gamma = N I S \times B \times \sin \alpha.$$

m-N A m² T

EXEMPLE : Dans les conditions de la figure 11-3, si la normale au cadre et l'induction magnétique font un angle de 30°, $\sin \alpha = 0{,}5$ et le moment du couple électromagnétique n'est plus que de 3×10^{-6} m N.

REMARQUE.

La formule est générale :

— si $\overrightarrow{B}$ est contenu dans le plan du cadre, $\alpha = \pi/2$, $\sin \alpha = 1$, et on retrouve la formule $\Gamma = N \times I S \times B$;

— si $\overrightarrow{B}$ est perpendiculaire au plan du cadre, $\alpha = 0$, $\sin \alpha = 0$, et le moment du couple est nul : c'est la position vers laquelle tend le cadre, lorsqu'il est soumis *à la seule action du champ magnétique* ; elle correspond au *maximum du flux magnétique* à travers le cadre, et l'équilibre est stable si le flux entre par la *face sud* du cadre.

Travail des forces électromagnétiques

En considérant le cas particulier d'un élément rectiligne de conducteur, de longueur l, soumis à une induction $\overrightarrow{B}$ qui lui est perpendiculaire, et parcouru par un courant I (*fig. 11-4*), on peut calculer le travail de la force électromagnétique F ($F = B I l$) : il est égal à : $W = F \times d = B I l d$.

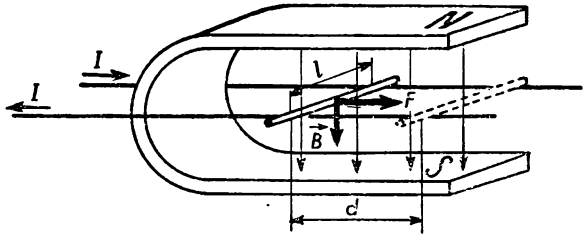


FIG. 11-4.

Le produit $l d$ est la surface S balayée par le conducteur, et $B l d$ est le *flux magnétique* Φ *coupé au cours du déplacement* ; on écrira donc :

$$W = I \Phi$$

J A Wb

Ce travail est *moteur* si le déplacement se fait dans le sens de la force électromagnétique ; il est *résistant* dans le cas contraire.

REMARQUES. — Dans la formule du travail ne figure aucun des éléments géométriques du dispositif : la *formule* $W = I\,\Phi$ *est donc générale*, et indépendante de la forme du conducteur et de la trajectoire suivie.

Le travail d'un couple étant égal au travail des forces qui le créent, le formule $W = I\,\Phi$ est applicable à un circuit quelconque.

EXEMPLE : Si, partant de la position du cadre représentée par la figure *11-2* on laisse tourner le cadre sous l'action du couple électromagnétique, d'un angle de 30° à partir de la position initiale, on a en position finale $\alpha = 60°$, et le cadre initialement traversé par un *flux nul* est traversé finalement (*fig. 11-3*) par un flux :
$[\Phi = N\,B\,S\cos\alpha = 100 \times 25 \times 10^{-3} \times 12 \times 10^{-4} \times 0{,}50 \approx 1{,}5 \times 10^{-3}$ Wb].

Cette quantité rerésente le *flux coupé* par le circuit. Pour $I = 2$ mA, le travail du couple électromagnétique dans la rotation aura été de : $2 \times 10^{-3} \times 1{,}5 \times 10^{-3} = 3 \times 10^{-6}$ J. C'est un travail moteur.

Appareils de mesure à cadre mobile

1° *Appareils magnéto-électriques.*

a) *Galvanomètre Desprez-d'Arsonval* (*fig. 11-5*).

Grâce au noyau de fer doux et à la forme annulaire des entreters, l'aimant crée dans l'air une *induction magnétique radiale*, contenue dans

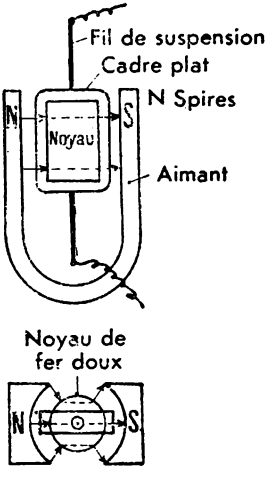


FIG. 11-5.

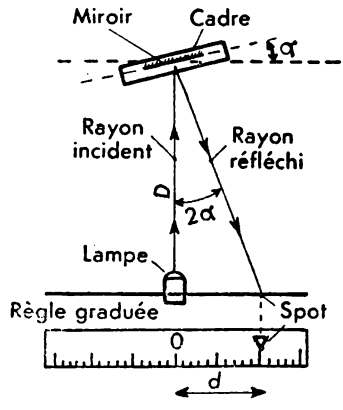


FIG. 11-6.

le plan du cadre *quelle que soit la position de celui-ci* ; le moment du couple électromagnétique est donc toujours *proportionnel à l'intensité* du courant dans le cadre : $\Gamma = N\,B\,S \times i$.

Dans sa rotation à partir de la position initiale, le cadre rencontre l'opposition d'un *couple de torsion* produit par *les fils de suspension*, le moment Γ' de ce couple étant proportionnel à l'angle de rotation : $\Gamma' = C\,\alpha$ (C est la constante de torsion du fil).

Pour un courant i dans le cadre, celui-ci prend une position d'équilibre telle que $\Gamma = \Gamma'$, soit $N\,B\,S\,i = C\,\alpha$. On en tire :

$$\alpha = \frac{N\,B\,S}{C}\,i$$

L'*angle* α *est donc proportionnel à* i. Pour mesurer commodément les déviations, on utilise la méthode de Poggendorff (*fig. 11-6*) : pour des rotations de faible amplitude, le *déplacement d du spot* (1) *sur l'échelle est proportionnel à* i. Si l'on emploie des fils de suspension très fins, le galvanomètre peut être extrêmement sensible, mais il est fragile et encombrant : c'est un instrument de laboratoire.

b) *Appareils usuels.*

On rend l'appareil plus robuste et moins encombrant en remplaçant les fils de suspension du cadre par un *pivotement entre pointes*, deux ressorts spiraux assurant la liaison électrique avec le cadre et fournissant le couple de torsion. Une aiguille solidaire du cadre permet la lecture des déviations sur un cadran gradué.

Le galvanomètre ainsi transformé équipe les *ampèremètres* et *voltmètres* magnéto-électriques (*voir* les systèmes d'adaptation dans les problèmes 11-5 à 11-9).

2° *Appareils électro-dynamiques.*

Comme les précédents, ces appareils comportent un *équipage mobile* (cadre parcouru par un courant i de l'ordre du milliampère), mais l'induction

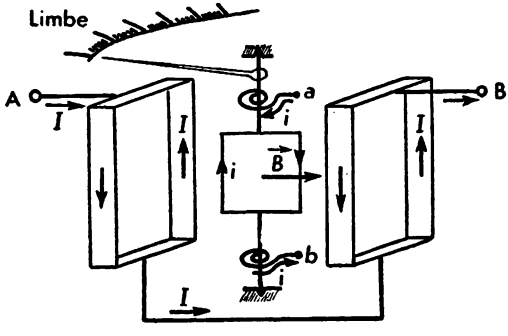


FIG. 11-7.

(1) La lampe éclaire vivement une fenêtre à fente fine, et le miroir (sphérique concave) du galvanomètre en donne une image réelle (spot) sur la règle translucide.

B est créée par des *bobines fixes* parcourues par un courant I, placées de part et d'autre de l'équipage mobile (*fig. 11-7*).

L'*induction B étant alors proportionnelle à I*, l'équation d'équilibre est :

$$C\alpha = N B S i \quad \text{ou} \quad C\alpha = N S k I i \quad \text{ou} \quad \alpha = K I i.$$

Les *ampèremètres* et *voltmètres* construits sur ce principe sont d'un emploi peu fréquent.

Par contre on utilise couramment les *wattmètres électrodynamiques* (*fig. 11-8*). Les *bobines fixes* (circuit gros fil) sont parcourues par le courant I

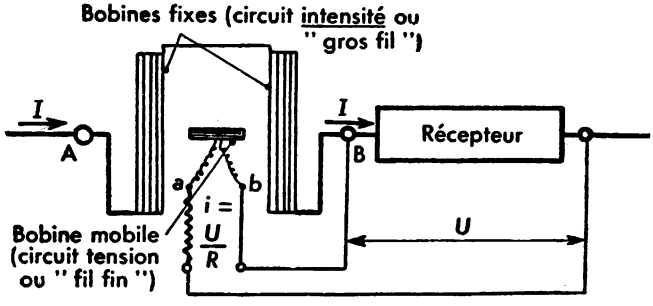


FIG. 11-8.

qui traverse le récepteur ; le *cadre mobile* (circuit fil fin, de résistance élevée R), soumis à la tension U existant aux bornes du récepteur, est traversé par un courant faible $i = U/R$, proportionnel à U. Les déviations sont donc proportionnelles au produit $U\,I$, donc *à la puissance P consommée par le récepteur.*

Comme pour un voltmètre, on peut souvent négliger devant I le faible courant i dérivé dans le circuit fil fin du wattmètre.

Applications

11-1. Pour mesurer l'induction magnétique B dans une région où l'induction est uniforme et de direction connue, on emploie la balance de Cotton (*fig. 11-9*) Le bras rigide $OM'\,M\,N\,N'$ supporte un circuit conducteur unique dans lequel le courant I est amené par des fils sans torsion. Ce bras est solidaire d'un deuxième bras portant un plateau et une masselotte d'équilibrage permettant d'amener l'aiguille en coïncidence avec le repère d'équilibre lorsque le courant est nul et le plateau vide. Quand le courant I circule dans le circuit (dans un sens convenablement choisi), il faut mettre des masses marquées m dans le plateau pour rétablir l'équilibre.

1° En utilisant les notations de la figure, établir la relation existant entre B et m à l'équilibre.

2° On donne $d = d'$; $l = 4$ cm ; $I = 5$ A ; $m = 15$ g. Déterminer B. L'accélération de la pesanteur est $g = 9{,}80$ m/s².

Solution. — 1° Pour tout élément conducteur pris sur les arcs $M'M$ et NN', la force électromagnétique s'exerce suivant une direction passant par l'axe O, son moment par rapport à cet axe est donc nul, et elle n'intervient pas dans l'équilibre.

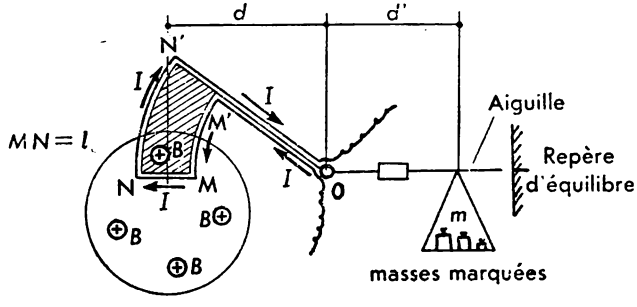


FIG. 11-9.

L'élément conducteur MN est soumis à une force électromagnétique $F = BIl$, perpendiculaire à MN et dirigée vers le bas, de moment par rapport à O : $\Gamma = Fd = BIld$.

Le poids des masses marquées a un moment par rapport à O : $\Gamma' = mgd'$, qui équilibre le moment Γ. Donc :

$$BIld = mgd'.$$

D'où :

$$B = \frac{d'}{d} \times \frac{g}{l} \times \frac{m}{I}.$$

2° En portant dans la formule les données exprimées en unités S.I. il vient :

$$B = 1 \times \frac{9{,}80}{0{,}04} \times \frac{0{,}015}{5} = 0{,}735 \text{ T}.$$

11-2. Un fil rectiligne de très grande longueur est parcouru par un courant de 1 ampère. Calculer l'induction en un point situé à 1 mètre de ce fil. Un deuxième fil rectiligne parcouru par un courant de 1 ampère est placé parallèlement au premier, à 1 mètre de distance. Calculer la force s'exerçant sur un élément de 1 mètre de longueur pris sur ce deuxième conducteur (définition légale de l'ampère).

Réponses : 2×10^{-7} T ; 2×10^{-7} N.

11-3. Un conducteur rectiligne de masse $m = 20$ grammes est suspendu horizontalement par deux conducteurs souples, de masse négligeable, de longueur L = 50 cm. Le conducteur horizontal est soumis à l'action d'un champ magnétique uniforme, dont les lignes d'induction verticales n'intéressent qu'une longueur de 8 cm sur le conducteur. Lorsqu'aucun courant ne circule dans le conducteur, les fils de suspension sont verticaux. Pour une intensité de 5 ampères, on constate que le conducteur horizontal subit un déplacement horizontal $d = 2$ cm. Ecrire l'équation d'équilibre, et en déduire la grandeur de l'induction magnétique. (On prendra $g = 10$ m/s² et on fera pour les petits angles l'approximation $\cos \alpha = 1$).

Réponses : $mgd = BIlL$; $B = 0{,}02$ T.

11-4. Un galvanomètre comporte un cadre de 800 spires bobinées sur une carcasse rectangulaire de 3 cm × 2 cm. L'induction dans l'entrefer est $B = 0{,}06$ T. Lorsqu'on fait passer un courant de 3 μ A dans le cadre, le spot se déplace de 60 mm sur l'échelle de lecture placée à 25 cm de l'axe de rotation du cadre. Calculer :

1° L'angle dont a tourné le rayon lumineux réfléchi (le donner en radian, en confondant 2 α et tg 2 α pour les petits angles ;

2° L'angle α dont a tourné le cadre ;

3° Le moment du couple électromagnétique correspondant à $i = 3$ μ A ;

4° La constante de torsion C des fils de suspension.

Réponses : 0,24 rd ; 0,12 rd ; 864×10^{-10} m. N ; 72×10^{-8} m. N/rd.

11-5. Un milliampèremètre a une résistance intérieure $g = 400$ Ω. Son cadran porte 150 divisions égales. La déviation de l'aiguille est de 150 divisions pour une intensité $i = 3$ m A.

1° On désire transformer ce milliampèremètre en voltmètre pour la mesure des tensions de 0 à 30 V. Quelle résistance additionnelle faut-il mettre en série avec le milliampèremètre ?

2° Pour utiliser ce milliampèremètre en ampèremètre pour la mesure des intensités de 0 à 15 A, on le monte en dérivation sur une résistance faible s (shunt). Déterminer s.

Solution. — 1° R étant la résistance additionnelle mise en série avec le milliampèremètre (*fig. 11-10*), l'ensemble soumis à une tension $U = 30$ V doit

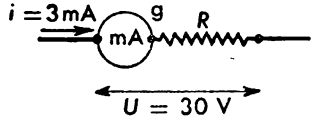


FIG. 11-10.

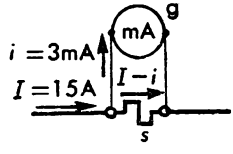


FIG. 11-11.

être parcouru par un courant de 3 mA pour que l'aiguille vienne sur la division 150. La résistance totale doit être :

$$R + g = \frac{30}{3 \times 10^{-3}} = 10\,000\ \Omega.$$

D'où la résistance additionnelle : $R = 10\,000 - 400 = 9\,600\ \Omega$.

2° Le milliampèremètre étant monté en dérivation sur le shunt (*fig. 11-11*), on doit avoir, pour $I = 15$ A dans le circuit extérieur, $i = 3$ mA dans le milliampèremètre.

Le shunt sera alors traversé par le courant $I - i$.

La D.D.P. aux bornes du shunt et du milliampèremètre est la même :

$$g\,i = s\,(I - i).$$

D'où :

$$s = g\,\frac{i}{I - i} = 400 \times \frac{3 \times 10^{-3}}{15 - 0{,}003} \approx \frac{1{,}2}{15} = 0{,}08\ \Omega.$$

11-6. Un galvanomètre à cadre mobile a une résistance $g = 240\ \Omega$ et sa sensibilité est de 2×10^{-8} A/mm.

1° L'échelle de lecture est graduée de 0 à 150 mm. Quelle est l'intensité du courant i dans le galvanomètre correspondant à la déviation maximale ?

2° On monte en dérivation sur le galvanomètre une résistance $s = 960\ \Omega$. Quelle est l'intensité I du courant dans le circuit extérieur lorsque la déviation du spot est de 150 mm ?

3° On raccorde le circuit extérieur en deux points A et B de la résistance s, tels que la portion de s comprise entre A et B est r. Etablir la relation donnant

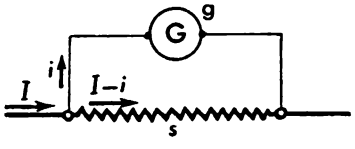


FIG. 11-12.

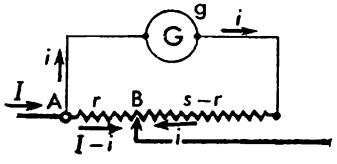


FIG. 11-13.

l'intensité i dans le galvanomètre en fonction de g, s, r et de l'intensité I dans le circuit extérieur. Application : Quelle valeur faut-il donner à r pour que le spot dévie de 150 mm lorsque $I = 150\ \mu$A ?

Solution. — 1° Le spot dévie de 150 mm pour $i = 2 \times 10^{-8} \times 150 = 3 \times 10^{-6}$ A $= 3\ \mu$A.

2° Pour I dans le circuit extérieur (*fig. 11-12*), le galvanomètre est traversé par i, et le shunt par $I - i$. La D.D.P. aux bornes du shunt et du galvanomètre est la même : $s\,(I - i) = g\,i$.

On tire :

$$\frac{I-i}{g} = \frac{i}{s} = \frac{I-i+i}{g+s} = \frac{I}{g+s}.$$

D'où :

$$I = i \times \frac{g+s}{s} = 3 \times \frac{960+240}{240} = 15\ \mu\text{A}.$$

3° Entre A et B se trouvent deux dérivations (*fig. 11-13*), l'une de résistance $g + s - r$ parcourue par i, l'autre de résistance r parcourue par $I - i$. Comme précédemment :

$$(g+s-r)\,i = r\,(I-i) \quad \text{ou} \quad \frac{I-i}{g+s-r} = \frac{i}{r} = \frac{I-i+i}{g+s-r+r} = \frac{I}{g+s}$$

D'où :

$$i = I \times \frac{r}{g+s}.$$

Application : $I = 150\ \mu$A ; $i = 3\ \mu$A ;

$$r = (g+s)\frac{i}{I} = 1\,200 \times \frac{3}{150} = 24\ \Omega.$$

11-7. Un milliampèremètre donne toute sa déviation pour un courant de 10 mA. La D.D.P. entre ses bornes est alors de 0,1 V. Calculer sa résistance intérieure, et déterminer les shunts nécessaires pour le transformer en ampèremètre pour les calibres 100 mA, 1 A, 10 A. Calculer les résistances équivalentes à l'appareil ainsi transformé. Exprimer le pouvoir multiplicateur des shunts.

Réponses : $10\ \Omega$; $\frac{10}{9}\ \Omega$, $\frac{10}{99}\ \Omega$, $\frac{10}{999}\ \Omega$;

$1\ \Omega$; $0{,}1\ \Omega$; $0{,}01\ \Omega$;

pouvoirs multiplicateurs : 10, 100, 1 000.

11-8. On veut transformer ce même milliampèremètre en voltmètre multicalibre : les résistances additionnelles resteront toutes montées, et on doit prévoir des prises intermédiaires pour les calibres suivants : 1 V, 10 V, 50 V, 100 V, 500 V. Déterminer les résistances à insérer entre les différentes bornes.

Réponses : 90 Ω, 900 Ω, 4 000 Ω, 5 000 Ω, 40 000 Ω.

11-9. La figure *11-14* représente le montage d'un polymesureur réalisé à partir d'un milliampèremètre G à cadre mobile dont la résistance g a été ajustée à

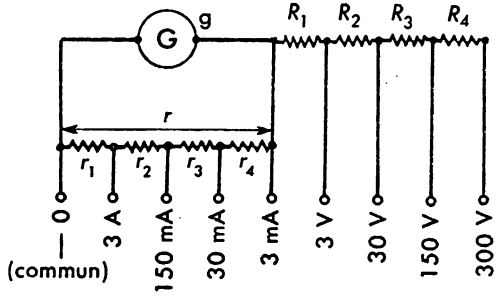


FIG. 11-14.

120 Ω et qui dévie au maximum pour un courant i = 1 mA. L'aiguille de G doit indiquer la déviation maximale lorsqu'on applique, entre le point O (commun) et l'une des bornes, les intensités ou tensions indiquées. Déterminer toutes les résistances utilisées. Quelle est la résistance de l'appareil, exprimée en Ω/V de calibre.

Réponses : $r = 60\ \Omega$ $R_1 = 960\ \Omega$
$r_1 = 0{,}06\ \Omega$ $R_2 = 9\,000\ \Omega$
$r_2 = 1{,}14\ \Omega$ $R_3 = 40\,000\ \Omega$
$r_3 = 4{,}80\ \Omega$ $R_4 = 50\,000\ \Omega$
$r_4 = 54\ \Omega$ 333 Ω/V de calibre.

11-10. Pour la mesure précise des résistances, on emploie le dispositif appelé pont de Wheatstone (*fig. 11-15*). On règle la résistance R de manière que, lorsqu'on

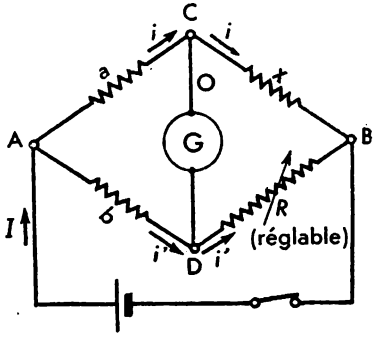


FIG. 11-15.

ferme l'interrupteur du circuit principal, le courant soit nul dans la branche $C\,D$ (le galvanomètre reste au zéro).

1° Montrer que dans ce cas, on a la relation $a/b = X/R$.

2° En prenant $a = 10\ \Omega$ et $b = 100\ \Omega$, on réalise l'équilibre du pont avec $R = 2\,760\ \Omega$. Calculer la résistance X.

3° Les résistances a, b, R sont des résistances étalonnées à 0,2 % près. Quelle est la limite de l'erreur absolue sur X ?

Réponses : 1° Le courant étant nul dans la branche $C\,D$, le même courant i traverse a et X, le même courant i' traverse b et R. Pour que le courant soit nul dans la branche galvanomètre, il faut que :

$$U_{CD} = 0 \qquad \text{soit} \qquad U_{AC} = U_{AD} \qquad \text{et} \qquad U_{CB} = U_{DB}$$

ou :

$$a\,i = b\,i' \qquad \text{et} \qquad X\,i = R\,i'$$

ou :

$$\frac{a}{b} = \frac{i'}{i} \qquad \text{et} \qquad \frac{X}{R} = \frac{i'}{i}.$$

D'où :

$$\frac{a}{b} = \frac{X}{R}.$$

$$2°\ X = R \times \frac{a}{b} = 2\,760 \times \frac{10}{100} = 276\,\Omega.$$

$$3°\ \frac{\Delta X}{X} = \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b} = \frac{0{,}2}{100} + \frac{0{,}2}{100} + \frac{0{,}2}{100} = \frac{0{,}6}{100}$$

$$\Delta X = 276 \times \frac{0{,}6}{100} \approx 1{,}7$$

$$X = 276 \pm 1{,}7\ \Omega.$$

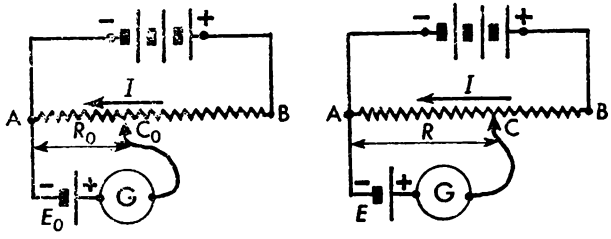


FIG. 11-16.

11-11. La mesure précise des forces électromotrices se fait par la méthode d'opposition (*fig. 11-16*) : un générateur auxiliaire maintient un courant I constant dans un potentiomètre d'extrémités $A\,B$. Si R est la résistance de la fraction $A\,C$ choisie de sorte que le courant soit nul dans la branche contenant la pile de F.E.M. E et le galvanomètre, on a $E = R\,I$. L'expérience, faite successivement avec une

pile étalon (E_0 = 1,018 V) et une pile inconnue a donné R_0 = 842 Ω et R = 3 650 Ω. Déterminer la F.E.M. E de la pile inconnue.

Réponse : $E = E_0 \times \frac{R}{R_0} = 4{,}42$ V.

Analogie entre bobines et aimants

Au point de vue des *actions magnétiques extérieures* (spectre, action exercée sur une aiguille aimantée, création d'une induction magnétique en

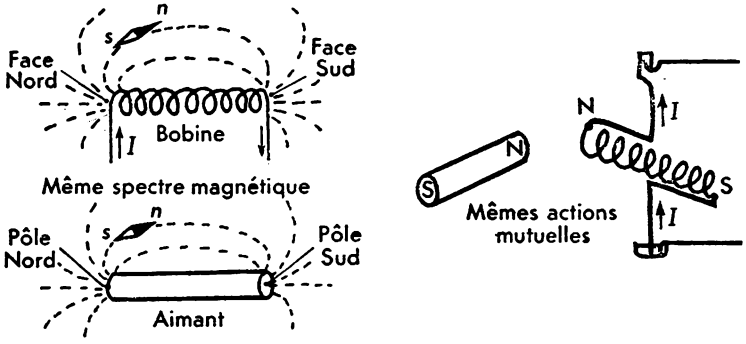


Fig. 11-17.

tout point de l'espace environnant, actions subies du fait d'une induction due à une cause extérieure), l'analogie entre bobines et aimants est frappante (*fig. 11-17*).

Hypothèse des courants particulaires dans les aimants

On admet actuellement que l'aimantation du fer est due à une *orientation des atomes* sous l'action de l'excitation, de telle sorte que, dans un

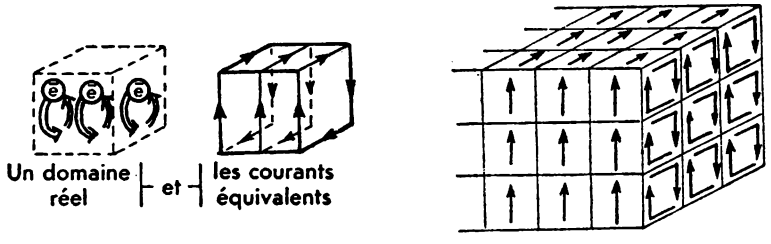


Fig. 11-18.

petit volume (ou *domaine*), un grand nombre d'électrons tournent dans le même sens, dans des plans perpendiculaires à l'induction, ce qui est l'analogue d'un courant fermé de sens contraire.

Pour l'ensemble des domaines constituant l'aimant, les courants intérieurs annulent leurs effets (*fig. 11-18*), et seuls subsistent les courants superficiels extérieurs : l'aimant est analogue à un *tube vide* dont la surface serait parcourue par des *courants en forme de spires* (c'est donc l'analogue d'un *solénoïde*)

Bobine et aimant équivalents

Une bobine et un aimant sont dits équivalents lorsque, placés dans la même position dans un champ d'induction uniforme $\vec{B}$ (dû à une cause extérieure), ils sont soumis à un *même couple* Γ (*fig. 11-19*).

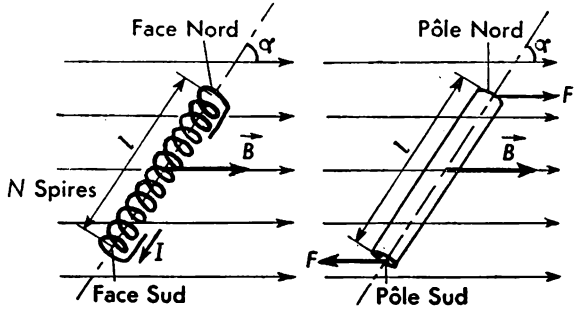


FIG. 11-19.

On sait que, pour une bobine, le couple électromagnétique a pour moment : $\Gamma = N\,I\,S \times B \times \sin\alpha$. Le produit $N\,I\,S$ caractérisant la bobine est appelé moment magnétique $\mathfrak{M}$ de la bobine, et on écrit :

$$\Gamma = \mathfrak{M}\ B \sin\alpha.$$

m.N Atr m² T

Si un aimant est soumis au même couple dans la même position, on dit qu'il a le *même moment magnétique* $\mathfrak{M}$ que le bobinage.

Masses magnétiques fictives

L'existence de deux pôles sur un aimant avait suggéré l'idée que le « magnétisme » y était concentré en deux « *masses magnétiques* » de signes contraires (magnétisme nord ou positif, sud ou négatif). On sait aujourd'hui qu'il n'en est rien, mais certains calculs sont facilités si l'on suppose l'exis-

tence de deux masses magnétiques imaginaires (ou fictives), qui subiraient du fait de l'induction B des forces parallèles et de signes contraires, de module :

$$F = m\,B$$

N | T

unité de masse magnétique S.I.

Le moment du couple magnétique serait dans ce cas :

$$\Gamma = F\,l \sin\alpha = m\,l\,B \sin\alpha \qquad (\textit{fig. 11-19})$$

En rapprochant de la formule $\Gamma = \mathfrak{M}\,B \sin\alpha$, on voit que l'on peut définir les masses magnétiques par la formule :

$$\mathfrak{M} = m\,l$$

A tr m³ m

On peut donc remplacer une bobine par un aimant porteur d'une masse magnétique fictive $+ m$ sur sa face nord, et d'une masse magnétique fictive $- m$ sur sa face sud, masses telles que :

$$\mathfrak{M} = N\,I\,S = m\,l \qquad \text{soit} \qquad m = \frac{N\,I\,S}{l}$$

Actions magnétiques à distance dans l'hypothèse des masses magnétiques

Dans le système S I, la loi de Coulomb définit la force s'exerçant entre deux masses magnétiques m et m' situées à une distance d, par la formule :

$$F = 10^{-7}\,\frac{m\,m'}{d^2}$$

N

Unités de masses magnétiques S I

m

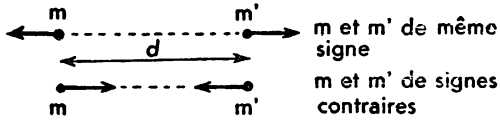


Fig. 11-20.

On verra dans la figure *11-20* la direction et le sens de la force.

Applications

11-12. Une bobine cylindrique de longueur l = 40 cm porte 200 spires parcourues par un courant de 5 ampères.

1° Déterminer le moment magnétique $\mathcal{M}$ de cette bobine, la surface d'une spire étant de 5 cm².

2° Calculer les masses magnétiques fictives équivalentes;

3° Déterminer l'induction magnétique B produite par la bobine en un point situé dans le plan de section médiane de la bobine, à 20 cm de l'axe.

Solution. — 1° La formule donne pour le moment magnétique de la bobine : $\mathcal{M} = N\,I\,S = 200 \times 5 \times 5 \times 10^{-4} = 0{,}5$ A tr m².

2° Si l'on imagine que la bobine est équivalente à deux masses magnétiques $+\,m$ et $-\,m$ placées à la distance l, on a : $\mathcal{M} = m\,l$, d'où :

$$m = \frac{\mathcal{M}}{l} = \frac{0{,}5}{0{,}4} = 1{,}25 \text{ unité S.I.}$$

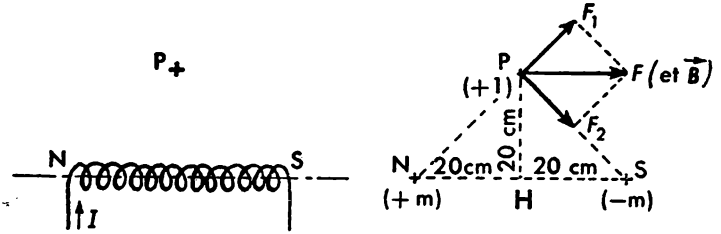


FIG. 11-21.

3° Pour déterminer $\overrightarrow{B}$ au point P (*fig. 11-21*), on y suppose placée une masse magnétique $+\,1$ unité, qui subit :

— du fait de $+\,m$ une force répulsive :

$$F_1 = 10^{-7} \times \frac{1{,}25 \times 1}{NP^2}$$

— du fait de $-\,m$ une force attractive :

$$F_2 = 10^{-7} \times \frac{1{,}25 \times 1}{SP^2}.$$

Comme $NP^2 = SP^2 = PH^2 + NH^2 = 0{,}2^2 + 0{,}2^2 = 0{,}08$, on a, en modules :

$$F_1 = F_2 = 10^{-7} \times \frac{1{,}25}{0{,}08} = 15{,}75 \times 10^{-7} \text{ N.} \approx 16 \times 10^{-7} \text{ N.}$$

Ces deux forces font entre elles un angle de 90°. Leur résultante est $\vec{F}$, dirigée parallèlement à l'axe, dans le sens $N\,S$, de module :

$$F = F_1 \times \sqrt{2} = 15{,}75 \times 10^{-7} \times 1{,}414 = 22{,}3 \times 10^{-7} \text{ N.}$$

Cette force étant due à l'induction B au point P, et telle que $F = m\,B$, avec $m = +1$, B est égal en module à F, soit :

$$B = 22{,}3 \times 10^{-7}\ \mathrm{T} = 2{,}23\ \mu\mathrm{T}.$$

11-13. Une bobine cylindrique de 1 m de longueur, de section $s = 10$ cm² comportant 500 spires, est parcourue par un courant de 10 A. Déterminer l'induction B créée par cette bobine aux points $ABCD$ définis par la figure *11-22.* (On

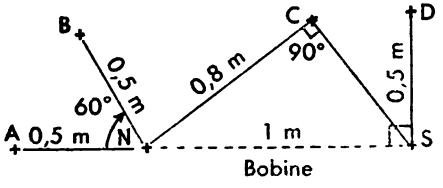


FIG. 11-22.

calculera les masses magnétiques fictives de la bobine, les forces exercées sur la masse + 1 placée aux points considérés, et on déterminera graphiquement leur résultante).

11-14. Une bobine comporte 500 spires régulièrement réparties sur une carcasse cylindrique en carton de 3 cm de diamètre et de 50 cm de longueur. On la suspend en son milieu, de manière qu'elle puisse tourner dans un plan horizontal. L'intensité du courant dans la bobine étant de 1,5 A, calculer :

1° Le moment magnétique de la bobine;

2° Les masses magnétiques fictives équivalentes à l'enroulement;

3° Les forces exercées sur les extrémités de la bobine, du fait de la seule composante horizontale de l'induction terrestre ($B_h = 20\ \mu$T);

4° Le moment du couple qu'elles exercent sur la bobine lorsque l'axe de celle-ci fait un angle de 45° avec la direction sud-nord magnétique du lieu.

CHAPITRE 12

INDUCTION ÉLECTROMAGNÉTIQUE AUTO-INDUCTION

On a vu (chapitre 9) que l'existence d'une *induction magnétique* $\vec{B}$ en un point de l'espace était caractérisée par l'apparition d'une *force électromotrice* dite *d'induction* (ou *induite*) dans un circuit conducteur initialement placé en ce point et transporté en un autre point où l'induction B est nulle. Le présent chapitre a pour objet l'étude particulière de ce phénomène.

Lois expérimentales de l'induction électromagnétique

1° *Expériences.* On utilise une bobine plate de N spires, reliée à un galvanomètre, l'ensemble constituant le *circuit induit.* Le système créant

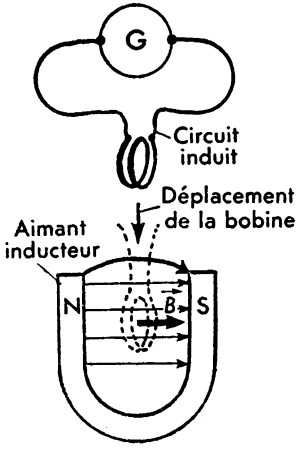


FIG. 12-1.

FIG. 12-2.

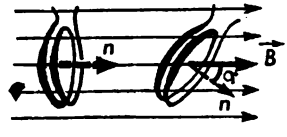


FIG. 12-3.

l'induction $\vec{B}$ (aimant, bobine avec ou sans noyau de fer) est appelé *inducteur.*

Le galvanomètre décèle l'apparition d'un *courant induit,* donc d'une *force électromotrice induite,* au cours de l'une quelconque des manœuvres suivantes :

— passage de la bobine d'une région où l'induction est nulle à une autre où l'induction $\vec{B}$ existe, ou inversement (*fig. 12-1*) ;

— dans une région où $\vec{B}$ existe : diminution de la surface S de la bobine (par écrasement), ou inversement (*fig. 12-2*) ; variation de l'angle α de la normale à la bobine avec l'induction $\vec{B}$ (rotation) (*fig. 12-3*) ;

— le circuit induit restant fixe, variation du courant dans la bobine inductrice, ou introduction d'un noyau magnétique (*fig. 12-4*).

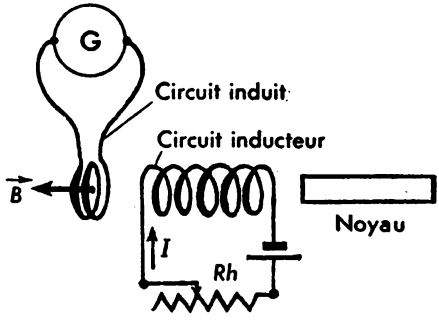


Fig. 12-4.

Dans toutes ces expériences, le *flux magnétique* $\Phi = B\,S\,N\cos\alpha$ traversant le *circuit induit* subit des *variations,* et les mesures montrent que la *force électromotrice induite n'existe que pendant la variation du flux magnétique, qu'elle est directement proportionnelle à la grandeur de la variation du flux, et inversement proportionnelle à la durée de cette variation.*

Pour une variation $\Delta\Phi$ du flux magnétique traversant le circuit, variation effectuée en un temps Δt, la *valeur moyenne de la F.E.M. induite* est :

$$\text{V} \quad \boxed{E = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}} \quad \frac{\text{Wb}}{\text{s}}$$

Exemple : Dans le cas de la figure *12-4,* avec $S = 20$ cm², $N = 100$, $\alpha = 0$ ($\cos\alpha = 1$), B variant de 5 mT à 2 mT en deux secondes par variation continue du courant inducteur, la valeur moyenne de la F.E.M. induite est :

$$E = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{\Delta B \times S \times N}{\Delta t} = \frac{3 \times 10^{-3} \times 20 \times 10^{-4} \times 100}{2} = 3 \times 10^{-4} \text{ V}$$

ou 0,3 mV.

2° *Sens de la F.E.M. induite.*

Des *variations de flux de signes contraires* (augmentation — diminution) produisent des *forces électromotrices de signes contraires* dans le circuit induit.

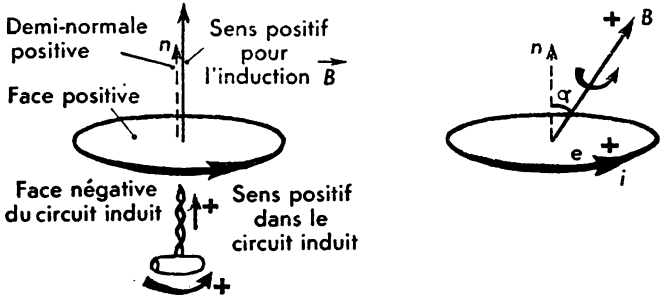


FIG. 12-5.

Pour permettre le repérage d'orientation du flux et de la F.E.M. induite, on adopte la *convention de signes* suivante : *un sens positif étant choisi pour l'induction* $\vec{B}$, *le sens positif des F.E.M. et des courants dans le circuit induit est lié au sens positif de* $\vec{B}$ *par la règle du tire-bouchon* (*fig. 12-5*).

Les expériences montrent que :

— si $\Delta \Phi$ est positif (B croissant, S croissant, α décroissant), le courant induit et la F.E.M. induite sont *négatifs* ;

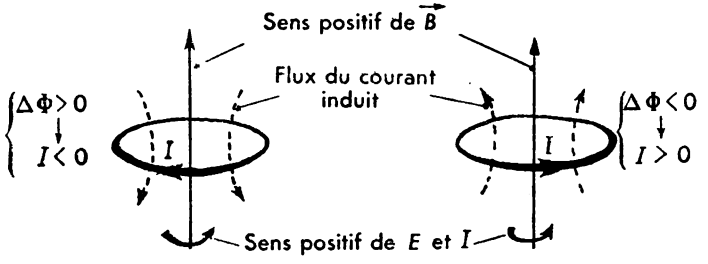


FIG. 12-6.

— inversement, si $\Delta \Phi$ est *négatif*, le courant induit et la F.E.M. induite sont *positifs* (*fig. 12-6*).

On peut traduire ces faits en énonçant une règle simple (loi de Lenz) : le *flux dû au courant induit* tend à *s'opposer à la variation de flux inducteur* qui lui donne naissance (*fig. 12-6*).

En adoptant la convention de signes précédente, on donne à la loi fondamentale de l'induction une forme algébrique, en écrivant :

$$\text{V} \quad \boxed{E = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}} \quad \begin{matrix}\text{Wb}\\ \text{s}\end{matrix}$$

REMARQUE.— Si, au cours de la variation de flux, le quotient $\Delta \Phi / \Delta t$ ne conserve pas la même valeur pour des durées successives Δt, la formule précédente ne donne qu'une valeur moyenne de la F.E.M. induite. On aura une idée plus précise du phénomène en écrivant qu'*à tout instant la valeur de la F.E.M. induite est égale et de signe contraire à la vitesse instantanée de variation du flux magnétique* :

$$\left.\begin{matrix}\text{valeur instantanée}\\ \text{de la F.E.M. induite}\end{matrix}\right\} \longrightarrow \quad \underset{\text{V}}{\boxed{e = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}}} \quad \underset{\text{Wb/s}}{} \qquad (1)$$

3° *Intensité du courant induit.*

La F.E.M. induite existe, même si le circuit induit est ouvert. S'il est fermé, et de résistance R, on a :

$$\text{en valeur moyenne} \quad \text{A} \quad \underset{\Omega \qquad \Omega}{\boxed{I = \frac{E}{R} = -\frac{1}{R}\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}}} \quad \begin{matrix}\text{Wb}\\ \text{s}\end{matrix}$$

$$\text{en valeur instantanée} \quad \text{A} \quad \underset{\Omega \qquad \Omega}{\boxed{i = \frac{e}{R} = -\frac{1}{R}\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}}} \quad \text{Wb/s}$$

4° *Quantité d'électricité induite.*

Pendant le temps Δt d'existence du courant induit, la quantité d'électricité circulant dans le circuit induit est :

$$\text{C} \quad \underset{\text{A} \qquad \text{s}}{\boxed{Q = I \times \Delta t = -\frac{\Delta \Phi}{R}}} \quad \begin{matrix}\text{Wb}\\ \Omega\end{matrix}$$

(1) Si l'on connaît la loi de variation du flux magnétique en fonction du temps, soit $\Phi = f(t)$, la F.E.M. induite en est la *fonction dérivée*, changée de signe. Exemple : si $\Phi = \Phi_m \sin \omega t$, $e = -\omega \Phi_m \cos \omega t$.

Cette formule montre que Q ne dépend pas *du temps* de la variation de flux, ni de la *loi de variation du flux* dans le temps.

D'où l'idée de la mesure des flux magnétiques, donc des inductions, par la mesure des quantités d'électricité induites, à l'aide d'un *galvanomètre balistique* (galvanomètre à période d'oscillation longue, dont la première élongation est proportionnelle à la quantité d'électricité qui le traverse, à condition qu'elle circule en un temps très court devant la période).

5° *F.E.M. induite dans un conducteur rectiligne.*

Dans le dispositif de la figure *12-7*, si l'on impose au conducteur rectiligne de longueur l un déplacement d, dans une direction perpendiculaire à l'induction $\vec{B}$, le flux magnétique traversant le circuit subit une variation $\Delta\Phi = B\,l\,d$ ($l\,d$ étant la surface balayée par le conducteur) en un temps t. La F.E.M. induite est :

$$E = -\frac{\Delta\Phi}{t} = -B\,l\,\frac{d}{t}\left(\frac{d}{t} \text{ représente la vitesse de déplacement}\right).$$

D'où la formule :

$$\boxed{E = -B\,l\,v}$$

V T m m/s

Exemple : Si le conducteur mesure 10 cm et coupe perpendiculairement à 20 m/s les lignes d'induction d'un champ uniforme $B = 5$ m T, la F.E.M. induite est : $|E| = 5 \times 10^{-3} \times 0{,}1 \times 20 = 10^{-2}$ V ou 0,01 V.

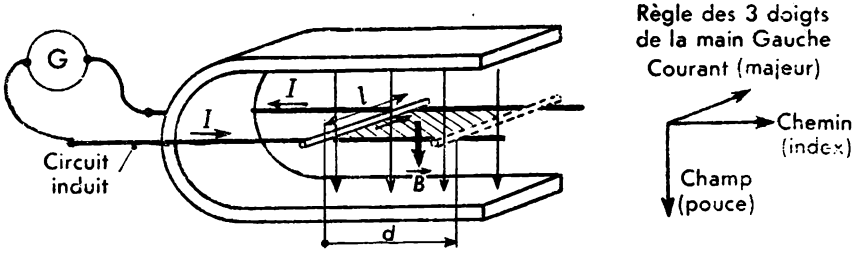


Fig. 12-7.

Le signe (—) donne le sens de la F.E.M., qu'on peut également trouver en appliquant la règle des *trois doigts de la main gauche (fig. 12-7).*

6° *Courants de Foucault.*

Ce sont des courants induits qui prennent naissance dans des masses métalliques se déplaçant dans un champ magnétique, ou soumises à une induction variable.

Ces courants parasites dépensent de l'énergie sous forme de chaleur. On évite leur apparition en feuilletant les masses métalliques (tôles minces séparées par un papier ou un vernis isolant dont le plan est parallèle aux lignes d'induction).

Auto-induction (ou self-induction)

1° *Existence d'une F.E.M. d'auto-induction.*

La fermeture ou l'ouverture d'un circuit électrique (*fig. 12-8*) fait apparaître ou disparaître une induction magnétique : le circuit est traversé

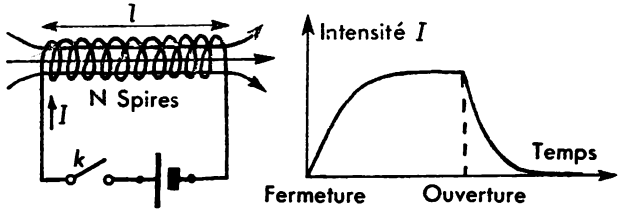


FIG. 12-8.

par son propre flux, croissant à la fermeture, décroissant à l'ouverture, et ces variations de flux donnent naissance à une *F.E.M. dite d'auto-induction*, opposée passagèrement aux variations du courant, et tendant par con-

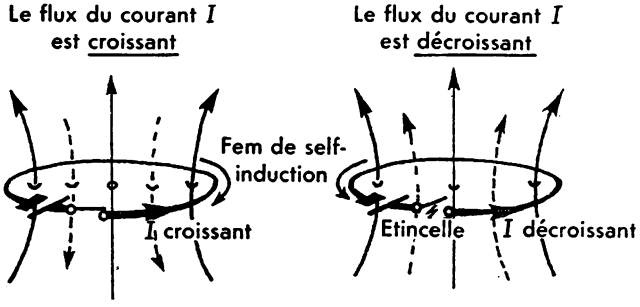


FIG. 12-9.

séquent à en retarder l'établissement à la fermeture, et à le prolonger à la rupture par une *étincelle* importante (*fig. 12-9*).

2° *Inductance propre d'un circuit* (improprement dite coefficient d'auto-induction).

L'induction magnétique créée par le courant dans le circuit est proportionnelle à l'intensité de ce courant. Le flux magnétique traversant le circuit est donc également proportionnel à I. On pose :

$$\boxed{\Phi = L\,I}$$

Wb H A

Cette formule définit l'*inductance* L du circuit. L'unité d'inductance est le *henry* (H) : c'est l'inductance propre d'un circuit dans lequel un courant de 1 A produit un flux total de 1 Wb.

EXEMPLE : Dans la bobine sans noyau magnétique de la figure *12-8* le courant I circulant dans les N spires réparties sur une longueur l crée à l'intérieur de la bobine une induction uniforme : $B = 4\,\pi \times 10^{-7}\,\dfrac{N\,I}{l}$ ou $4\,\pi \times 10^{-7}\,N_1\,I$. Si S est la surface d'une spire, le flux magnétique total traversant la bobine est sensiblement :

$$\Phi = N\,B\,S = 4\,\pi \times 10^{-7}\,\frac{N^2\,S}{l}\,I \quad \text{ou} \quad 4\,\pi \times 10^{-7}\,N_1^2\,l\,S\,I.$$

L'inductance de la bobine longue est donc :

$$L = 4\,\pi \times 10^{-7}\,\frac{N^2\,S}{l} \quad \text{ou} \quad 4\,\pi \times 10^{-7}\,N_1^2\,l\,S.$$

Si la bobine contient un noyau magnétique, le résultat est multiplié par μ_r, mais ce coefficient varie avec B, et l'inductance est mal définie, mais peut devenir très grande.

3° *F.E.M. d'auto-induction.*

Si l'intensité I varie d'une quantité ΔI en un temps Δt, le flux Φ varie dans le même temps de $\Delta\,\Phi = L \times \Delta\,I$. La F.E.M. d'auto-induction est donc $E = -\,\Delta\,\Phi/\Delta\,t$, soit :

en valeur moyenne $\boxed{E = -\,L\,\dfrac{\Delta\,I}{\Delta\,t}}$

V H A/s

en valeur instantanée $\boxed{e = -\,L\,\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}}$

V H A/s

Si la variation de I est rapide (coupure brusque), la F.E.M. d'auto-induction peut être très élevée : elle présente alors un danger sérieux pour

l'opérateur (électrocution) et pour le matériel (claquage des bobinages par étincelles entre spires).

En courant continu, cette F.E.M. passe fréquemment inaperçue, puisque les variations n'ont lieu qu'à l'ouverture et à la fermeture des circuits. Dans le cas des courants alternatifs, constamment variables, la F.E.M. d'auto-induction joue un rôle très important.

Applications

12-1. Une bobine plate de 50 spires enroulées sur un cadre rectangulaire mesurant 3 cm sur 2 cm est fermée sur elle-même. Sa résistance est de 0,5 Ω. Calculer la valeur moyenne de la F.E.M. induite, la valeur moyenne de l'intensité et la quantité d'électricité induite au cours des opérations successives suivantes :

1° La bobine, initialement placée dans un champ magnétique, d'induction $B = 0{,}5$ tesla, dont les lignes d'induction sont perpendiculaires au plan de la bobine, est transportée en 1/5 de seconde en un lieu où l'induction est nulle.

2° Partant de la même position initiale, et sans sortir la bobine du champ d'induction magnétique, on la retourne sur elle-même (rotation de 180°) en en 1/2 seconde.

3° Partant de la même position initiale, on fait tourner la bobine de 60° en 1/10 seconde.

4° Partant de la même position initiale, on fait tourner la bobine de 120° en 0,4 seconde.

Solution. — 1° Le flux magnétique traversant la bobine dans la position initiale est : $\Phi_i = N\,B\,S = 50 \times 0{,}5 \times 6 \times 10^{-4} = 15 \times 10^{-3}$ Wb.

Dans la position finale, $B = 0$, donc $\Phi = 0$.

Au cours du déplacement, la variation de flux est une diminution de 15×10^{-3} Wb, effectuée en 0,2 s.

Valeur moyenne de la F.E.M. induite :

$$E = \frac{\Delta\,\Phi}{\Delta\,t} = \frac{15 \times 10^{-3}}{0{,}2} = 75 \times 10^{-3}\ \text{V ou } 75\ \text{mV}.$$

Valeur moyenne du courant induit :

$$I = \frac{E}{R} = \frac{75 \times 10^{-3}}{0{,}5} = 150 \times 10^{-3}\ \text{A ou } 150\ \text{mA}.$$

Quantité d'électricité induite :

$$Q = \frac{\Delta\,\Phi}{R} = \frac{15 \times 10^{-3}}{0{,}5} = 30 \times 10^{-3}\ \text{C ou } 30\ \text{mC}.$$

Le sens positif pour l'induction étant celui de $\vec{B}$ dans la position initiale, la règle du tire-bouchon définit le sens positif correspondant dans la bobine.

La variation de flux étant une *diminution*, on écrit algébriquement :

$$\Delta\,\Phi = -\,15 \times 10^{-3}\ \text{Wb}$$

et :

$$E = -\frac{\Delta\,\Phi}{\Delta\,t} = -\frac{-\,15 \times 10^{-3}}{0{,}2} = +\,75 \times 10^{-3}\ \text{V}$$

(les trois grandeurs électriques induites sont donc ici *positives*) (*fig. 12-10*).

2° Dans cette opération, tout se passe comme si, la bobine restant fixe, l'induction $\vec{B}$ effectuait une rotation (en sens inverse) de 180° : $\vec{B}$ initialement *positif* devient finalement *négatif*, en conservant le même module.

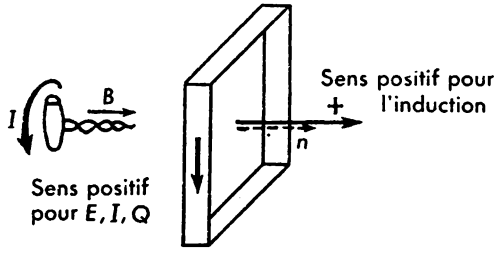


FIG. 12-10.

Le flux magnétique traversant la bobine passe de la valeur :

$$+ 15 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

à la valeur :

$$- 15 \times 10^{-3} \text{ Wb.}$$

La *variation du flux* est $\Delta \Phi$ = valeur finale — valeur initiale = $(- 15 \times 10^{-3}) - (+ 15 \times 10^{-3})$ ou $\Delta \Phi = - 30 \times 10^{-3}$ Wb.

D'où :

$$E = - \frac{- 30 \times 10^{-3}}{0{,}5} = + 60 \times 10^{-3} \text{ V ou } 60 \text{ mV}$$

$$I = \frac{60 \times 10^{-3}}{0{,}5} = 120 \times 10^{-3} \text{ A ou } 120 \text{ mA}$$

$$Q = - \frac{- 30 \times 10^{-3}}{0{,}5} = 60 \times 10^{-3} \text{ C ou } 60 \text{ mC.}$$

3° Dans cette opération, tout se passe comme si $\vec{B}$ tournait (en sens inverse) de 60°. En position finale, le flux magnétique traversant la bobine est :

$$\Phi_2 = N B S \cos \alpha = 15 \times 10^{-3} \times 0{,}5 = 7{,}5 \times 10^{-3} \text{ Wb.}$$

La variation du flux est :

$$\Delta \Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = 7{,}5 \times 10^{-3} - 15 \times 10^{-3} = - 7{,}5 \times 10^{-3} \text{ Wb.}$$

D'où :

$$E = - \frac{- 7{,}5 \times 10^{-3}}{0{,}1} = 75 \times 10^{-3} \text{ V ou } 75 \text{ mV}$$

$$I = \frac{75 \times 10^{-3}}{0{,}5} = 150 \times 10^{-3} \text{ A ou } 150 \text{ mA}$$

$$Q = - \frac{- 7{,}5 \times 10^{-3}}{0{,}5} = 15 \times 10^{-3} \text{ C ou } 15 \text{ mC.}$$

4° Dans cette opération, tout se passe comme si l'induction $\vec{B}$ avait tourné (en sens inverse) de 120°. En position finale, le flux magnétique traversant la bobine est :

$$\Phi_2 = N\,B\,S\cos 120^\circ = 15 \times 10^{-3} \times (-0{,}5) = -7{,}5 \times 10^{-3}\ \text{Wb}.$$

La variation du flux est :

$$\Delta\,\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = -7{,}5 \times 10^{-3} - 15 \times 10^{-3} = -22{,}5 \times 10^{-3}\ \text{Wb}.$$

D'où :

$$E = -\frac{-22{,}5 \times 10^{-3}}{0{,}4} = 56{,}25 \times 10^{-3}\ \text{V ou } 56{,}25\ \text{mV}$$

$$I = \frac{56{,}25 \times 10^{-3}}{0{,}5} = 112{,}5 \times 10^{-3}\ \text{A ou } 112{,}5\ \text{mA}$$

$$Q = -\frac{-22{,}5 \times 10^{-3}}{0{,}5} = 45 \times 10^{-3}\ \text{C ou } 45\ \text{mC}.$$

12-2. Pour déterminer la valeur moyenne de l'induction B dans la région centrale d'un barreau aimanté, dont la section est un rectangle de 1 cm × 2 cm, on utilise le dispositif de la figure *12-11* : la bobine exploratrice, initialement placée

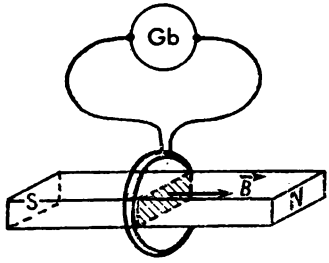


FIG. 12-11.

dans le plan de section droite du barreau, est brusquement éloignée de l'aimant. On note alors une déviation passagère du galvanomètre balistique, dont l'élongation atteint 125 divisions de la règle. Sachant que la bobine comporte 20 spires, que sa résistance est de 25 Ω, que la résistance du galvanomètre est de 615 Ω et que sa sensibilité dans ces conditions est égale à 2×10^{-8} coulomb par division, calculer la valeur de l'induction dans la partie centrale du barreau.

Solution. — Les lignes d'induction circulant uniquement dans le barreau, le flux à travers une section droite est égal à $B\,s$ (s = surface de section droite). La bobine est donc traversée par un flux intial $\Phi_1 = B\,N\,s$.

La bobine étant écartée du barreau (et portée rapidement en une région où l'induction est nulle), la variation du flux traversant la bobine est une diminution, égale à $N\,B\,s$.

Le circuit électrique est le siège d'une F.E.M. d'induction, et la quantité d'électricité induite est, en grandeur :

$$|\,Q\,| = \frac{N\,B\,s}{R}.$$

R est la *résistance totale* du circuit électrique : $615 + 25 = 640\ \Omega$.

La sensibilité du galvanomètre étant connue, on calcule Q :

$$Q = 2 \times 10^{-8} \times 125 = 250 \times 10^{-8} \text{ C.}$$

D'où :

$$N B s = Q \times R = 250 \times 10^{-8} \times 640 = 0{,}001\,6$$

$$B = \frac{0{,}001\,6}{20 \times 2 \times 10^{-4}} = \frac{16}{40} = 0{,}4 \text{ T.}$$

12-3. Avec un acier doux dont les caractéristiques d'aimantation sont celle données dans le chapitre 10, on constitue un tore de 4 cm² de section droite et dont la ligne d'induction moyenne a une longueur de 30 cm. Sur ce tore on enroule 180 spires de fil conducteur. Peut-on définir l'inductance du bobinage torique sur fer ? Quelle valeur peut-on lui attribuer ?

Solution. — On ne peut définir l'inductance d'un bobinage que si le flux qu'il produit à travers lui-même est *proportionnel* à l'intensité I du courant : il faut donc que B soit proportionnel à I. Or $B = B_0 \times \mu_r$: il faut que μ_r puisse être considéré comme une constante. On pourra donc définir l'inductance tant que B restera inférieur à 0,6 T (à l'extrême limite, jusqu'à 0,8 T) On prendra comme valeur moyenne de μ_r le nombre 3 500 par exemple.

Dans ces conditions : $B = B_0 \times \mu_r = 4\pi \times 10^{-7} N_1 I \times \mu_r$.

Le flux à travers une spire est égal à $B S = 4\pi \times 10^{-7} N_1 I \mu_r S$.

Le flux à travers la bobine est : $\Phi = N B S = 4\pi \times 10^{-7} N_1 N I \mu_r S$.

Comme $N_1 = N/l$ ou $N = N_1 l$, on peut écrire indifféremment :

$$\Phi = 4\pi \times 10^{-7} \frac{N^2}{l} \mu_r S I \qquad \text{ou} \qquad \Phi = 4\pi \times 10^{-7} N_1^2 l \mu_r S I.$$

L'inductance est définie par $\Phi = L I$. D'où :

$$L = 4\pi \times 10^{-7} \frac{N^2}{l} \mu_r S \qquad \text{ou} \qquad L = 4\pi \times 10^{-7} N_1^2 l \mu_r S.$$

Application numérique :

$N = 180$, $l = 0{,}3$ m, $N_1 = 180/0{,}3 = 600$, $S = 4 \times 10^{-4}$ m², $\mu_r = 3\,500$

$$L = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{32\,400}{0{,}3} \times 3\,500 \times 4 \times 10^{-4} = 0{,}189 \text{ H.}$$

Pour que L conserve cette valeur, il faut que l'excitation $N_1 I$ ne dépasse pas sensiblement 150 A tr/m par exemple : il faut donc que l'intensité ne dépasse pas 150/600 = 0,25 A.

12-4. A l'intérieur d'une 1re bobine longue on dispose une deuxième bobine fermée sur elle-même. On donne :

Pour la 1re bobine : $N = 500$, $l = 40$ cm ;

Pour la 2e bobine : $N' = 40$, $s = 5$ cm² par spire, $R' = 0{,}8\ \Omega$. Les deux axes des bobines coïncident. Un générateur de courant continu alimente la 1re bobine, à travers un rhéostat monté en série. En agissant sur le rhéostat, on fait passer l'intensité du courant dans la 1re bobine de 2 A à 6 A en 2 secondes. Calculer la valeur moyenne de la F.E.M. et du courant induits dans la 2e bobine et la quantité d'électricité qui la traverse au cours de cette manœuvre.

Réponses : 62,5 μV ; 78,1 μA ; 156 μC.

12-5. Pour utiliser un galvanomètre balistique à la mesure des inductions, on le relie à une bobine plate de 100 spires, chaque spire ayant une surface de

4 cm². L'ensemble a une résistance de 800 ohms. Cette bobine est initialement placée à l'intérieur d'un solénoïde comportant 600 spires sur une longueur de 30 cm, parcouru par un courant exactement égal à 4 A (la bobine exploratrice est dans un plan perpendiculaire à l'axe du solénoïde). Lorsqu'on sort brusquement la bobine exploratrice du solénoïde, le galvanomètre donne une élongation de 25 divisions. Déterminer l'induction B à l'intérieur du solénoïde, le flux magnétique traversant la bobine exploratrice dans sa position initiale, la quantité d'électricité induite au cours de l'éloignement de la bobine, et la sensibilité du galvanomètre.

Réponses : 0,01 T ; 400 μWb ; 0,5 μC ; 2×10^{-8} C/div.

12-6. Un cadre rectangulaire de 50 spires dont les dimensions sont : 40 cm × 20 cm tourne dans un champ d'induction égale à 0,1 T à la vitesse de 10 tours par seconde. Calculer l'intensité moyenne du courant pour un demi-tour et la quantité d'électricité mise en mouvement si la résistance du cadre et du circuit dont il fait partie est 4 Ω. (Le cadre part de sa position perpendiculaire aux lignes d'induction).

Réponses : $I_{moy.} = 4$ A, $Q = 0{,}2$ coulomb.

12-7. Calculer le coefficient d'auto-induction d'une bobine de 25 cm de longueur, portant 1 500 spires, la section moyenne étant un cercle de 8 cm de diamètre. Calculer la F.E.M. d'auto-induction à l'ouverture du circuit, l'intensité passant de 0,75 A à zéro en 1/50 de seconde.

Réponses : 0,057 H ; 2,14 V.

12-8. Calculer la force électromotrice moyenne et la quantité d'électricité induite dans une bobine de 300 spires entourant la culasse d'un électro-aimant en fer à cheval dans lequel on entretient une induction $B = 1{,}6$ T. La section de la culasse est de 15 centimètres carrés et l'on coupe le circuit en 1/50 de seconde. La résistance du circuit de la bobine est 4 ohms.

Réponses : $E_{moy.} = 36$ volts ; $Q = 0{,}18$ coulomb.

12-9. Calculer l'inductance propre L d'une bobine plate circulaire de 20 cm de diamètre comportant 1 000 spires.

Réponse : 0,2 H.

12-10. Une petite bobine plate couvrant 10 cm² et comportant 2000 spires forme avec un galvanomètre balistique un circuit de résistance 1 000 Ω, et la sensibilité du galvanomètre balistique est, dans ces conditions, de 0,03 μA/division. La bobine est placée dans le plan de deux conducteurs rectilignes parallèles où circule un courant I, de sens contraire dans les 2 fils. Les fils sont distants de 1 mètre et la bobine est équidistante des 2 fils (on admettra que l'induction en tout point de la bobine est la même qu'en son centre). A la coupure du courant I, on note une déviation de 8 divisions au galvanomètre balistique. Déterminer I.

Réponse : 150 A.

12-11. Montrer que l'inductance L d'un solénoïde peut s'exprimer approximativement en fonction de sa longueur l et de la longueur λ de fil bobiné par la relation $L = 10^{-7} \dfrac{\lambda^2}{l} \mu_r$, μ_r étant la perméabilité relative du milieu.

CHAPITRE 13

CONDENSATEURS

Un condensateur est constitué par deux plaques (ou *armatures*) conductrices, séparées par un isolant (*diélectrique*) (*fig. 13-1*). L'isolant peut être

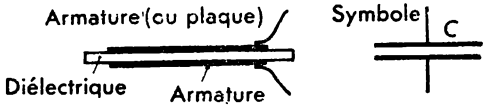


FIG. 13-1.

de l'air (ou un gaz sec) ou le vide, un liquide (huile), un solide (papier paraffiné, mica).

Charge et décharge (rapides) d'un condensateur

Le montage de la figure *13-2* permet de mettre le condensateur *C* en relation soit avec une alimentation à tension réglable *U*, soit avec un

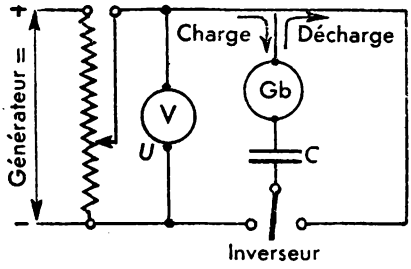


FIG. 13-2.

circuit fermé sans résistance, les courants dans la branche condensateur devant traverser un *galvanomètre balistique* (déviations proportionnelles aux quantités d'électricité délivrées en un temps court devant sa propre période).

Au cours des manœuvres successives de l'inverseur, le galvanomètre balistique décèle le passage d'une *même quantité d'électricité* à la charge et à la décharge, mais *en sens contraires.*

La figure *13-3* schématise les mouvements réels d'électrons au cours de la charge et de la décharge. *Aucun courant ne circule dans le diélectrique,* mais toute autre section du circuit est traversée pendant la charge par la

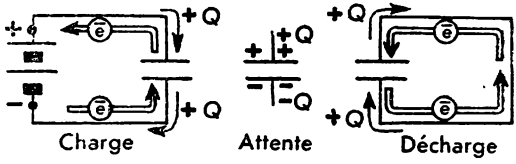


FIG. 13-3.

même quantité d'électricité Q. A la fin de la charge, l'armature reliée au + du générateur a perdu des électrons : on dit qu'elle porte la charge positive $+Q$; l'autre armature a reçu un excès du même nombre d'électrons : on dit qu'elle porte la charge négative $-Q$. Le retour à l'état initial fait circuler dans le circuit de décharge la quantité d'électricité Q. Cette quantité est appelée *charge du condensateur.*

Capacité d'un condensateur

1° Le condensateur chargé présente entre ses armatures une différence de potentiel U (tension de charge). L'expérience montre que *le quotient de la charge Q par la tension de charge U est constant* pour un condensateur donné : c'est sa *capacité.*

L'unité de capacité est le *farad* (F) : c'est la capacité d'un condensateur qui, sous une tension de 1 V, prend une charge de 1 C. On emploie couramment les sous-multiples : *microfarad* (1 μF $= 10^{-6}$ F), *nanofarad* (1 nF $= 10^{-9}$ F), *picofarad* (1 pF $= 10^{-12}$ F).

On écrit la relation de définition sous deux formes :

$$\begin{matrix} C \\ V \end{matrix} \boxed{\frac{Q}{U} = C} \; F \qquad \text{et} \qquad \boxed{Q = C\,U} \quad \begin{matrix} C & F & V \end{matrix}$$

EXEMPLE : Un condensateur chargé sous une tension de 2 V fournit à la décharge une quantité d'électricité égale à 10 μC. Sa capacité est :

$$C = \frac{10 \times 10^{-6}}{2} = 5 \times 10^{-6}\,\text{F} = 5\,\mu\text{F}.$$

Ce même condensateur, chargé sous une tension de 100 V, prendrait une charge $Q = 5 \times 10^{-6} \times 100 = 0{,}5 \times 10^{-3}$ C $= 0{,}5$ mC.

2° La capacité est une grandeur propre au condensateur. Elle est *directement proportionnelle à la surface des armatures* en regard, *inversement proportionnelle à l'épaisseur du diélectrique*, et dépend d'un coefficient spécifique du diélectrique, appelé *permittivité relative* ε_r, ou *constante diélectrique*, ou *pouvoir inducteur spécifique*.

Ce nombre vaut : 1 pour le vide, environ 1 pour l'air et les gaz secs, 2,5 pour le verre, 8 pour le mica, 80 pour la stéatite, 1 000 pour les céramiques au titanate de baryum.

La capacité d'un condensateur s'exprime par la formule :

$$\text{F} \quad C = \frac{1}{36\,\pi \times 10^9} \times \varepsilon_r \frac{S}{e} \quad \frac{\text{m}^2}{\text{m}} \qquad \text{ou} \qquad \text{F} \quad C \approx 8{,}85 \times 10^{-12}\, \varepsilon_r \frac{S}{e} \quad \frac{\text{m}^2}{\text{m}}$$

Ces formules tiennent compte de la *permittivité du vide* :

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{36\,\pi \times 10^9}$$

qui s'exprime en farad par mètre.

Pour les condensateurs usuels, les capacités sont souvent très inférieures au farad.

Exemple : En appliquant deux feuilles de papier d'aluminium sur les faces d'une plaque de verre de 1 m², de 2 mm d'épaisseur, on obtient un condensateur de capacité :

$$C = 8{,}85 \times 10^{-12} \times 2{,}5 \times \frac{1}{2 \times 10^{-3}} \approx 11 \times 10^{-9}\ \text{F}$$

soit 11 nF, ou $11\,000 \times 10^{-12}$ F soit 11 000 pF (le nF est peu employé) ou $0{,}011 \times 10^{-6}$ F soit 0,011 μF.

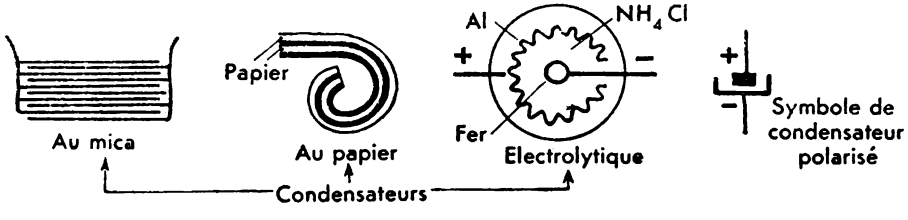


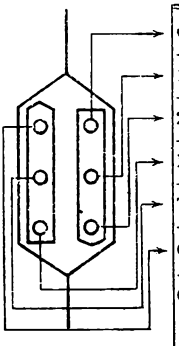
Fig. 13-4.

On obtient des capacités élevées en augmentant la surface des armatures (empilements dans les condensateurs au mica, longues bandes pliées ou

roulées dans les condensateurs au papier), en employant de bons diélectriques (céramiques modernes) ou en diminuant l'épaisseur du diélectrique (0,2 mm pour le mica, 0,015 mm pour le papier paraffiné, quelques microns pour l'alumine des condensateurs électrochimiques) (*fig. 13-4*). On est limité dans la diminution d'épaisseur par la *rigidité diélectrique*, qui exprime en V/m la limite du rapport U/e au-dessus de laquelle une étincelle risque de percer le diélectrique (claquage du condensateur). Cette limite est par exemple de 3 300 kV/m pour l'air, de 75 000 kV/m pour le mica.

En construction électronique on utilise beaucoup de condensateurs dont certains sont au mica.

Un "code des couleurs" analogue à celui qui a été défini pour les résistances (*cf.* page 37) est utilisé.



Catégorie climatique	— 55 +100		— 55 + 85		— 55 +125					
1e chiffre significatif	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2e chiffre significatif										
Multiplicateur	1	10	10^2	10^3	10^4					
Tolérance	±20 %	± 1 %	± 2 %						± 0,5 %	
Classe CCTU / ML		B	1 / C	2 / D	E	3 / F				
COULEUR	NOIR	BRUN	ROUGE	ORANGE	JAUNE	VERT	BLEU	VIOLET	GRIS	BLANC

Associations de condensateurs

1° *En parallèle (ou en surface) (fig. 13-5).*

La tension de charge est la même pour tous les éléments, et les charges s'ajoutent : $Q_1 = C_1 U$, $Q_2 = C_2 U$, $Q_3 = C_3 U$, etc,
pour l'ensemble : $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = (C_1 + C_2 + C_3) U = C U$.

D'où :

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \text{etc.}$$

La capacité équivalente à un ensemble de condensateurs en parallèle est égale à la somme des capacités de ces différents condensateurs.

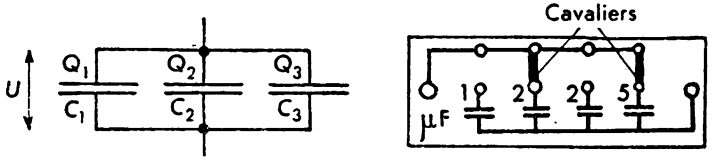


FIG. 13-5.

D'où la constitution de boîtes de condensateurs à cavaliers. Dans la figure *13-5*, la boîte présente une capacité de $5 + 2 = 7$ μF.

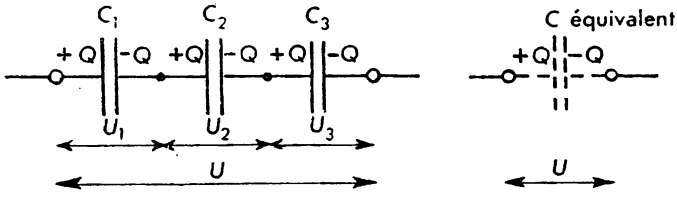


FIG. 13-6.

2° *En série (ou en cascade) (fig. 13-6).*

Pour l'ensemble formé par une plaque d'un premier condensateur, le conducteur de liaison et une plaque du condensateur suivant, système *isolé* ne pouvant recevoir de charges de l'extérieur, il ne peut y avoir que déplacement d'électrons donnant sur une plaque une charge $-Q$ et sur l'autre la charge $+Q$: *la charge Q est la même pour tous les éléments*, et les tensions s'ajoutent :

$$Q = C_1 U_1 = C_2 U_2 = C_3 U_3 \ldots$$

$$U_1 = \frac{Q}{C_1} \qquad U_2 = \frac{Q}{C_2} \qquad U_3 = \frac{Q}{C_3} \cdots$$

pour l'ensemble :

$$U = U_1 + U_2 + U_3 \ldots$$

$$\frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} \cdots$$

D'où :

$$\boxed{\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}, \text{ etc.}}$$

Pour un ensemble de condensateurs en série, l'inverse de la capacité de l'ensemble est égal à la somme des inverses des capacités des condensateurs associés.

EXEMPLE : Avec $C_1 = 2$ μF, $C_2 = 3$ μF, $C_3 = 6$ μF :

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6}.$$

D'où :

$$C = 1 \text{ μF}.$$

Energie d'un condensateur chargé

Soit un condensateur de capacité C, initialement déchargé (charge et tension nulles), et qu'on imagine de charger progressivement en lui fournissant de petites charges successives de grandeur Δq.

Au cours de l'opération, la charge et la tension augmentent, en restant constamment proportionnelles : $q = C\,u$ (*fig. 13-7*).

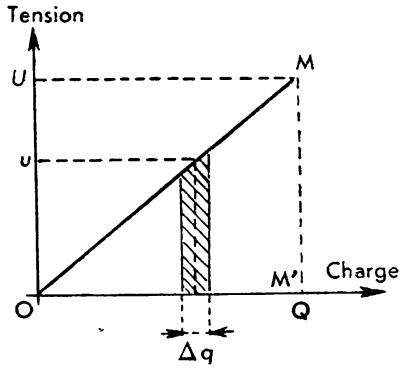


FIG. 13-7.

L'apport d'une charge élémentaire Δq, sous la tension moyenne u, correspond à une énergie élémentaire reçue par le condensateur : $\Delta W = u \times \Delta q$, quantité représentée par l'aire d'un petit trapèze de hauteur Δq et de base moyenne u.

L'énergie électrique reçue par le condensateur au cours de la charge est donc représentée par l'aire du triangle rectangle $O\,M\,M'$, de côtés $O\,M' = Q$ et $M'\,M = U$, soit $W = Q\,U/2$. En tenant compte de la relation $Q = C\,U$, on écrit :

$$W = \frac{1}{2} Q\,U = \frac{1}{2} C\,U^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

J C V F V C F

EXEMPLE : Un condensateur de 10 μF chargé sous 100 V a emmagasiné une énergie $W = 1/2 \times 10 \times 10^{-6} \times 100^2 = 0{,}05$ J.

Charge et décharge d'une condensateur à travers une grande résistance

Quand on réalise la charge et la décharge d'un condensateur de faible capacité, à travers un circuit peu résistant, on peut considérer que la charge et la décharge sont instantanées. En réalité, ces opérations demandent toujours un certain temps, d'autant plus grand que la capacité C du condensateur et la résistance R du circuit sont plus grandes.

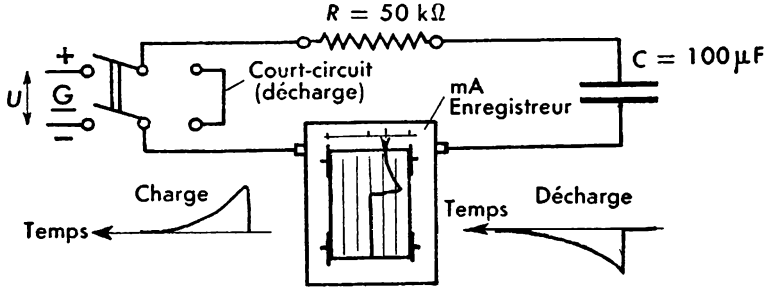


FIG. 13-8.

Le montage de la figure *13-8* permet de relever les courbes de variations du courant de charge et de décharge en fonction du temps. On obtient les courbes représentées sur la figure.

Interprétation. 1. *Charge.* A l'instant zéro, le condensateur a une charge nulle (à ses bornes, $u = 0$). La valeur instantanée du courant initial est $i = U/R$. Le courant accumule les charges sur les plaques de C, qui présente alors à l'instant t une tension $u = q/C$, en opposition avec la tension d'alimentation U : la valeur instantanée du courant de charge à l'instant t est donc :

$$i = \frac{U - u}{R}.$$

Comme la charge augmente, u augmente et i diminue. La charge est donc théoriquement infiniment longue. Pratiquement, au bout d'un certain temps, le courant est sensiblement nul si le condensateur est bien construit (avec un condensateur médiocre on peut observer un courant faible et constant, appelé courant de *fuite*). A la fin de la charge, la tension aux bornes du condensateur est égale à U.

2. *Décharge.* A l'instant zéro, le courant de décharge a la valeur initiale $i = U/R$. Mais, la charge du condensateur diminuant, la tension aux bornes

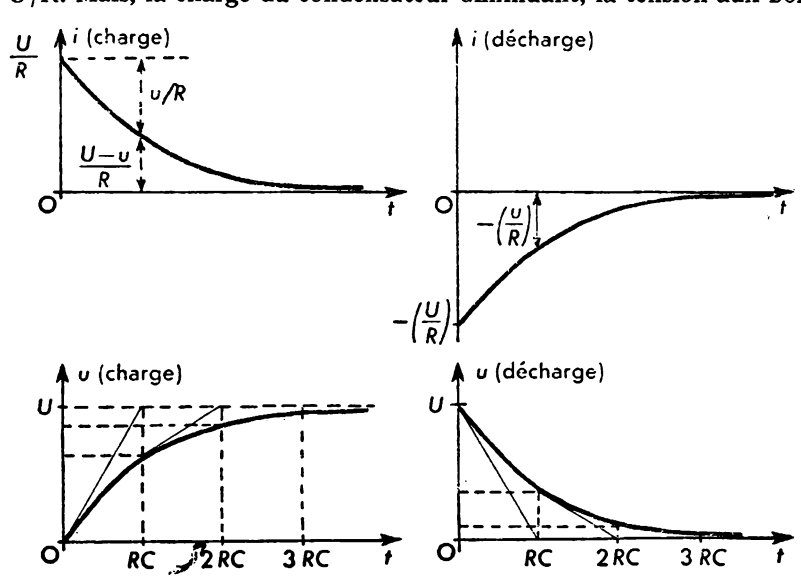


FIG. 13-9.

de C diminue. A un instant quelconque t, elle a la valeur u, et la valeur instantanée du courant est $i = u/R$. Au bout d'un certain temps, la décharge est pratiquement terminée : i et u sont nuls (1).

(1) On peut trouver une analogie de la charge et de la décharge d'un condensateur à travers une résistance dans le gonflage et le dégonflage d'un pneu à travers une ouverture étroite ; la pression et le débit de l'air sont les analogues de la tension et du courant.

Les variations des courants et des tensions sont représentées par la figure *13-9*. On admettra sans démonstration la forme des fonctions u en charge et en décharge :

$$u = U\,(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \qquad u = U\,e^{-\frac{t}{RC}}$$

avec $e \approx 2{,}718\,28$ (base des log. népériens).

Le produit $R\,C$ s'exprime en secondes, et s'appelle *constante de temps du circuit.*

A la décharge, pour $t = R\,C$, $u = U\,e^{-1} = U/e \approx 0{,}368\,U$;

pour $t = 2\,R\,C$, $u = U\,e^{-2} = 0{,}368\,U \times 0{,}368 = 0{,}136\,U$

A la charge, pour $t = R\,C$, $u = U - 0{,}368\,U = 0{,}632\,U$;

pour $t = 2\,R\,C$, $u = U - 0{,}136\,U = 0{,}864\,U$.

Applications

13-1. Pour construire un condensateur, on dispose de bandes de papier paraffiné et de bandes métalliques ayant toutes la même largeur l et la même épaisseur e. On superpose 4 bandes dans l'ordre suivant : papier, métal, papier, métal. Puis on enroule le tout en forme approximativement cylindrique.

1° Sachant que $l = 5$ cm, $e = 5/100$ mm, $\varepsilon_r = 3$ pour le papier paraffiné, déterminer la longueur L des bandes nécessaire pour que la capacité du condensateur soit de 25 000 pF.

2° Quel est le volume du condensateur et son diamètre extérieur.

Solution. — 1° En se reportant à la figure *13-4*, on verra que, mise à part la première boucle de la spirale, la bande métallique intérieure se trouve *sur ses deux faces* en regard de l'autre bande métallique : la surface S qui doit figurer dans la formule de C est celle des deux faces d'une bande, soit $2\,L\,l$.

La formule : $C = 8{,}85 \times 10^{-12}\,\varepsilon_r \dfrac{S}{e}$ donne ici :

$$C = 8{,}85 \times 10^{-12}\,\varepsilon_r \times \frac{2\,L\,l}{e}.$$

On tire :

$$L = \frac{C \times e}{8{,}85 \times 10^{-12} \times 2\,l\,\varepsilon_r} = \frac{25\,000 \times 10^{-12} \times 5 \times 10^{-4}}{8{,}85 \times 10^{-12} \times 2 \times 5 \times 10^{-2} \times 3}$$

$$L = \frac{25\,000 \times 10^{-3}}{8{,}85 \times 6} = \frac{25}{53{,}1} = 0{,}471 \text{ m}.$$

2° Le volume est le même que celui de la bande empilée initialement, soit : $L \times l \times 4\,e = 0{,}471 \times 5 \times 10^{-2} \times 20 \times 10^{-4} = 0{,}471 \times 10^{-4}$ m^3 ou 4,71 cm^3.

La surface du cercle de base est de : $4{,}71/5 = 0{,}942$ cm^2.

D'où :

$$R^2 = \frac{0{,}942}{3{,}14} = 0{,}3 \text{ cm}^2 ; \quad R \approx 0{,}55 \text{ cm} ; \quad D \approx 1{,}1 \text{ cm}.$$

13-2. On charge séparément deux condensateurs ($C_1 = 10$ µF sous $U_1 = 180$ V ; $C_2 = 6$ µF sous $U_2 = 100$ V). On réunit entre elles les armatures portant des charges de même signe.

1° Calculer la capacité C du système après connexion ;

2° Calculer la tension aux bornes de l'ensemble connecté ;

3° Comparer l'énergie électrique du système avant et après connexion.

Solution. — 1° Les deux condensateurs étant en parallèle, la capacité de l'ensemble est : $C = C_1 + C_2 = 10 + 6 = 16\ \mu F = 16 \times 10^{-6}$ F.

2° Avant connexion, les charges sont :

$$Q_1 = C_1 U_1 = 10 \times 10^{-6} \times 180 = 1\,800 \times 10^{-6}\ C$$

$$Q_2 = C_2 U_2 = 6 \times 10^{-6} \times 100 = 600 \times 10^{-6}\ C.$$

Après connexion, la charge totale est :

$$Q = Q_1 + Q_2 = 2\,400 \times 10^{-6}\ C.$$

La tension aux bornes de l'ensemble connecté sera :

$$U = \frac{Q}{C} = \frac{2\,400 \times 10^{-6}}{16 \times 10^{-6}} = 150\ V.$$

3° Avant connexion, l'énergie électrique du système est :

$$W_i = \frac{1}{2}(C_1 U_1^2 + C_2 U_2^2) = \frac{10^{-6}}{2}(10 \times 32\,400 + 6 \times 10\,000) = 0{,}192\ J.$$

Après connexion, on a :

$$W_f = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{10^{-6}}{2} \times 16 \times 22\,500 = 0{,}180\ J.$$

L'énergie perdue a été dissipée en chaleur dans les fils de connexion. Elle est indépendante de la résistance de ces conducteurs.

13-3. Lorsqu'un galvanomètre balistique, de résistance propre g, forme avec la résistance d'amortissement s un circuit fermé de résistance constante, la sensibilité du galvanomètre (en coulomb par division) reste constante.

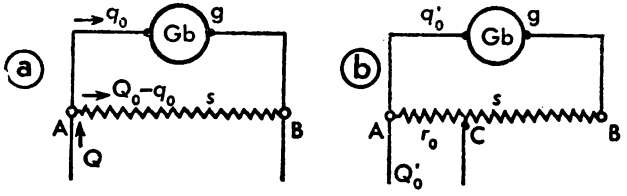


FIG. 13-10.

1° Un condensateur étalon de capacité $C_0 = 1$ µF, chargé sous une tension $U_0 = 2$ V, est déchargé entre les bornes communes A et B des deux appareils (*fig. 13-10 a*). La première élongation du galvanomètre est $\theta_0 = 40$ divisions. Connaissant $g = 240\ \Omega$ et $s = 960\ \Omega$, calculer la sensibilité propre du galvanomètre balistique.

2° Le condensateur étalon C_0, chargé sous une tension $U = 30$ V, est déchargé entre les extrémités A et C d'une fraction du shunt, dont la résistance est $r_0 = 100\ \Omega$ (*fig. 13-10 b*). Quelle sera la déviation $0'_0$ du galvanomètre?

3° Chargé sous la même tension U, un condensateur inconnu produit une déviation $0' = 63$ divisions quand on le décharge entre les extrémités A et D d'une fraction du shunt, dont la résistance est $r = 840\ \Omega$. Déterminer la capacité de ce condensateur.

Solution. — 1° La charge du condensateur $Q_0 = C_0 U_0 = 10^{-6} \times 2 = 2 \times 10^{-6}$ C se répartit en q_0 dans le galvanomètre balistique de résistance g, et $Q_0 - q_0$ dans le shunt s, dans le même rapport que les intensités :

$$i\,g = (I - i)\,s \dashrightarrow q_0\,g = (Q_0 - q_0)\,s,$$

ou :

$$\frac{q_0}{s} = \frac{Q_0 - q_0}{g} = \frac{q_0 + Q_0 - q_0}{s + g} = \frac{Q_0}{s + g}.$$

D'où :

$$q_0 = Q_0 \frac{s}{s + g}$$

Le calcul donne :

$$q_0 = 2 \times 10^{-6} \times \frac{960}{1\,200} = 1{,}6 \times 10^{-6}\ \text{C}.$$

La sensibilité propre du galvanomètre est :

$$\sigma = \frac{1{,}6 \times 10^{-6}}{40} = 4 \times 10^{-8}\ \text{C/div}.$$

2° La charge $Q'_0 = 10^{-6} \times 30$ C se répartit maintenant entre deux dérivations, l'une de résistance r_0, l'autre de résistance $g + s - r_0$, et l'on a :

$$\frac{q'_0}{r_0} = \frac{Q'_0 - q'_0}{g + s - r_0} = \frac{Q'_0}{g + s}.$$

D'où :

$$q'_0 = Q'_0 \times \frac{r_0}{g + s}.$$

Le calcul donne :

$$q'_0 = 30 \times 10^{-6} \times \frac{100}{1\,200} = 2{,}5 \times 10^{-6}\ \text{C}.$$

La première élongation du galvanomètre balistique sera :

$$0'_0 = \frac{2{,}5 \times 10^{-6}}{4 \times 10^{-8}} = 62{,}5\ \text{divisions}.$$

3° La formule établie au 2° s'applique encore :

$$q' = Q' \times \frac{r}{g + s}.$$

On en tire :

$$Q' = q' \times \frac{g + s}{r} = 63 \times 4 \times 10^{-8} \times \frac{1\,200}{840} = 3{,}6 \times 10^{-6}\ \text{C}.$$

La capacité du condensateur inconnu est :

$$C' = \frac{Q'}{U} = \frac{3{,}6 \times 10^{-6}}{30} = 0{,}12 \times 10^{-6}\ \text{F soit } 0{,}12\ \mu\text{F}.$$

13-4. Un consendateur de capacité connue $C = 5\ \mu F$ est chargé sous une tension $U = 2$ V. On mesure la décharge à l'aide d'un galvanomètre balistique shunté, de sensibilité inconnue. En passant sans délai de la « position charge » à la « position décharge », on observe une élongation, $\theta = 80$ divisions. On recommence la charge, on sépare le condensateur, on le met en liaison avec une résistance inconnue R, et au bout de 20 secondes on mesure la charge restante au galvanomètre balistique, qui donne alors une élongation $0' = 50$ divisions (*fig. 13-11*). Déterminer la résistance R, en négligeant la résistance de fuite du condensateur.

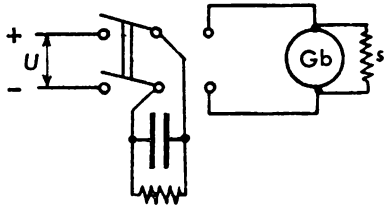


FIG. 13-11.

Solution. — La première mesure correspond à la charge initiale $Q = C\,U$. La deuxième mesure correspond à la charge résiduelle $Q' = C\,U'$. Les élongations sont proportionnelles aux charges :

$$\frac{0}{\theta'} = \frac{Q}{Q'} = \frac{U}{U'}.$$

U' est la tension aux bornes du condensateur à l'instant t, la décharge à travers R ayant commencé à l'instant zéro. On a donc :

$$U' = U\,e^{-\frac{t}{RC}}$$

D'où :

$$\frac{U}{U'} = e^{\frac{t}{RC}} = \frac{0}{\theta'}.$$

En passant aux logarithmes, il vient :

$$\frac{t}{RC}\log e = \log\frac{0}{\theta'},$$

D'où :

$$R = \frac{t\log e}{C\log\frac{0}{\theta'}}.$$

Soit :

$$R = \frac{20 \times 0{,}434\,29}{5 \times 10^{-6} \times 0{,}204\,12} \approx 8{,}6 \times 10^{6}\ \Omega \text{ ou } 8{,}6\ \text{M}\,\Omega.$$

13-5. On empile 251 lames métalliques minces carrées mesurant 4 cm de côté, en les séparant par des feuilles de mica de 0,2 mm d'épaisseur ($\varepsilon_r = 8$). La rigidité diélectrique du mica est de 75 000 kV/m.

1° Les lames métalliques impaires étant réunies entre elles, et les paire entre elles, calculer la surface utile des armatures et la capacité du condensateur obtenu.

2° Sous quelle tension maximale peut-on le charger?

3° Quelle est son énergie électrique lorsqu'on le charge sous une tension de 1 000 V?

Réponses : 1° 0,4 m² ; 0,142 μF ; 2° 15 000 V ; 3° 0,07 J.

13-6. Comparer les capacités du condensateur précédent d'une part, et d'autre part d'un condensateur ayant les mêmes lames métalliques pour armatures, mais pour diélectrique du papier paraffiné ($\varepsilon_r = 2{,}5$) de 0,016 mm d'épaisseur.

$$\text{Réponse : } \frac{C_2}{C_1} = \frac{\varepsilon_{r2}}{e_2} : \frac{\varepsilon_{r1}}{e_1} = \frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}} \times \frac{e_1}{e_2} = \frac{2{,}5}{8} \times \frac{0{,}200}{0{,}016} \approx 4.$$

13-7. On monte en série deux condensateurs, de capacités C_1 et C_2 et on charge l'ensemble sous une tension U. Exprimer la tension U_1 aux bornes du condensateur C_1. Application : $C_1 = 3$ μF ; $C_2 = 6$ μF ; $U = 30$ V.

$$\text{Réponse : } U_1 = U \times \frac{C_2}{C_1 + C_2} = 20 \text{ V}.$$

13-8. Aux bornes d'un condensateur de capacité $C = 10$ μF on monte à demeure un voltmètre. de résistance $R = 1{,}5$ MΩ. On relie l'ensemble au secteur à courant continu : le voltmètre indique 120 V. On coupe la liaison au secteur : quelle sera l'indication du voltmètre au bout de 10 secondes? (*fig. 13-12*).

Réponse : 61,5 V.

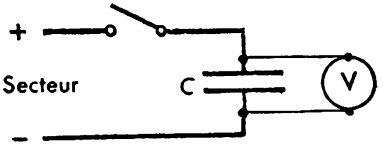


FIG. 13-12.

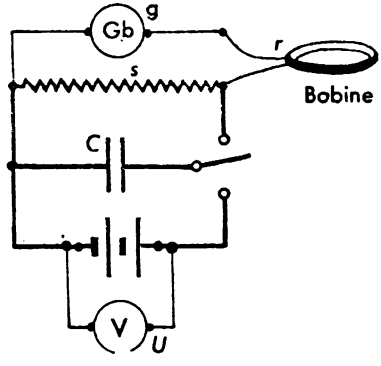


FIG. 13-13.

13-9. Dans le montage de la figure *13-13*, le galvanomètre balistique a une résistance $g = 240$ Ω, la bobine (50 spires sur un cadre de 6 cm² de surface) a une résistance $r = 60$ Ω, et la résistance s est de 900 Ω.

1° L'inverseur permet de charger le condensateur étalon ($C = 2$ μF) sous une tension $U = 3$ V, puis de le décharger entre les bornes de la résistance s : on observe alors une élongation de 60 divisions au galvanomètre balistique. Déterminer sa sensibilité propre.

2° L'inverseur étant levé, on introduit rapidement la bobine dans un champ magnétique, normalement aux lignes d'induction. Le galvanomètre donne une élongation de 82 divisions. Déterminer l'induction B.

Réponses : 1° 0,075 μC/div. ; 2° 0,24 6 T.

CHAPITRE 14

MACHINES A COURANT CONTINU

A. — GÉNÉRALITÉS

On réunit sous l'appellation de *machines à courant continu* des machines tournantes pouvant assumer deux fonctions inverses :

— entraînées par un moteur extérieur, elles jouent le rôle de *générateurs* : ce sont des *dynamos*, qui transforment une partie de l'énergie mécanique qu'elles reçoivent en énergie électrique utile ;

— alimentées en courant continu, elles jouent le rôle de *récepteurs* : ce sont des *moteurs*, qui transforment une partie de l'énergie électrique qu'elles reçoivent en énergie mécanique utile.

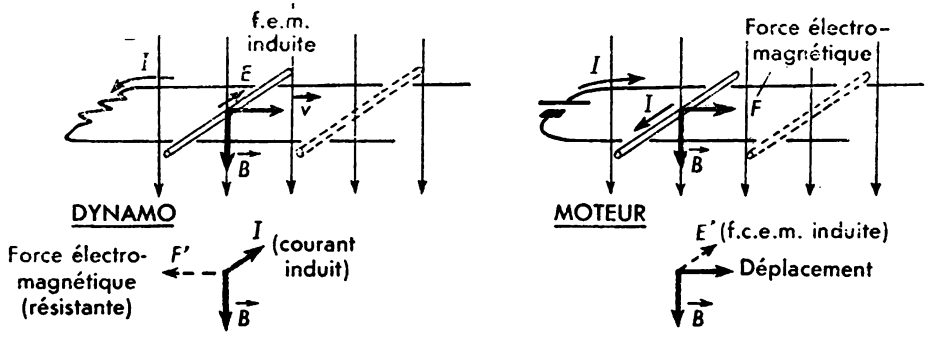


FIG. 14-1.

La réversibilité apparaît bien si l'on rapproche les figures *12-7* et *11-4* des chapitres précédents, qui schématisent élémentairement le fonctionnement de ces machines (*fig. 14-1*) ;

— dans le fonctionnement en *dynamo*, le déplacement *imposé* dans le champ d'induction $\vec{B}$ fait apparaître une F.E.M. induite E, qui crée un courant I dans le circuit extérieur : ce courant traversant le conducteur mobile soumis à $\vec{B}$, il apparaît une force électromagnétique F' dont le travail (résistant) est équivalent à l'énergie mécanique reçue et transformée en énergie électrique ;

— dans le fonctionnement en *moteur*, le courant I traversant le conducteur soumis à l'induction $\vec{B}$, celui-ci est soumis à la force électromagnétique F ; au cours du déplacement qu'elle produit dans le champ, il apparaît une F.E.M. induite E' de sens opposé à la F.E.M. qui produit ce courant : c'est une F.C.E.M. Il lui correspond une puissance électrique reçue $E'\,I$ transformée en puissance mécanique.

Les deux phénomènes sont donc toujours liés. Quand on en impose un, l'autre apparaît comme une conséquence :

— si la F.E.M. d'induction produit un courant, il apparaît un couple résistant ;

— si le couple moteur dû au courant produit un déplacement, il apparaît une F.C.E.M. induite.

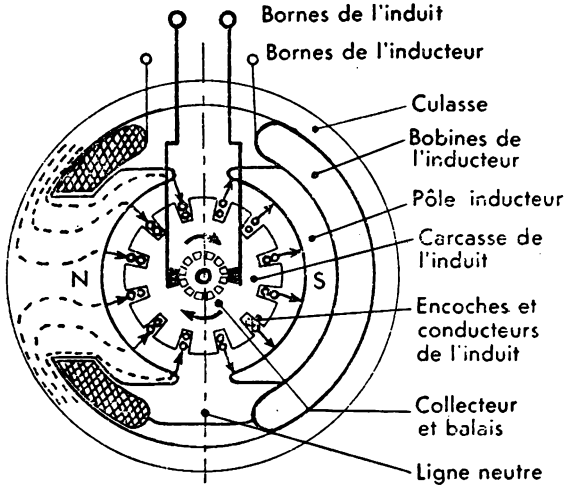


FIG. 14-2.

Dans la réalisation pratique de la machine à courant continu, on trouvera toujours :

— un organe créateur de l'*induction magnétique* (en général électro-aimant alimenté en courant continu) : c'est l'*inducteur* ;

— un organe groupant un grand nombre de conducteurs élémentaires associés de telle sorte que les effets produits s'ajoutent (cet organe, appelé *induit*, est le seul présentant la réversibilité : il fonctionne soit en générateur, soit en moteur).

L'étude sera limitée à la machine bipolaire, à induit en tambour. La figure *14-2* en donne une vue partiellement coupée (connexions de l'induit non représentées) faisant apparaître un *circuit magnétique* comprenant :

— la *culasse*, couronne circulaire en acier coulé ;

— *deux pôles* rapportés, formés de tôles empilées (au moins sur les épanouissements) ;

— la *carcasse de l'induit*, formée de tôles empilées et serrées sur l'arbre ;

— deux *entrefers*, sensiblement constants en épaisseur.

Ce circuit magnétique porte deux *enroulements* distincts :

1° L'*inducteur* qui comprend deux bobines en série, montées sur les pôles. Traversées par un courant continu i (courant d'*excitation*), ces bobines créent dans le circuit magnétique un flux Φ (*flux inducteur*). Les lignes d'induction sont *radiales dans les entrefers*, et le module de l'induction magnétique $\vec{B}$ y est *constant* pour un courant d'excitation i constant.

2° L'*induit* est un enroulement continu *fermé*, dont les *conducteurs actifs* (soumis à l'induction $\vec{B}$) sont logés dans des encoches creusées suivant des génératrices de la carcasse en tambour (cylindrique). Cet enroulement est formé de plusieurs *sections* montées en série. La liaison d'une section à la suivante se fait par une lame du *collecteur*. Sur le collecteur frottent deux balais.

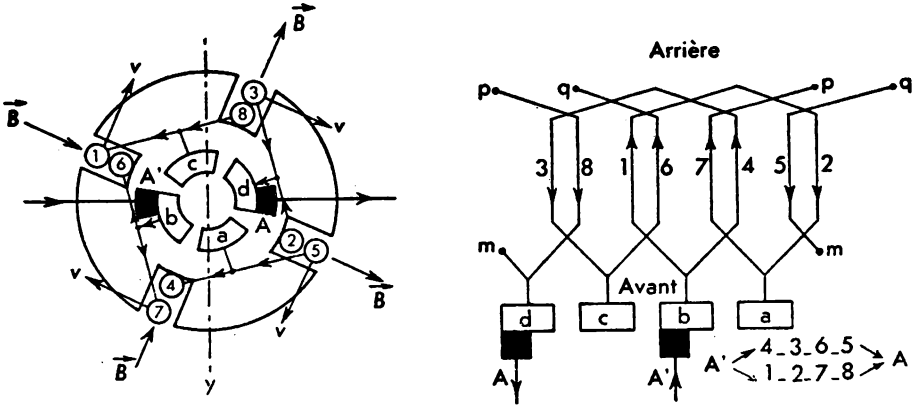


FIG. 14-3.

La figure *14-3* donne deux représentations d'un induit en tambour, avec collecteur et balais. L'enroulement y est réduit à huit conducteurs

actifs, logés par deux dans les quatre encoches de la carcasse. Quatre lames pour le collecteur assurent les liaisons sur la face avant. Les liaisons sur la face arrière sont tracées seulement dans la représentation développée (figure de droite). On vérifiera dans ce cas particulier, simplifié à l'extrême, la règle générale suivante : si l'induit bipolaire en tambour comporte N conducteurs actifs, on peut parcourir la totalité de l'enroulement en passant

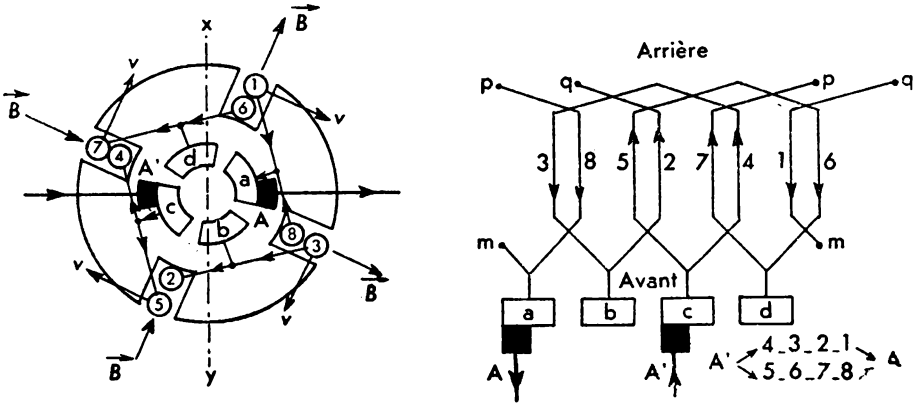


FIG. 14-4.

d'un balai à l'autre par *deux voies* distinctes, comprenant chacune $N/2$ conducteurs actifs *en série*, les deux voies étant associées *en parallèle* entre les deux balais. La figure 14-4 représente l'induit après un quart de tour.

B. — DYNAMO BIPOLAIRE

Dynamo bipolaire à excitation indépendante

Le courant d'excitation i dans l'inducteur est fourni par un générateur auxiliaire (*fig. 14-5*).

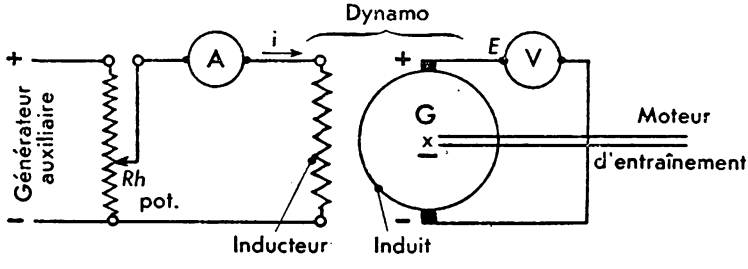


FIG. 14-5.

Un moteur (qui ne sera plus figuré dans les schémas par la suite) entraîne l'induit à la vitesse n (tr/s).

1° *Etude à vide.*

a) *Force électromotrice de l'induit générateur.*

Les conducteurs actifs de l'induit coupent les lignes d'induction dans les entrefers : ils sont le siège de *forces électromotrices induites* dont le sens est donné par la règle des trois doigts de la main gauche (le sens est le même pour tous les conducteurs situés d'un même côté de la ligne neutre).

L'induit tournant à raison de n tours par seconde, un conducteur actif coupe la totalité du flux inducteur Φ émanant d'un pôle, au cours d'un demi-tour, soit en $1/2\,n$ seconde ; la F.E.M. induite dans un conducteur est donc, en valeur moyenne : $\Phi : 1/2\,n = 2\,n\,\Phi$.

En observant la figure *14-3*, où les flèches indiquent le sens des F.E.M. induites dans les conducteurs actifs, ainsi que la figure *14-4* (où l'induit a effectué une rotation de 1/4 de tour par rapport à la position initiale), on vérifiera que la substitution maintient toujours dans chacune des deux voies un même nombre de F.E.M. de même sens.

Si l'on veut négliger, en première lecture, ces détails d'exécution de l'enroulement d'induit, il suffit de retenir que :

Le collecteur groupant les N conducteurs actifs en deux séries de $N/2$ conducteurs associées en parallèle sous les balais, la F.E.M. de l'induit, mesurable entre ses bornes à vide, est :

$$E = 2\,n\,\Phi \times \frac{N}{2} \qquad \text{ou} \qquad \boxed{E = N\,n\,\Phi}$$

V tr/s Wb

b) *Etude expérimentale.* On constate que :

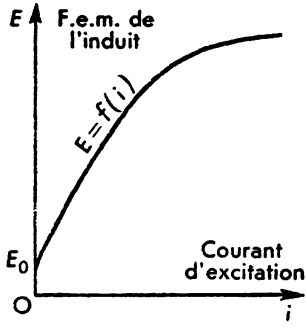


FIG. 14-6.

— à excitation constante, la F.E.M. est bien proportionnelle à la vitesse de l'induit ;

— à vitesse constante, la F.E.M. varie avec le courant d'excitation : la courbe $E = f(i)$ est la *caractéristique à vide* de la machine (*fig. 14-6*).

REMARQUE. — Pour $i = 0$, la F.E.M. a une valeur E_0 non nulle, si la machine a déjà été excitée (cette F.E.M. est due au magnétisme rémanent).

2° *Etude en charge* (*fig. 14-7*).

Lorsque l'induit débite un courant de charge I dans un circuit extérieur, on peut théoriquement lui appliquer les formules relatives à tout générateur :

— tension aux bornes de l'induit :

$$\boxed{U = E - r\,I}$$

— puissance utile fournie :

$$U\,I = E\,I - r\,I^2$$

($E\,I$ = puissance électrique totale produite, par transformation de puissance mécanique ; $r\,I^2$ = puissance électrique dissipée en chaleur dans l'induit). La résistance r de l'induit, mesurée entre les balais,est égale au 1/4 de la résistance totale r_f du fil enroulé sur l'induit (deux voies de résistance $r_f/2$ couplées en parallèle).

— rendement électrique :

$$\eta_{el} = \frac{U\,I}{E\,I} = \frac{U}{E}$$

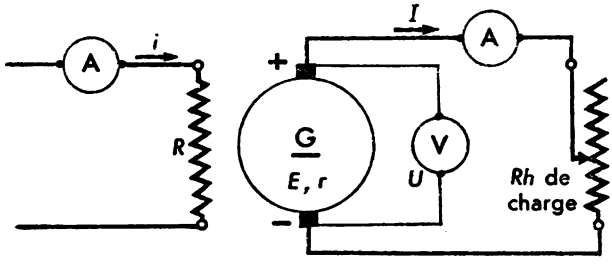


FIG. 14-7.

Pratiquement, on doit tenir compte :

— d'une diminution de la F.E.M. due à la variation du flux inducteur produite par la *réaction magnétique* de l'induit en charge ;

— des pertes de puissance dues aux frottements sur l'air et sur les paliers, ainsi qu'aux courants de Foucault que le feuilletage du circuit magnétique n'élimine pas totalement. En désignant par P_c ces pertes qui sont sensiblement constantes (pour Φ et n constants), on définit un rendement industriel, inférieur au rendement électrique :

$$\eta_{ind} = \frac{U\,I}{E\,I + P_c}$$

Dynamo auto-excitatrice

1° *Excitation en dérivation (dynamo shunt).*

a) *Principe (fig. 14-8).* Une partie (faible) du courant fourni par l'induit est prélevée pour alimenter le circuit inducteur (courant d'excitation $i = U/R$).

Le circuit extérieur appelant l'intensité I, l'induit est donc traversé par le courant $(I + i)$. La tension à ses bornes est donc (en négligeant la réaction magnétique d'induit) :

$$U = E - r\,(I + i)$$

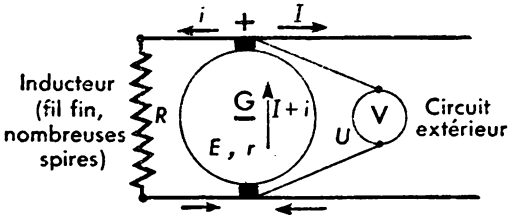


Fig. 14-8.

En multipliant par $(I + i)$, il vient : $U\,(I + i) = E\,(I + i) - r\,(I + i)^2$ ou :

$$E\,(I + i) = U\,I + U\,i + r\,(I + i)^2$$

- $U\,I$: puissance électrique totale produite par l'induit générateur (par transformation de la puissance mécanique reçue).
- $U\,i$: puissance utile fournie au circuit extérieur
- $r\,(I + i)^2$: puissance dissipée en chaleur dans l'inducteur
- $E\,(I + i)$: puissance dissipée en chaleur dans l'induit

b) *Variation et réglage de la force électromotrice E.*

Si l'on néglige la réaction magnétique de l'induit, et si l'on maintient constante la vitesse de rotation de l'induit, *la F.E.M. E de l'induit* géné-

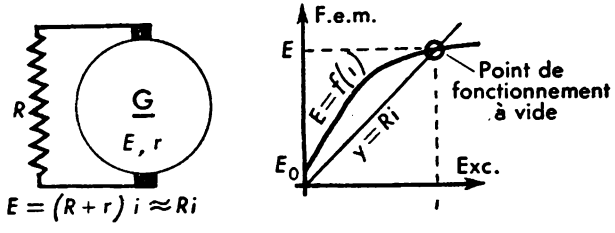


Fig. 14-9.

rateur dépend uniquement du *flux inducteur* Φ, donc du *courant d'excitation i* (la loi de variation est traduite par la caractéristique à vide à excitation indépendante $E = f\,(i)$ donnée en figure *14-6*).

— *à vide* ($I = 0$), la machine s'amorce seule grâce au magnétisme rémanent des pôles : si le sens des connexions entre induit et inducteur est convenable, E_0 donne un courant inducteur $i_0 = E_0/R$ dont le flux s'ajoute au flux rémanent, ce qui augmente la F.E.M., ce qui augmente i, et ainsi de suite jusqu'à une valeur limite définie par le *point de fonctionnement à vide* (point d'intersection de la courbe $E = f(i)$ avec la *droite des inducteurs* $U = Ri$). Les coordonnées de ce point vérifient l'équation du circuit : $E = (R + r)\,i \approx R\,i$ *(fig. 14-9)* ;

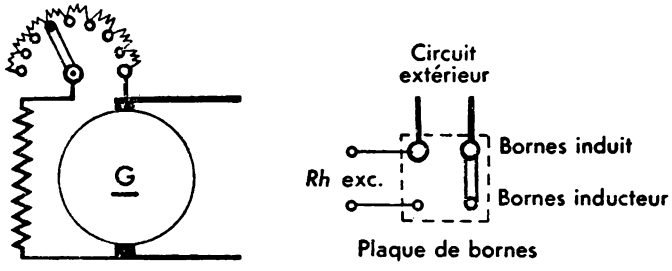


FIG. 14-10.

— *en débit* ($I \neq 0$), $i = U/R$, et $U = E - r\,(I + i)$: quand le débit I augmente, U diminue, ce qui diminue i, donc E (la F.E.M. décroît quand la charge I augmente) ;

— on peut *agir à volonté* sur E en insérant dans le circuit inducteur un *rhéostat d'excitation (fig. 14-10)*.

2° *Excitation en série (dynamo série).*

Toute l'intensité I fournie par l'induit au circuit extérieur passe dans l'inducteur (peu de spires, en gros fil, de résistance faible). Dans ce montage

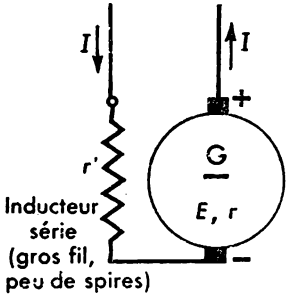


FIG. 14-11.

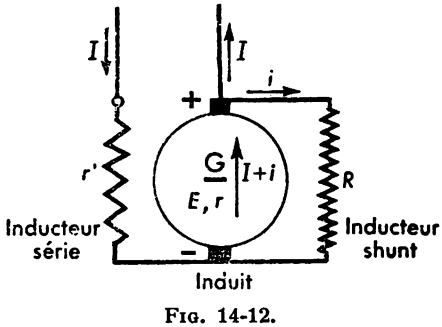


FIG. 14-12.

(fig. 14-11), la F.E.M. varie fortement avec I : en raison de son instabilité de fonctionnement, ce type de génératrice n'a que de rares utilisations.

3° *Excitation composée (dynamo compound).*

Les pôles portent deux enroulements inducteurs distincts (*fig. 14-12*) :

— un inducteur fil fin (R) monté en dérivation ;

— un inducteur gros fil (r') traversé par le courant extérieur I.

En choisissant convenablement le nombre de spires de l'inducteur série et le sens du courant I qui le traverse, on peut :

— compenser par le flux de l'inducteur série la baisse de E en charge, et maintenir sensiblement constante la tension U aux bornes, pour la plupart des régimes ;

— surcompenser la baisse de E et obtenir une tension U légèrement croissante quand le courant I augmente (propriété commode pour la fourniture d'énergie à distance, sons tension constante à l'arrivée) ;

— produire une forte baisse de E quand I augmente, en réalisant les connexions pour que le flux de l'inducteur série vienne en diminution du flux de l'inducteur shunt : la machine peut alors supporter la mise en court-circuit extérieur, comme dans le cas de l'emploi pour la soudure électrique.

Applications

14-1. Une dynamo shunt fournit dans un circuit extérieur un courant de 5,2 A sous 116 V. La résistance de l'inducteur est de 145 Ω, et celle de l'induit de 0,75 Ω. Déterminer :

1° Le courant d'excitation de l'inducteur.

2° Le courant dans l'induit.

3° La F.E.M. de l'induit.

4° La puissance électrique totale produite par l'induit, et sa répartition ;

5° Le rendement électrique de la dynamo ;

6° Le rendement industriel, en tenant compte des pertes constantes (frottements, hystérésis, courants de Foucault) s'élevant à 80 W.

Solution. — En se reportant à la figure *14-5*, on calcule

1° Le courant d'excitation :

$$i = \frac{U}{R} = \frac{116}{145} = 0{,}80 \text{ A} ;$$

2° Le courant dans l'induit :

$$I + i = 5{,}2 + 0{,}8 = 6 \text{ A} ;$$

3° La F.E.M. de l'induit, tirée de la formule $U = E - r(I + i)$, soit :

$$E = U + r(I + i) = 116 + 0{,}75 \times 6 = 120{,}5 \text{ V} ;$$

4° La puissance électrique totale fournie par l'induit :

$$E(I + i) = 120{,}5 \times 6 = 723 \text{ W}.$$

Cette puissance se répartit comme suit :

— puissance dissipée en chaleur dans l'inducteur	$R\,i^2 = U\,i = 116 \times 0{,}8 =$	92,8 W
— puissance dissipée en chaleur dans l'induit.....	$r\,(I + i)^2 = 0{,}75 \times 36 =$	27 W
— puissance utile fournie au circuit extérieur	$U\,I = 116 \times 5{,}2 =$	603,2 W
Total		723 W

5° Le rendement électrique de la dynamo est le quotient de la puissance utile $U\,I$ par la puissance électrique totale produite $E\,(I + i)$, soit :

$$\frac{603}{723} = 0{,}834.$$

6° L'induit reçoit une puissance mécanique de $723 + 80 = 803$ W, et le rendement industriel est de :

$$\frac{603}{803} = 0{,}752.$$

14-2. Un induit bipolaire en tambour mesurant 12 cm de diamètre et 15 cm de longueur comporte 30 sections de 12 spires, en fil de cuivre de 2 mm de diamètre ($\rho = 1{,}7 \times 10^{-8}\ \Omega$ m).

1° En admettant que le parcours des fils sur les faces avant et arrière de l'induit est sensiblement diamétral, évaluer la résistance de l'induit entre les balais.

2° L'inducteur fournit un flux utile de 0,020 Wb. A quelle vitesse doit tourner l'induit pour que la F.E.M. soit de 400 V?

Solution. — 1° L'enroulement induit comporte $30 \times 12 = 360$ spires, de $(12 + 15) \times 2 = 54$ cm. La longueur du fil bobiné est de : $0{,}54 \times 360 = 194{,}4$ m. Sa section est $\pi \times 10^{-6}$ m².

La résistance du fil bobiné est :

$$R_f = \frac{1{,}7 \times 10^{-8} \times 194{,}4}{3{,}14 \times 10^{-6}} = 1{,}053\ \Omega. \approx 1{,}05\ \Omega$$

La résistance de chaque voie est $R_f/2$, et la résistance des deux voies, en parallèle sous les balais, est $R_f/4 \approx 0{,}26\ \Omega$.

2° De la formule $E = N\,n\,\Phi$, on tire :

$$n = \frac{E}{N\,\Phi}.$$

Chaque spire comportant deux conducteurs actifs, $N = 720$.

D'où :

$$n = \frac{400}{720 \times 0{,}02} = 27{,}8 \text{ tr/s, soit } 1\,665 \text{ tr/mn.}$$

14-3. Une dynamo shunt fournit une puissance électrique utile de 3 kW sous une tension de 120 V, avec un rendement industriel de 80 %. La résistance de l'induit est de 0,4 Ω, et celle de l'inducteur de 65 Ω. Calculer :

1° Le courant total débité par l'induit et sa F.E.M.

2° La puissance dissipée dans l'induit et dans les inducteurs, et le total des pertes par frottements, hystérésis et courants de Foucault;

3° Le rendement électrique de la dynamo.

Solution. — 1° Le courant d'excitation est :

$$i = \frac{U}{R} = \frac{120}{65} = 1{,}84 \text{ A.}$$

Le courant dans le circuit extérieur est :

$$I = \frac{P_u}{U} = \frac{3\,000}{120} = 25 \text{ A.}$$

Le courant traversant l'induit est donc :

$$I + i = 25 + 1{,}84 = 26{,}84 \text{ A} \simeq 27 \text{ A.}$$

De la formule $U = E - r(I + i)$ on tire :

$$E = U + r(I + i) = 120 + 0{,}4 \times 26{,}84 = 130{,}6 \text{ V} \simeq 131 \text{ V.}$$

2° La puissance utile étant de 3 000 W avec un rendement global de 0,80, la puissance mécanique totale reçue par l'induit est :

$$P_t = \frac{3\,000}{0{,}8} = 3\,750 \text{ W.}$$

Le total des pertes est donc : 3 750 — 3 000 = 750 W, se répartissant en :

— puissance dissipée en chaleur dans l'induit :

$$r(I + i)^2 = 0{,}4 \times 26{,}84^2 = 288 \text{ W ;}$$

— puissance dissipée en chaleur dans l'inducteur :

$$R\,i = U\,i = 120 \times 1{,}84 = 220 \text{ W ;}$$

— pertes par frottements, hystérésis et courants de Foucault :

$$750 - (288 + 220) = 242 \text{ W.}$$

3° Le rendement électrique est le quotient de la puissance utile par la puissance électrique totale produite, soit :

$$\eta = \frac{U\,I}{E\,(I + i)},$$

ou :

$$\eta_{el} = \frac{3\,000}{130{,}6 \times 26{,}84} = 0{,}855 \text{ ou } 85{,}5\ \%$$

14-4. La F.E.M. d'une dynamo shunt bipolaire est 150 V. La résistance de l'induit est de 0,5 Ω, celle de l'inducteur de 66 Ω. Le circuit extérieur est une résistance de 6 Ω (*fig. 14-13*). Calculer :

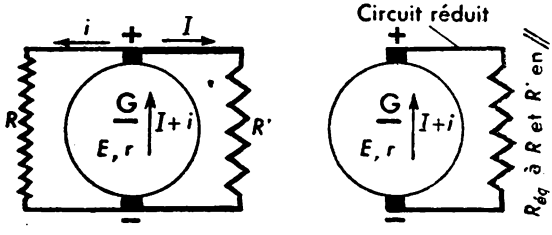


FIG. 14-13.

1° Les intensités dans les différentes parties du circuit;

2° La D.D.P. aux bornes de la dynamo;

3° Le rendement électrique de la dynamo.

Solution. — 1° L'induit apparaît comme un générateur débitant le courant total $(I + i)$ dans un ensemble de deux résistances en parallèle : l'inducteur $(R = 66\ \Omega)$ et la résistance de charge $(R' = 6\ \Omega)$.

La résistance équivalente R_{eq} est donnée par la formule :

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R'} = \frac{1}{66} + \frac{1}{6} = \frac{12}{66},$$

d'où :

$$R_{eq} = \frac{66}{12} = 5{,}5\ \Omega.$$

Dans le circuit réduit, l'intensité est :

$$I + i = \frac{E}{r + R_{eq}} = \frac{150}{6} = 25\ \text{A}.$$

C'est l'intensité du courant dans l'induit.

Ce courant principal se partage en raison inverse des résistances ; on a

$$R\,i = R'\,I \quad \text{ou} \quad \frac{i}{R'} = \frac{I}{R} = \frac{I + i}{R + R'}.$$

D'où :

$$i = (I + i)\,\frac{R'}{R + R'} = 25 \times \frac{6}{72} = 2{,}08\ \text{A}$$

$$I = (I + i)\,\frac{R}{R + R'} = 25 \times \frac{66}{72} = 22{,}9\ \text{A}.$$

2° La D.D.P. aux bornes est donnée par l'une quelconque des formules :

$$U = E - r\,(I + i) \qquad U = R\,i \qquad U = R'\,I$$
$$U = 150 - 0{,}5 \times 25 \qquad U = 66 \times 2{,}08 \qquad U = 6 \times 22{,}92$$

soit : $U = 137{,}5$ V.

3° Le rendement électrique est :

$$\eta_{el} = \frac{U\,I}{E\,(I + i)} = \frac{137{,}5 \times 22{,}92}{150 \times 25} = 0{,}84 \text{ ou } 84\ \%.$$

14-5. On compte 600 fils à la périphérie sur un induit tambour bipolaire dont les dipensions sont $L = 30$ centimètres et $D = 20$ centimètres. La valeur du flux inducteur étant de 0,048 Wb, on demande :

1° La vitesse nécessaire à l'entretien d'une force électromotrice de 240 volts;

2° De trouver la résistance du fil nécessaire à l'enroulement sachant qu'il a un diamètre de 3 mm ($\rho = 1{,}6 \times 10^{-8}\ \Omega$ m), ainsi que la résistance de l'induit.

Réponses : 500 tr/mn ; 0,17 Ω.

14-6. Une dynamo-shunt dont la résistance d'induit est 0,5 Ω et celle des inducteurs 200 ohms fournit dans un circuit extérieur un courant de 25 ampères sous 250 volts de différence de potentiel aux bornes. On demande de calculer dans ces conditions :

1° Le courant dans l'inducteur et dans l'induit ;

2° La force électromotrice de la génératrice et la puissance totale qu'elle développe ;

3° La puissance perdue dans l'induit et dans l'excitation ainsi que le rendement électrique de la génératrice.

Réponses : 1° 1,25 A ; 26,25 A.
2° 263 V ; 6 900 W.
3° 345 W ; 312,5 W ; 0,905.

14-7. Une génératrice-shunt doit fournir un courant de 50 ampères sous une différence de potentiel de 250 volts. Quelles doivent être les résistances de l'induit et de l'inducteur pour que les pertes y soient respectivement de 3 et 2,7 0/0 de la puissance totale de la dynamo, le rendement de celle-ci étant 90 0/0. Trouver ensuite la force électromotrice engendrée.

Réponses : 0,157 Ω ; 167 Ω ; 258 V.

14-8. Une dynamo compound est montée à courte-dérivation : l'inducteur shunt est monté en dérivation sur l'induit seul (*fig. 14-14*). On donne les résistances : $R = 125$ Ω pour l'inducteur shunt ; $r = 0{,}6$ Ω pour l'induit ; $r' = 0{,}2$ Ω pour l'inducteur série. La dynamo fournit au circuit extérieur un courant de 8 A sous 123 V. Calculer :

1° La chute de tension dans l'inducteur série et la différence de potentiel aux bornes de l'induit ;

2° Le courant inducteur et le courant dans l'induit ;

3° La F.E.M. de l'induit et la puissance électrique totale produite par l'induit.

4° Le rendement électrique de la machine.

Réponses : 1° 1,6 V ; 124,6 V.
2° 1 A ; 9 A.
3° 130 V ; 1 170 W.
4° 0,84.

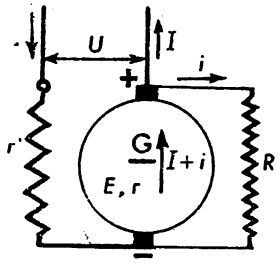


FIG. 14-14.

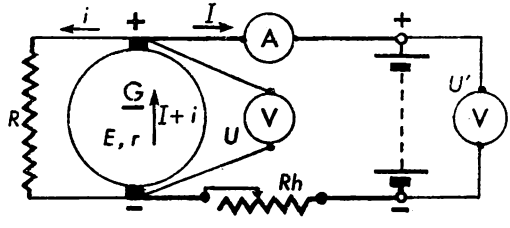


FIG. 14-15.

14-9. Une dynamo shunt est utilisée (*fig. 14-15*) à la charge d'une batterie d'accumulateurs comportant 40 éléments identiques en série (la résistance intérieure totale de la batterie est de 1 Ω). On donne pour la dynamo : $R = 150$ Ω $r = 0{,}6$ Ω. On relève en fonctionnement : $I = 4$ A ; $U = 120$ V ; $U' = 92$ V. Calculer :

1° La F.C.E.M. de la batterie et celle d'un élément en charge ;

2° La résistance du rhéostat ;

3° L'intensité des courants dans l'inducteur et dans l'induit ;

4° La F.E.M. de l'induit ;

5° La répartition de la puissance électrique dans les différents circuits.

Réponses : 1° 88 V ; 2,2 V.
2° 7 Ω.
3° 0,8 A ; 4,8 A.
4° 123 V.
5° Puissance électrique totale produite = 590 W.

perte induit = 14 W perte inducteur = 96 W perte rhéostat = 112 W
perte batterie = 16 W puissance utile reçue par la batterie = 352 W.

14-10. Un moteur à essence entraîne une dynamo shunt qui alimente, par une ligne de 31,25 m de longueur, à deux fils, un poste d'utilisation absorbant en charge normale 10 A sous 100 V.

1° Représenter schématiquement le montage, avec dispositif de réglage de la tension fournie par la dynamo, et appareils de mesure du courant d'excitation et du courant en ligne.

2° La ligne est en fil de cuivre ($\rho = 1{,}6 \times 10^{-8}$ Ω m) de 16/10 mm de diamètre. Calculer sa résistance, la chute de tension en ligne en charge normale, et la tension aux bornes de la dynamo, nécessaire pour maintenir 100 V en bout de ligne.

3° Le courant d'excitation est alors de 0,75 A. Quelle est la résistance du circuit d'excitation ?

4° Calculer l'intensité du courant dans l'induit et la force électromotrice de la machine (résistance de l'induit : 1,2 Ω).

5° Calculer la puissance électrique totale fournie par l'induit, et sa répartition dans les différents circuits.

6° On relève pour 2 heures de fonctionnement en charge normale une consommation de 1,5 litre d'essence de pouvoir calorifique 8 000 kilocalories par litre. Quel est le rendement global de l'installation ?

Réponses : 1° Schéma.
2° 0,5 Ω ; 5 V ; 105 V.
3° 140 Ω.
4° 10,75 A ; 117,9 Vsoit 10,8 A et 118 V.
5° 1 267,4 W (138,6 + 78,75 + 50 + 1 000) ~ 1270 W.
6° 0,14

C. — MOTEURS A COURANT CONTINU

Toute dynamo (machine dynamo-électrique) peut être utilisée en génératrice ou en moteur. La constitution du moteur est donc celle étudiée au début du chapitre.

Moteur à excitation indépendante

Un générateur fournit à l'inducteur le courant d'excitation i réglable par un *rhéostat de champ* monté en série avec l'inducteur. Les lignes d'induc-

tion sont radiales dans l'entrefer, et le flux *inducteur* Φ est réparti uniformément : le module de $\vec{B}$ est constant dans les entrefers si i reste constant.

Un autre générateur (un seul peut assumer les deux fonctions) fournit à l'induit (à travers un *rhéostat de démarrage*, qu'on met en court-circuit en fonctionnement normal) un courant I qui se répartit, grâce au collecteur,

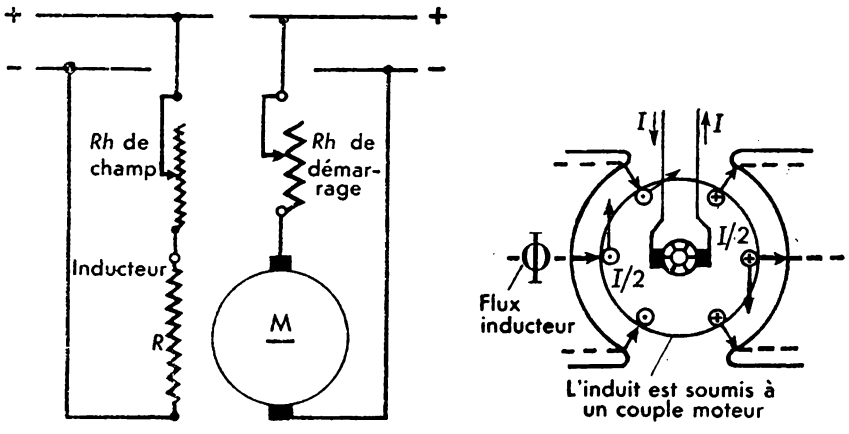


FIG. 14-16.

en deux courants $I/2$ dans l'ensemble des N conducteurs périphériques de l'induit. Le courant est de même sens pour les $N/2$ conducteurs situés d'un même côté de la ligne neutre (*fig. 14-16*).

a) *Existence du couple moteur.* Chaque conducteur actif de l'induit, parcouru par un courant $I/2$ perpendiculaire à $\vec{B}$, est soumis à une force tangente à l'induit : la règle des trois doigts de la main droite (ou celle de l'observateur d'Ampère) montre que toutes les forces concourent à la rotation de l'induit dans le même sens.

b) *Puissance mécanique développée par l'induit.* Chaque conducteur actif, parcouru par le courant $I/2$, coupe le flux inducteur Φ en 1/2 tour (temps $1/2n$), en développant un travail $W = (I/2) \times \Phi$, soit pour les N conducteurs :

$$W_{(J)} = \frac{I}{2} \times \Phi \times N \quad \text{en } 1/2n \text{ (secondes).}$$

D'où la puissance mécanique totale développée par l'induit :

$$P = \frac{W}{t} = \frac{I}{2} \Phi N : \frac{1}{2n} \quad \text{ou} \quad \underset{W}{P} = \underset{tr/s}{n} \; \underset{Wb}{\Phi} \; \underset{A}{I}$$

c) *Force contre-électromotrice de l'induit.*

On sait que la puissance utile (non calorifique) fournie par un récepteur est égale à $E' I$. En rapprochant de la formule précédente, on tire :

$$E' I = N n \Phi I.$$

D'où :

$$\boxed{E' = N n \Phi} \qquad \text{et} \qquad \boxed{P_{mec} = E' I}$$

V tr/s Wb — W V A

d) *Courant traversant l'induit.* En appliquant à l'induit moteur la formule générale des récepteurs : $U = E' + r I$, on tire :

$$\boxed{I = \frac{U - E'}{r} = \frac{U - N n \Phi}{r}}$$

Au démarrage, $n = 0$, donc $I = U/r$ (valeur généralement très supérieure à l'intensité nominale admissible). D'où la nécessité d'un *rhéostat de démarrage*, qui limite l'intensité à l'instant du démarrage à une valeur égale environ à 1,5 fois l'intensité nominale.

Si la charge croît, la vitesse n diminue un peu, I augmente, ce qui augmente la puissance électrique consommée et rétablit l'équilibre.

e) *Vitesse de l'induit.* On a $U = E' + r I$ ou $U = N n \Phi + r I$.

On en tire :

V Ω A

$$\text{tr/s} \quad \boxed{n = \frac{U - r I}{N \Phi}}$$

Wb

— à flux inducteur constant, une augmentation de la charge mécanique du moteur se traduit par une augmentation de I, donc par une diminution de la vitesse n ; mais r étant faible, la variation de vitesse reste faible ;

— à charge constante (I constant), on peut augmenter la vitesse en diminuant le flux inducteur Φ : c'est le rôle du *rhéostat de champ.*

f) *Couple moteur.* A la puissance mécanique totale produite $P = E' I = N n \Phi I$ correspond un couple moteur, de moment M tel que $P_{mec} = M \omega = M \times 2 \pi n$. D'où $2 \pi n M = N n \Phi I$.

On tire :

$$\boxed{M = \frac{N}{2 \pi} \times \Phi I}$$

m. N — Wb A

Le moment du couple moteur est proportionnel au flux inducteur et à l'intensité du courant dans l'induit.

On peut donc changer le sens du couple moteur, donc le sens de rotation, en inversant le sens du courant soit dans l'induit, soit dans l'inducteur.

Si l'on change simultanément le sens du courant dans les deux circuits, ce qui se produit en courant alternatif, le sens de rotation n'est pas changé : le moteur à courant continu peut être utilisé en alternatif (*moteur universel*), mais il faut feuilleter tout le circuit magnétique pour réduire les courants de Foucault.

Moteur à excitation en dérivation (moteur shunt)

La tension U fournie par la ligne d'alimentation est appliquée (*fig. 14-17*) :

— d'une part à l'inducteur, avec éventuellement un *rhéostat de champ* en série, permettant de régler la vitesse en agissant sur i, donc sur Φ ; pour limiter la puissance électrique consommée dans l'inducteur, on constitue ses enroulements par de nombreuses spires de fil fin (résistance R élevée, courant faible $i = U/R$).

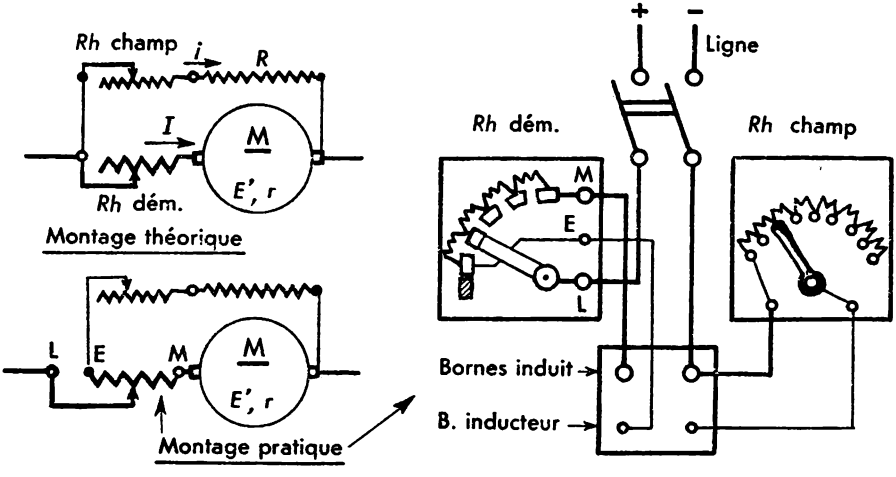


FIG. 14-17.

— d'autre part à l'induit, avec *obligatoirement* un *rhéostat de démarrage* destiné à limiter l'intensité du courant dans l'induit *arrêté* (instant du démarrage).

Les propriétés électriques et mécaniques découlent de l'indépendance des deux circuits : elles sont les mêmes que celles de la machine à excitation indépendante.

Moteur à excitation en série (moteur série)

En marche normale, la tension U fournie par la ligne d'alimentation est appliquée à l'ensemble de *l'induit et de l'inducteur montés en série* : le même courant I traverse les deux enroulements. L'inducteur doit donc avoir une résistance faible (r' du même ordre que r) : il est constitué par des spires en gros fil, mais peu nombreuses.

Les équations de fonctionnement du moteur en marche sont :

pour les tensions :

$$U = E' + (r + r')\, I$$

pour les puissances :

$$U\, I = E'\, I + (r + r')\, I^2$$

$U\,I$: puissance électrique totale consommée par le moteur

$E'\,I$: puissance électrique transformée en puissance mécanique ($P_{méc} = E'I$)

$(r + r')\,I^2$: puissance électrique dissipée en chaleur dans l'induit et l'inducteur

A l'instant du démarrage, E' est nulle : un *rhéostat de démarrage* est indispensable pour limiter l'intensité (on le monte en série avec l'ensemble : *fig. 14-18*).

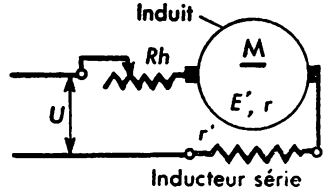


FIG. 14-18.

Les propriétés électriques et mécaniques du moteur série sont particulières, car le flux inducteur dépend du courant I, qui varie considérablement avec l'état de fonctionnement. Si l'on admet en première approximation que le flux Φ est proportionnel à I ($\Phi = k\,I$), on voit que :

— la formule $n = \dfrac{U - r\,I}{N\,\Phi}$ devient ici : $n = \dfrac{U - (r + r')\,I}{N \times k\,I}$, ou :

$$n = \frac{U}{k\,N \times I} - \frac{r + r'}{k\,N}.$$

Le deuxième terme restant faible, la vitesse varie en raison inverse de l'intensité I du courant appelé ;

— la formule $\mathrm{M} = \dfrac{N}{2\,\pi} \times \Phi\, I$ devient ici $\mathrm{M} = \dfrac{k\,N}{2\,\pi} \times I^2$.

Par conséquent, si la charge mécanique du moteur est faible (couple de charge faible), I est faible, et n élevé ; si au contraire le moment résistant

est grand, I est grand et la vitesse faible. Ce moteur convient bien aux fonctions de *traction* et de *levage*.

La plus grande intensité admise étant celle du démarrage, le couple moteur est alors particulièrement élevé : le moteur série donne un « *coup de collier* » *au démarrage*. Par contre, à charge nulle (rupture d'attelage par exemple), *il s'emballe* dangereusement.

Moteur à excitation composée (moteur compound)

Le circuit inducteur comporte deux enroulements :

— un enroulement en fil fin, à nombreuses spires, soumis dès le départ à la tension d'alimentation U ;

— un enroulement en gros fil, comportant peu de spires, monté en série avec l'induit et le rhéostat de démarrage.

Le schéma d'ensemble est donc celui d'un moteur série, avec inducteur shunt en dérivation entre ses bornes (*fig. 14-19*).

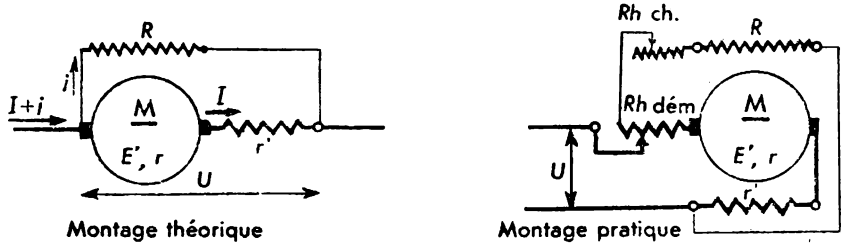


Fig. 14-19.

Ce moteur rassemble les propriétés des deux types précédents :

— grâce à son inducteur série, il possède un couple élevé au démarrage ;

— grâce à son inducteur shunt, qui fournit un flux constant (réglable par rhéostat de champ), la vitesse reste limitée aux faibles charges, et on peut la régler à volonté dans de larges limites.

Applications

14-11. On donne pour un moteur à courant continu les résistances des enroulements : pour l'inducteur fil fin $R = 200\ \Omega$; pour l'induit $r = 0{,}8\ \Omega$. Les valeurs nominales indiquées par le constructeur sont : tension d'alimentation $U = 120$ V ; intensité dans l'induit $I_n = 10$ A ; vitesse de l'induit 2 400 tr/mn pour excitation sous 120 V.

On réalise un montage à excitation indépendante, en alimentant séparément l'inducteur sous une tension de 120 V.

1° Calculer l'intensité du courant d'excitation;

2° Déterminer la résistance du rhéostat de démarrage nécessaire pour limiter l'intensité à l'instant du démarrage à la valeur $I_d = 1{,}5\ I_n$;

3° Calculer, dans les conditions nominales de fonctionnement, la force contre-électromotrice de l'induit, la puissance mécanique totale développée P_{mec} et la valeur du couple nominal M_n.

4° En tenant compte de la puissance perdue par les frottements ($p = 100$ W) déterminer la puissance nominale utile P_{un} disponible sur la poulie, et le moment du couple utile M_{un}.

5° Calculer la puissance électrique totale consommée par le moteur, et déterminer sa répartition.

Solution. — 1° Le courant d'excitation est :

$$i = \frac{U}{R} = \frac{120}{200} = 0{,}6 \text{ A.}$$

2° Au démarrage, on doit avoir dans l'induit une intensité :

$$I_d = \frac{U}{r + Rh} = 1{,}5\ I_n.$$

D'où :

$$r + Rh = \frac{U}{I_d} = \frac{120}{15} = 8\ \Omega.$$

Le rhéostat de démarrage doit avoir une résistance de : $8 - 0{,}8 = 7{,}2\ \Omega$.

3° En charge normale, l'intensité dans l'induit est $I_n = 10$ A, et on a : $U = E' + r I_n$. D'où : $E' = U - r I_n = 120 - 0{,}8 \times 10 = 112$ V. La puissance mécanique totale fournie par l'induit est :

$$P_{mec} = E' I = 112 \times 10 = 1\,120 \text{ W.}$$

La vitesse étant alors de 2 400 tr/mn, on a :

$$n = \frac{2\,400}{60} = 40 \text{ tr/s,}$$

et le moment du couple nominal est :

$$M_n = \frac{P_{mec}}{\omega} = \frac{1\,120}{2\pi \times 40} = 4{,}45 \text{ m. N}$$

4° La puissance nominale utile est : $P_{un} = 1\,120 - 100 = 1\,020$ W, et le moment du couple utile nominal est :

$$M_{un} = \frac{1\,020}{2\pi \times 40} = 4{,}05 \text{ m. N}$$

5° L'inducteur dissipe en chaleur une puissance :

$$P \text{ inducteur} = R i^2 = U i = 120 \times 0{,}6 = 72 \text{ W.}$$

L'induit consomme une puissance totale $U I = 120 \times 10 = 1\,200$ W, se répartissant en :

— puissance dissipée en chaleur	$r I^2 = 0{,}8 \times 100 =$ 80 W
— puissance transformée en puissance mécanique :	$E' I = 112 \times 10 =$ 1 120 W
	Total = 1 200 W

La puissance mécanique totale fournie se répartit en :

— pertes par frottements : 100 W
— puissance mécanique utile : 1 020 W
Total : 1 120 W.

La puissance électrique totale consommée est donc de 1 272 W pour une puissance utile fournie de 1 020 W (rendement global 0,80).

14-12. Tout en maintenant constante l'excitation du moteur précédent, on diminue la charge mécanique. On admet que les pertes par frottement restent constantes.

1° Déterminer la valeur du moment moteur utile correspondant à une augmentation de vitesse de 1 %.

2° En reprenant le calcul pour des variations de vitesse échelonnées de 2 en 2 %, évaluer la vitesse de l'induit à vide (charge utile nulle).

Solution. — 1° La vitesse augmentant de 1 %, n devient 1,01 fois plus grand. Φ restant constant, la F.C.E.M. $E' = N\,n\,\Phi$ devient donc 1,01 fois plus grande, soit $E' = 112 \times 1{,}01 = 113{,}12$ V.

La tension U restant constante, l'intensité du courant dans l'induit devient :

$$I = \frac{U - E'}{r} = \frac{120 - 113{,}12}{0{,}8} = \frac{6{,}88}{0{,}8} = 8{,}6 \text{ A}.$$

La puissance mécanique totale fournie par l'induit est alors égale à : $E' I = 113{,}12 \times 8{,}6 = 972$ W, et la puissance utile fournie est de 872 W, correspondant à un couple de moment :

$$M_u = \frac{P_u}{2\pi n} = \frac{872}{2\pi \times 40 \times 1{,}01} = 3{,}44 \text{ m.N}$$

(soit une variation relative de :

$$\frac{4{,}05 - 3{,}44}{4{,}05} \approx 0{,}15 \text{ ou } 15\ \%,$$

pour une variation de vitesse de 1 %).

2° En reprenant le calcul pour des variations de vitesse échelonnées on trouve :

Augmentation de vitesse...	0 %	2 %	4 %	6 %	8 %
F.C.E.M. (V)	112	114,24	116,48	118,72	120,96
$U - E'$ (V)	8	5,76	3,52	1,28	imposible
$I = \frac{U - E'}{r}$ (A)	10	7,2	4,4	1,6	—
$E' I$ (W)	1 120	822	512	190	—
Puissance utile (W)	1 020	722	412	90	—
$M_u = \frac{P_u}{2\pi n}$	4,05	2,82	1,57	0,34	—

La variation de vitesse correspondant au passage de la charge normale à la charge nulle est voisine de 7 % (vitesse à vide voisine de 2 400 × 1,07 ou 2 570 tr/mn).

Nota : Ce calcul est aléatoire, car il repose sur une valeur de r assez largement douteuse, et ne tient pas compte de la réaction magnétique d'induit qui modifie E', mais il fait ressortir une propriété importante du moteur : variation faible de la vitesse pour une large variation de la charge.

14-13. Un moteur shunt alimenté par un réseau à 225 V fournit une puissance utile de 9,5 kW en appelant un courant total de 50 A. On donne les résistances $r = 0{,}25\ \Omega$ pour l'induit, et $R = 150\ \Omega$ pour l'inducteur. Calculer :

1° Les intensités dans l'inducteur et dans l'induit ;

2° La puissance mécanique totale fournie par l'induit, et la valeur totale des pertes (hystérésis, courants de Foucault, frottements).

3° Le rendement électrique et le rendement industriel du moteur.

Solution. — 1° Le courant dans l'inducteur est :

$$i = \frac{U}{R} = \frac{225}{150} = 1{,}5 \text{ A.}$$

Le courant dans l'induit est : $I = 50 - 1{,}5 = 48{,}5$ A.

2° La force contre-électromotrice de l'induit est :

$$E' = U - r\,I = 225 - 0{,}25 \times 48{,}5 = 212{,}87 \text{ V} \simeq 213 \text{ V.}$$

L'induit fournit une puissance mécanique totale :

$$E'\,I = 212{,}87 \times 48{,}5 \approx 10\,300 \text{ W.}$$

La puissance utile étant de 9 500 W, les pertes représentent un total de : 10 300 — 9 500 = 800 W.

3° La puissance électrique totale consommée est :

$$P_i = U\,I = 225 \times 50 = 11\,250 \text{ W.}$$

Rendement électrique :

$$\frac{10\,300}{11\,250} = 0{,}916 \text{ ou } 91{,}6\ \%.$$

Rendement industriel :

$$\frac{9\,500}{11\,250} = 0{,}844 \text{ ou } 84{,}4\ \%.$$

14-14. Pour un moteur série, les valeurs nominales données sont : $U = 460$ V P utile = 50 Ch. Les mesures des rendements à charge nominale ont donné 80 % pour le rendement industriel, et 90 % pour le rendement électrique. Trouver dans ces conditions :

1° La puissance électrique consommée et l'intensité du courant ;

2° La résistance totale de l'induit et de l'inducteur ;

3° La force contre-électromotrice de l'induit :

Solution. — 1° Le moteur fournit une puissance utile de 50 Ch ou 736 × 50 = 36 800 W avec un rendement industriel de 80 %. Il consomme donc une puissance électrique :

$$P = \frac{36\,800}{0{,}8} = 46\,000 \text{ W.}$$

Or $P = U\,I$. Donc :

$$I = \frac{P}{U} = \frac{46\,000}{460} = 100 \text{ A}.$$

2° Le rendement électrique étant de 90 %, les pertes électriques par effet Joule dans les deux enroulements représentent 10 % de la puissance électrique consommée, soit 4 600 W $= (r + r')\,I^2$.

D'où :

$$r + r' = \frac{4\,600}{10\,000} = 0{,}46\ \Omega.$$

3° La formule $U = E' + (r + r')\,I$ donne $E' = U - (r + r')\,I = 460 - 46 = 414$ V.

14-15. Les valeurs nominales indiquées pour un moteur shunt dont $U = 220$ V et $I = 21$ A. On le couple avec une dynamo, dont on règle le débit dans un circuit extérieur de sorte que le courant traversant le moteur soit de 21 A pour une tension à ses bornes égale à 220 V. On mesure alors sa vitesse, qui est de 1 410 tr/mn.

1° Connaissant d'autre part les résistances à chaud : 176 Ω pour l'inducteur et 0,40 Ω pour l'induit, calculer dans les conditions précédentes : la puissance électrique totale consommée par le moteur, l'intensité des courants dans l'inducteur et dans l'induit, la F.C.E.M. de l'induit, les pertes joule dans les enroulements.

2° On découple les deux machines, et on réalise un essai à vide du moteur, à excitation indépendante, en appliquant à l'induit seul une tension déterminée par tâtonnements, de façon qu'à la vitesse de 1 410 tr/mn (obtenue par réglage de l'excitation), la F.C.E.M. de l'induit ait la même valeur que précédemment. Dans ces conditions, le courant dans l'induit seul est égal à 1,45 A. En déduire la valeur des pertes constantes du moteur.

3° De tous les renseignements précédents, déduire, pour les conditions nominales indiquées, la puissance utile et le couple moteur utile, ainsi que le rendement industriel du moteur shunt.

Solution. — 1° L'application des formules donne :

— puissance électrique totale consommée :

$$U\,I = 220 \times 21 = 4\,620 \text{ W};$$

— courant dans l'inducteur :

$$i = \frac{U}{R} = \frac{220}{176} = 1{,}25 \text{ A};$$

— courant dans l'induit :

$$I = 21 - 1{,}25 = 19{,}75 \text{ A} \sim 19{,}8 \text{ A};$$

— F.C.E.M. de l'induit :

$$E' = U - r\,I = 220 - 0{,}4 \times 19{,}75 = 212 \text{ V};$$

— pertes Joule inducteur :

$$R\,i^2 = U\,i = 220 \times 1{,}25 = 275 \text{ W};$$

— pertes Joule induit :

$$r\,I^2 = 0{,}4 \times 19{,}75^2 = 156 \text{ W}.$$

2° Pour que la F.C.E.M. soit de 212,1 V dans l'essai à vide, l'induit étant traversé par $I_v = 1{,}45$ A, il a fallu régler la tension aux bornes de l'induit à $U_v = E' + r\,I_v = 212{,}1 + 0{,}4 \times 1{,}45 = 212{,}7$ V. (On voit qu'il serait aussi valable de faire $U_v = E'$ pour l'essai à vide). L'induit consomme alors une puissance électrique totale $U_v\,I_v = 212{,}7 \times 1{,}45 = 308$ W, dont $0{,}4 \times 1{,}45^2 \approx 0{,}8$ W par effet Joule. Sans grande erreur on peut dire que la puissance consommée par l'induit à vide représente les *pertes constantes à la vitesse nominale* (elles ne dépendent que de la vitesse et du flux Φ, qui est le même dans les deux essais puisque E' est le même).

3° On peut maintenant calculer pour l'essai en charge normale :

— le total des pertes :

$$308 + 275 + 156 = 739 \text{ W};$$

— la puissance utile :

$$4\,620 - 739 = 3\,881 \text{ W} \simeq 3\,890 \text{ W};$$

— le moment du couple utile :

$$\frac{P_u}{\omega} = \frac{3\,881 \times 60}{2\pi \times 1\,410} = 29{,}7 \text{ m N}$$

— le rendement industriel :

$$\frac{3\,881}{4\,620} = 0{,}84 \text{ ou } 84\ \%$$

14-16. Un moteur shunt est alimenté sous une tension constante $U = 100$ V L'induit a une résistance $r = 2\ \Omega$. On désigne par P la puissance mécanique totale fournie par l'induit et par E' la F.C.E.M. (qui varie comme la vitesse, le flux restant constant et la réaction magnétique d'induit négligeable).

1° Déterminer en fonction de P l'intensité I du courant dans l'induit. Discuter.

2° Calculer les valeurs de I pour P maximal, pour $P = 800$ W, pour $P = 0$

3° Tracer la courte $P = f(I)$ Interpréter.

4° Tracer la courbe $E' = g(I)$. Sachant qu'à vide ($P = 0$), la vitesse est de 1 500 tr/mn, calculer la vitesse pour P maximal et pour $P = 800$ W.

5° Tracer en fonction de I les courbes représentatives de la puissance électrique consommée par l'induit et du rendement électrique de l'induit seul.

Solution. — 1° De la formule $U = E' + r\,I$ valable pour l'induit, on tire : $U\,I = E'\,I + r\,I^2$, soit en remplaçant $E'\,I$ par P et r et U par leur valeur numérique :

$$100\,I = P + 2\,I^2 \qquad \text{ou} \qquad 2\,I^2 - 100\,I + P = 0.$$

Cette équation du deuxième degré n'admet de solutions réelles distinctes que si son discriminant est positif, soit $2\,500 - 2\,P > 0$ ou $P < 1\,250$ W.

Si $P = 1\,250$ W, l'équation admet une racine double.

Si $P < 1\,250$ W, les deux racines sont positives.

2° Valeurs de l'intensité I :

— pour $P_{max} = 1\,250$ W,

$$I = \frac{50}{2} = 25 \text{ A}$$

— pour $P = 800$ W,

$$I = \frac{50 \pm \sqrt{900}}{2} \begin{cases} \rightarrow 40 \text{ A} \\ \rightarrow 10 \text{ A} \end{cases}$$

— pour $P = 0$,

$$I = \frac{50 \pm 50}{2} - \begin{cases} \rightarrow 0 \\ \rightarrow 50 \text{ A.} \end{cases}$$

3° La courbe $P = -2I^2 + 100I$ est un arc de parabole, passant par les points ($I = 0$; $P = 0$) et ($I = 50$; $P = 0$), de sommet ($I = 25$; $P = 1\,250$). Elle passe également par les points ($I = 10$; $P = 800$) et ($I = 40$; $P = 800$).

Elle admet comme tangente à l'origine la droite d'équation $P = 100I$ (soit $P = UI$) qui représente la puissance électrique totale consommée par l'induit. Pour une même valeur de I, l'écart entre les deux fonctions est le produit rI^2, soit $2I^2$.

4° La F.C.E.M. de l'induit est donnée par la formule $E' = U - rI$. L'équation de la courbe est donc $E = 100 - 2I$ (droite passant par les points ($I = 0$; $E' = 100$) et ($E' = 0$; $I = 50$).

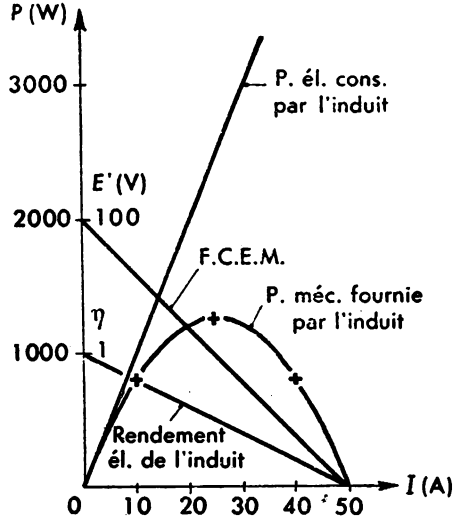


FIG. 14-20.

La vitesse de l'induit et la F.C.E.M. sont proportionnelles :

— pour $P = 0$, $I = 0$, $E' = 100$, vitesse 1 500 tr/mn ;

— pour $P = 1\,250$, $I = 25$, $E' = \frac{1\,250}{25} = 50$, vitesse 750 tr/mn ;

— pour $P = 800$, $I' = 10$, $E' = \frac{800}{10} = 80$, vitesse :

$$\frac{1\,500 \times 80}{100} = 1\,200 \text{ tr/mn,}$$

$I'' = 40$, $E' = \dfrac{800}{40} = 20$, vitesse :

$$\frac{1\,500 \times 20}{100} = 300 \text{ tr/mn.}$$

5° La puissance électrique totale consommée par l'induit est $P_{el} = U\,I$ ou $P_{el} = 100\,I$ (droite tangente à l'origine à la parabole P).

Le rendement électrique de l'induit est :

$$\eta = \frac{E'\,I}{U\,I} = \frac{E'}{U}$$

soit :

$$\eta = \frac{U - r\,I}{U} = 1 - \frac{r}{U}\,I \left(\text{en valeurs numériques : } \eta = 1 - \frac{I}{50}\right).$$

La droite représentative passe par les points ($\eta = 0$; $I = 50$ A) et ($I = 0$; $\eta = 1$).

Voir les courbes en figure *14-20.*

Remarque. — Les régimes de fonctionnement qui correspondent à des courants situés entre 25 et 50 A sont instables, c'est le cas du régime 40 A ; 300 tr/mn ; $E' = 20$ V.

14-17. Entre les bornes d'un secteur à courant continu fournissant une tension constante de 110 V, on monte en série un fil de résistance $R = 10\ \Omega$ plongé dans un calorimètre, et un petit moteur série de résistance totale r inconnue.

1° On empêche le moteur de tourner ; sachant que la quantité de chaleur dégagée par minute dans le calorimètre est de 3 600 calories, calculer l'intensité du courant. Calculer la résistance r du moteur, et la différence de potentiel actuelle entre ses bornes.

2° On laisse maintenant le moteur tourner et on recueille une certaine puissance sur son arbre. Sachant que la quantité de chaleur dégagée par minute dans le calorimètre est maintenant de 144 calories, calculer l'intensité du courant, la F.C.E.M. du moteur, la différence de potentiel entre ses bornes et la puissance mécanique totale qu'il produit.

Réponses : 1° $I = 5$ A ; $(E' = 0)$; $r = 12\ \Omega$; $U = 60$ V ;
2° $I = 1$ A ; $E' = 88$ V ; $U = 100$ V ; $P = 88$ W.

14-18. Un induit de dynamo bipolaire comporte 216 conducteurs actifs sur une carcasse de diamètre 12 cm, de longueur utile 20 cm. Le courant amené aux balais est de 10 A. L'induction, radiale dans les entrefers, y a un module constant de 1,2 tesla.

1° Calculer le moment du couple moteur dû à un seul conducteur placé dans l'un des entrefers ;

2° Sachant que un tiers des conducteurs actifs se trouvent à tout instant sous chacun des deux pôles, calculer le moment du couple moteur ;

3° Si dans ces conditions l'induit tourne à 1 800 tr/mn, quelle est la puissance mécanique fournie par l'induit?

Réponses : 0,072 m. N ; 10,4 m. N ; 1 950 W.

14-19. Dans l'exercice précédent, vérifier qu'il apparaît dans chaque conducteur coupant les lignes d'induction une F.E.M. induite de sens contraire au courant. En appliquant la formule de l'induction $E = Blv$, déterminer la F.E.M. induite dans un conducteur soumis à l'induction B et en déduire la F.C.E.M. de l'induit et la puissance mécanique qu'il fournit.

Réponses : $v = 3{,}6\ \pi$ (m/s), $e = 2{,}71$ V par conducteur ;
$E' = 195$ V $\qquad P = 1\ 950$ W.

14-20. Au départ d'une ligne on dispose d'une tension continue de 222 V constante. A l'autre extrémité cette ligne alimente un moteur shunt.

a) **A vide, il tourne à 1 600 tr/mn en absorbant 3 A sous 220 V ;**

b) **En charge il absorbe 21 A.**

On demande pour l'essai en charge :

1° La tension aux bornes du moteur ;

2° La vitesse de rotation.

(R inducteur = 200 Ω ; r induit = 0,8 Ω ; le flux sera supposé constant, le circuit magnétique étant saturé).

Réponses : 208 V ; 1 405 tr/mn.

14-21. On donne pour un moteur shunt : R inducteur = 150 Ω ; r induit = 0,8 Ω ; $N = 600$ conducteurs actifs ; $U = 120$ V ; $I_t = 6{,}8$ A ; vitesse 2 400 tr/mn ; pertes constantes = 80 W. Dans ces conditions, déterminer le courant inducteur, le courant dans l'induit, la F.C.E.M., le flux inducteur, la puissance mécanique totale fournie par l'induit, la puissance utile et le moment du couple utile.

Réponses : 0,3 A ; 6 A ; 115 V ; 0,004 8 Wb ; 691 W ; 611 W ; 2,43 m N.

QUATRIÈME PARTIE

MACHINES
A COURANT ALTERNATIF

CHAPITRE 15

COURANT ET TENSION ALTERNATIFS

Généralités

La distribution de l'énergie électrique mise à la disposition des consommateurs se fait en courant alternatif « sinusoïdal ».

Définitions. — Un courant alternatif sinusoïdal est un courant dont la variation suit une loi sinusoïdale du temps (*fig. 15-1*).

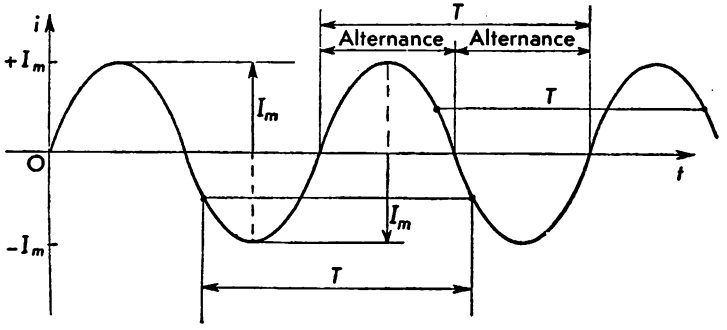


FIG. 15-1.

On voit qu'il est successivement nul, croissant, maximal, décroissant, puis nul ; de nouveau, croissant, maximal, décroissant et nul mais en sens contraire. La *valeur instantanée* de ce courant variable est définie par la fonction :

$$i = I_m \sin \omega t.$$

La *valeur maximale* I_m s'exprime en ampères.

La *période* T est la durée qui sépare deux valeurs consécutives algébriquement égales, et variant dans le même sens, de la fonction i. Elle s'exprime en secondes.

La *fréquence* f est le nombre de périodes par seconde. Elle est donc liée à la période par :

$$f = \frac{1}{T}$$

Hz s

Elle s'exprime en hertz (Hz).

$Om = OM \sin \omega t$
$i = Im \sin \omega t$
$OM = Im$

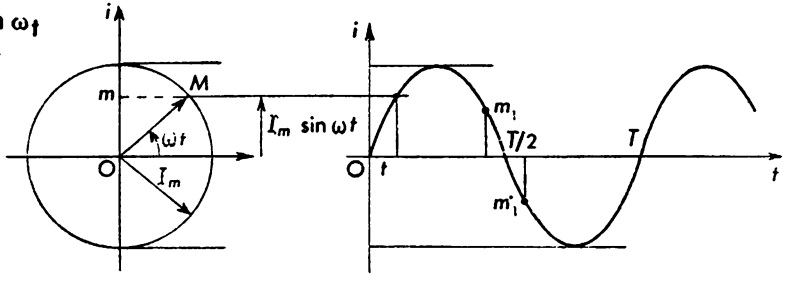


FIG. 15-2.

La *pulsation* ω (en radians par seconde) est la vitesse angulaire du mouvement circulaire uniforme d'un vecteur $\overrightarrow{OM}$ dont la projection fournit la fonction représentative du courant *(fig. 15-2)*.

$$OM = I_m \qquad \overline{Om} = OM \sin \omega t$$
$$i = I_m \sin \omega t$$

On en tire immédiatement que :

1° le temps nécessaire au point M pour faire un tour est $2\pi/\omega$. On sait que ce temps est une période T :

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

s rd/s

2° le mobile M accomplit N tr/s, sa fréquence de rotation est donc N ; il balaie 2π radians à chaque tour soit $2\pi N$ radians chaque seconde

$$\omega = 2\pi N$$

rd/s tr/s

soit pour le courant correspondant

$$\omega = 2\pi f$$

rd/s Hz

De la connaissance de l'*une quelconque* des trois grandeurs : *période, fréquence, pulsation*, on déduit les deux autres.

Le courant peut donc s'écrire :

$$i = I_m \sin \omega t = I_m \sin 2\pi f t = I_m \sin 2\pi \frac{t}{T}$$

Exemple numérique. — La fréquence des courants des réseaux européens est 50 Hz. Calculer période et pulsation.

$$f = 50 \text{ Hz} ;$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} \text{ s} = \frac{2}{100} \text{ s} ;$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 50 = 100\pi = 314 \text{ rd/s}.$$

Propriétés des grandeurs sinusoïdales.

1° Les courants sinusoïdaux (qui seront les seuls courants alternatifs dont il sera question ici) proviennent de tensions sinusoïdales. Les uns et les autres se représentent par des fonctions sinusoïdales, par exemple :

$$y = Y_m \sin \omega t$$

y, valeur instantanée du courant i ou de la tension u ;

Y_m, valeur maximale du courant I_m ou de la tension U_m.

La *valeur moyenne algébrique* d'une *telle fonction est* 0 (pendant un nombre entier de périodes) comme le montre l'association deux par deux de ses valeurs (*fig. 15-2*) m_1 et m'_1.

2° La *valeur moyenne au cours d'une alternance* est :

$$y_{moy} = Y_m \times \frac{2}{\pi}$$

(pendant une *alternance*, la fonction garde un *signe constant*).

On a vu que *courant et tension* interviennent par leurs carrés (chap. 4) dans le calcul de la puissance thermique et de l'effet électrodynamique ; on est amené à calculer le courant (ou la tension) continu qui aurait le même effet qu'un courant (ou une tension) sinusoïdal. Ceux-ci s'appellent *courant* ou *tension efficace*. On montre que :

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \qquad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

3° *Différence de phase, fonctions déphasées.*

Deux courants, deux tensions ou même un *courant et une tension* de même fréquence peuvent ne pas être *maximaux simultanément.*

Les deux vecturs $\overrightarrow{OM_1}$ et $\overrightarrow{OM_2}$ animés du même mouvement circulaire uniforme présentent un décalage φ et les grandeurs y_1 et y_2 correspondantes un *déphasage* φ *(fig. 15-3).*

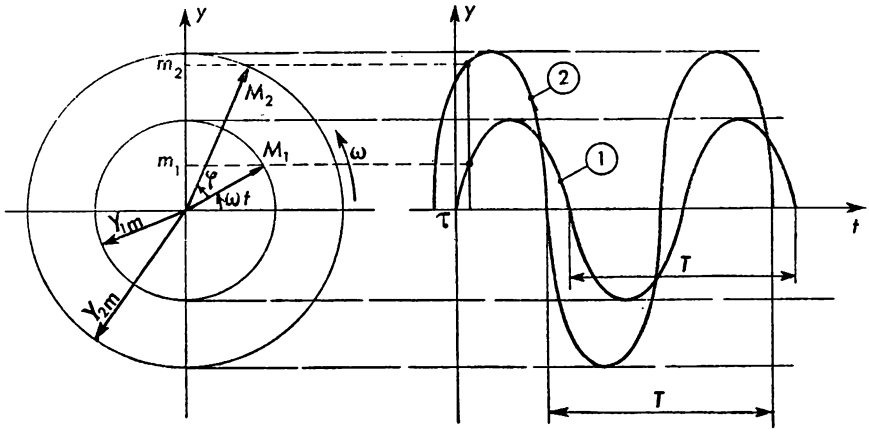


FIG. 15-3.

La fonction 2 a même période T (donc même pulsation, même fréquence) que la fonction 1, mais elle est en *avance de phase* φ par rapport à 1.

y_1 s'écrit : $y_1 = Y_{1m} \sin \omega t$,

y_2 s'écrit : $y_2 = Y_{2m} \sin (\omega t + \varphi)$.

La fonction 2 présente une avance dans le temps par rapport à 1. Sa valeur est nulle à l'instant $-\tau$, il vient donc :

$$y_2(-\tau) = 0 = Y_{2m} \sin [\omega(-\tau) + \varphi] \; ; \; \omega(-\tau) + \varphi = 0$$

$$\text{s} \quad \boxed{\tau = \frac{\varphi}{\omega}} \quad \begin{matrix} \text{rd} \\ \text{rd/s} \end{matrix}$$

4° *Somme de deux fonctions sinusoïdales. — Méthode de Fresnel.*

On aura souvent besoin de faire la somme de deux ou plusieurs courants ou tensions sinusoïdaux, d'une manière générale de deux grandeurs sinusoïdales, par exemple les *deux grandeurs sinusoïdales précédentes.*

— Les calculs trigonométriques ou les tracés par points des fonctions sont laborieux : On doit à FRESNEL une méthode qui sera exploitée dans toute la suite de ce chapitre.

— Soit à chercher la somme des deux grandeurs y_1 et y_2 précédentes :

$$y = y_1 + y_2 = Y_{1m} \sin \omega t + Y_{2m} \sin (\omega t + \varphi).$$

Observons sur la figure *15-4a* que $\overline{Om_1} = y_1$, $\overline{Om_2} = y_2$ et soit $\overrightarrow{M_2M}$ équipollent à $\overrightarrow{OM_1}$: $\overline{m_2m} = y_1$ car les deux vecteurs $\overrightarrow{OM_1}$ et $\overrightarrow{M_2M}$ ont mêmes projections sur $y'y$.

Donc : $\overline{Om} = \overline{Om_2} + \overline{m_2m} = y_2 + y_1$, ou $\overline{Om} = y$.

Les points M_1 M_2 tournent à la vitesse angulaire ω mais le parallélogramme OM_1MM_2 ne se déforme pas. Le point M décrit donc lui aussi une circonférence de centre O, de rayon OM. Le point m est donc animé d'un mouvement sinusoïdal sur $y'y$, d'*amplitude* OM, de pulsation ω, de phase Φ.

Seuls les éléments non déformables de la figure sont à retenir. On peut

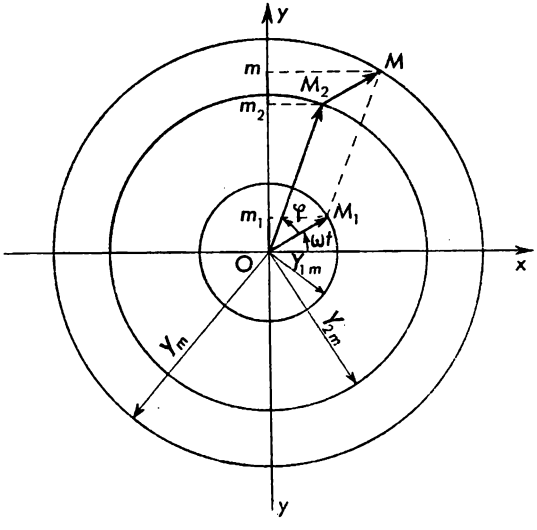


FIG. 15-4*a*.

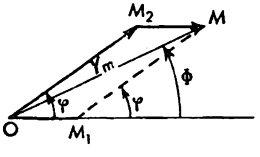


FIG. 15-4*b*.

les considérer à un instant quelconque, en particulier à l'instant 0 ; la figure devient *15-4b* sur laquelle apparaissent :

— la *valeur maximale* $OM = Y_m$ de la fonction somme,

— la *phase* $\Phi = (\overrightarrow{OM_1}, \overrightarrow{OM})$ de la *même fonction.*

On peut même oublier toutes les considérations ci-dessus et réduire dans le rapport $1/\sqrt{2}$ la figure *15-4b* qui est relative *alors aux valeurs efficaces* des grandeurs sinusoïdales mises en œuvre.

REMARQUE : A propos d'une grandeur sinusoïdale (courant ou tension) il peut donc être question de :

— sa *valeur instantanée* (petite lettre) i ou u ;

— sa *valeur maximale* (majuscule affectée de l'indice $_m$) I_m ou U_m ;

— sa *valeur efficace* (majuscule sans indice) I ou U ;

— sa *valeur moyenne algébrique* (majuscule affectée de $_{moy}$) I_{moy} ou U_{moy} ;

— sa *représentation vectorielle* en valeur maximale ou efficace : $\overrightarrow{I_m}$ ou $\overrightarrow{U_m}$, $\vec{I}$ ou $\vec{U}$.

Il importe de prêter la plus grande *attention à l'écriture.*

Propriétés des courants alternatifs.

Les lois de Faraday, d'Ohm, de Pouillet, de Laplace trouvées *en courant continu* demeurent *valables* mais en **valeurs instantanées** : il faut les écrire en valeurs instantanées.

Conséquences :

— Les *phénomènes d'électrolyse* changent à chaque alternance, celles de ces électrolyses qui aboutissent à la décomposition de l'eau donnent lieu à apparition d'hydrogène et d'oxygène sur chacune des électrodes ;

— Le *phénomène calorifique* qui dépend du carré du courant a lieu identiquement à chaque alternance ; son étude quantitative précisera la notion de valeur efficace.

— Les *phénomènes électromagnétiques* qui dépendent du sens du courant donneront lieu à des *inductions* ou à des *forces alternatives* dont le plus souvent seules les valeurs moyennes algébriques *seront intéressantes* ;

— *Mesure de la puissance.* Le wattmètre, on l'a vu (chapitre 11) a son équipage mobile sollicité à tout instant par un moment proportionnel au produit $u\,i$, donc à la *puissance instantanée.* A cause de son inertie il indique donc la *valeur moyenne algébrique de cette puissance.*

Applications

15-1. La fréquence des réseaux d'énergie américains est 60 Hz.

— Certains réseaux ont fonctionné à la fréquence 16 2/3 Hz.

— L'aéronautique utilise des alternateurs 400 périodes par seconde.

Quelles sont les pulsations de ces différents courants.

Réponses : 377 rd/s, 105 rd/s, 2 512 rd/s.

15-2. Quelle est la période en μs d'une tension de fréquence 2 MHz.

Réponse : 0,5 μs.

15-3. Quelles sont la période et la pulsation de l'émetteur radiophonique français (Allouis) f = 164 kHz.

Réponses : 6,1 μs ; 1 030 000 rd/s.

15-4. Quelle est la valeur moyenne au cours d'une demi période d'un courant sinusoïdal de valeur maximale 0,314 A?

Réponse : 200 mA.

15-5. En adoptant 1 cm par A et 1 cm par ms, tracer la sinusoïde représentative du courant sinusoïdal de fréquence 50 Hz de valeur efficace 5 A. A l'instant t = O, i = O.

15-6. Par le calcul et en vérifiant sur la courbe précédente (15-5), quelles sont les valeurs du courant précédent aux instants 0,0 025 s ; 0,005 s ; 0,01 s ; 0,015 s ; 0,02 s.

Réponses : 5 A ; 7,07 A ; 0 A ; — 7,07 A ; 0 A.

15-7. Quelle est la valeur maximale de la tension du secteur (50 Hz) de valeur efficace 120 V. Nulle à l'instant 0, quelle est sa valeur à l'instant $t = 2\,843{,}75$ s.

Réponses : 170 V ; 0

15-8. Quelle est l'expression de la valeur moyenne algébrique d'un courant sinusoïdal dont on a supprimé les *alternances* négatives. $I_m = 1{,}256$ A; (*fig. 15-5*) **Que vaut** I_{moy} **?** (*fig. 15-6*)

Réponses : 400 mA.

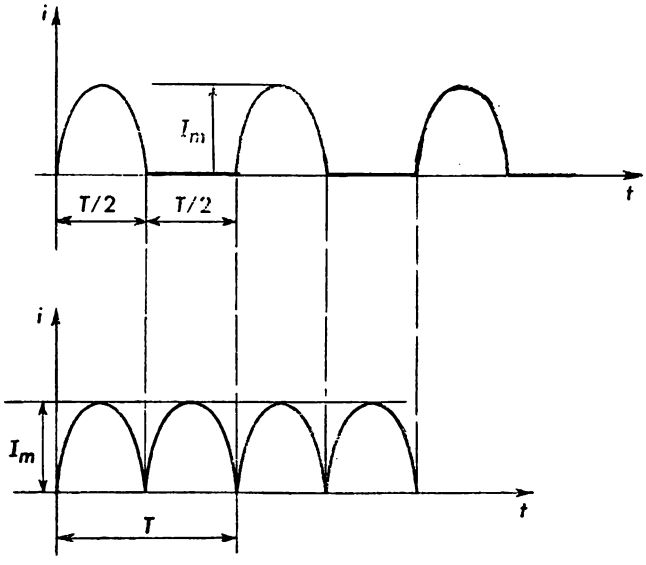


FIG. 15-5. et FIG. 15-6.

15-9. Quelle est l'expression de la *valeur moyenne algébrique* d'un courant sinusoïdal dont on a « redressé » l'alternance négative. $I_m = 1{,}256$ A.

Réponse : $I_{moy} = I_m \times 2/\pi \approx 800$ mA.

15-10. Figurer les vecteurs représentatifs des grandeurs électriques suivantes :

$$i_1 = 7{,}07 \sin \omega t \qquad u_1 = 120\sqrt{2} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$i_2 = 3{,}53 \sin\left(\omega t - \pi/2\right) \qquad u_2 = 120\sqrt{2} \sin\left(\omega t + \pi\right)$$

1 cm pour 1 A ou 20 V.

15-11. Faire la somme des 2 courants précédents.

Faire la somme des tensions précédentes.

Quelles sont les valeurs efficaces du courant et de la tension somme?

15-12. Soient 2 vecteurs tournant à la vitesse anglaise ω : $\vec{Y}_1$ de phase φ_1 ; $\vec{Y}_2$ de phase φ_2.

1° Tracer le vecteur somme $\vec{Y} = \vec{Y}_1 + \vec{Y}_2$ de phase Φ.

2° En appliquant le théorème des projections à cette figure, établir que : $Y \cos \Phi = Y_1 \cos \varphi_1 + Y_2 \cos \varphi_2$; $Y \sin \Phi = Y_1 \sin \varphi_1 + Y_2 \sin \varphi_2$.

3° En déduire que $\operatorname{tg} \Phi = \dfrac{Y_1 \sin \varphi_1 + Y_2 \sin \varphi_2}{Y_1 \cos \varphi_1 + Y_2 \cos \varphi_2}$

et que $Y = \sqrt{Y_1^2 + Y_2^2 + 2\, Y_1\, Y_2 \cos (\varphi_2 - \varphi_1)}$

4° Que deviennent les relations précédentes lorsque $\varphi_1 = 0$?

CHAPITRE 16

COURANTS ET TENSIONS SINUSOÏDAUX DANS LES ÉLÉMENTS DE CIRCUITS

A. — RÉSISTANCE SOUMISE A TENSION SINUSOIDALE

a) *Montage (fig. 16-1).*

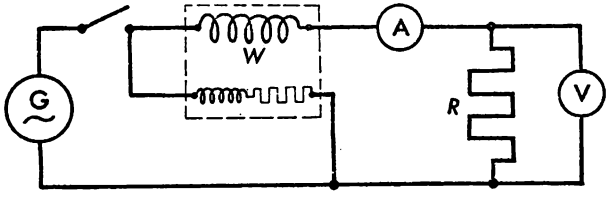


FIG. 16-1.

R représente une résistance pure, non inductive alimentée en courant alternatif. Amperemètre, voltmètre, wattmètre permettent de mesurer courant, tension et puissance du circuit.

b) *Résultats.*

On constate que :

— la puissance indiquée par le wattmètre est égale au produit $U\,I$;
— la tension U est proportionnelle au courant I,
— la fréquence n'intervient pas.

Ces résultats s'expriment par les relations suivantes :

$$\boxed{P = R\,I^2} \quad \begin{matrix}\text{W} & \Omega & \text{A}\end{matrix} \qquad \boxed{U = R\,I} \quad \begin{matrix}\text{V} & \Omega & \text{A}\end{matrix} \qquad \boxed{P = U\,I} \quad \begin{matrix}\text{W} & \text{V} & \text{A}\end{matrix} \qquad \text{W} \; \boxed{P = \frac{U^2}{R}} \; \begin{matrix}\text{V} \\ \Omega\end{matrix}$$

On notera que U, I sont les valeurs efficaces de la tension et du courant. P est la valeur moyenne de la puissance.

Interprétation de ces résultats.

La tension instantanée u est proportionnelle au courant i, donc $u = R\,i$.

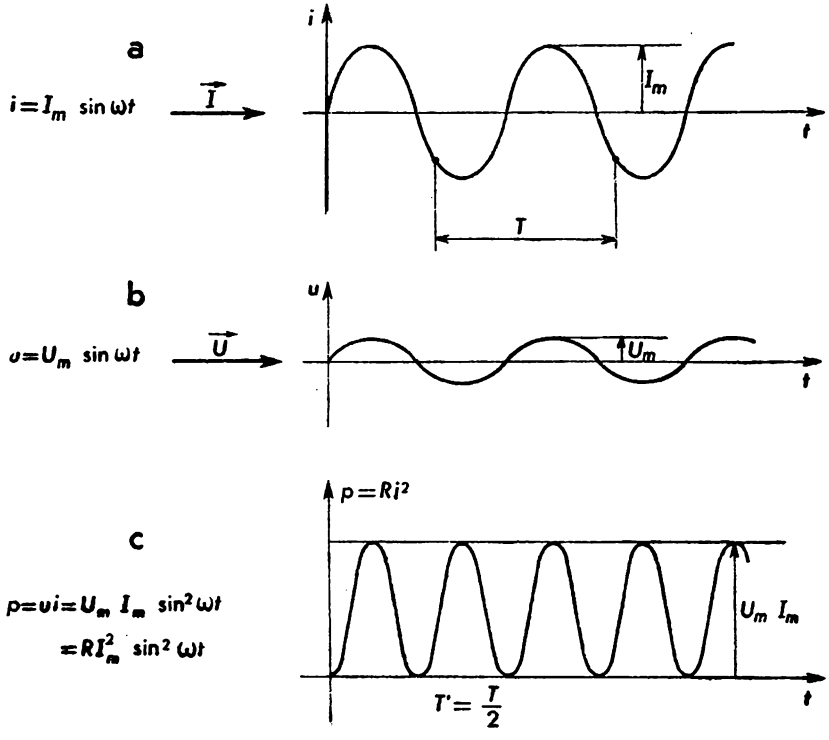


FIG. 16-2.

Les représentations algébriques et vectorielles du courant et de la tension conduisent donc aux figures 16-2*a*, 16-2*b* :

Puissance (*fig. 16-2c*).

La puissance instantanée est à tout instant le produit des termes courant et tension, positive donc puisque u et i sont à tout instant de même signe. $p = U_m I_m \sin^2 \omega t = R I_m^2 \sin^2 \omega t$, cette courbe est *sinusoïdale aussi*, de *fréquence double de la fréquence commune à la tension et au courant* (*fig. 16-2c*).

L'énergie consommée pendant un intervalle de temps Δt_1, est $\Delta W_1 = R i_1^2 \Delta t_1$; pour Δt_2, $\Delta W_2 = R i_2^2 \Delta t_2$ (*fig. 16-3*).

Au cours d'une période T, constituée d'intervalles de temps Δt_1, Δt_2, Δt_n tels que $\Sigma_1^n \Delta t = T$, l'énergie consommée est $W_O^T = R \Sigma_O^T i^2 \Delta t$, or $i^2 \Delta t$ est représentée par l'aire ΔS comprise entre l'axe des temps et la courbe sur un élément de largeur Δt.

L'énergie consommée au cours d'une période est donc le produit $R \times$ Aire $OABCD$. L'égalité des surfaces hachurées qui résulte de la symétrie de la courbe fait apparaître que l'aire cherchée est équivalente à celle du rectangle $OBMN$,

soit $W = R \frac{Im^2}{2} T$, la puissance moyenne est donc $P = \frac{W}{T} = R \frac{Im^2}{2}$.

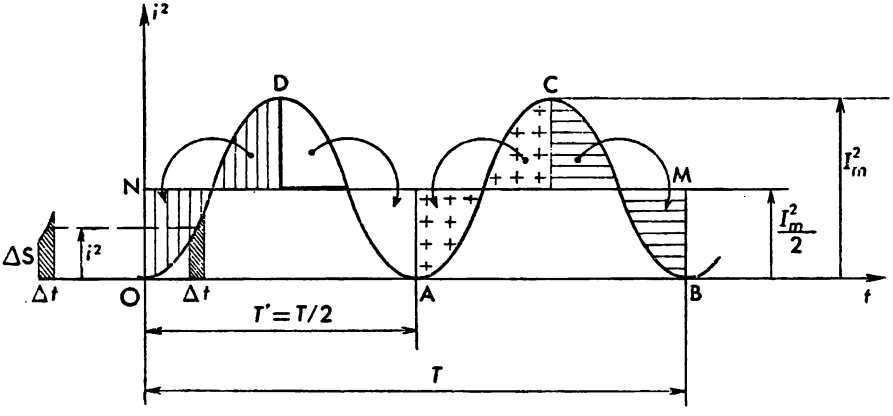


FIG. 16-3.

Le courant continu I qui, dans la même résistance, apporterait la même puissance satisferait la relation $P = R I^2$, donc :

$$I^2 = \frac{I_m^2}{2} \qquad \boxed{I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}}$$

On lui donne le nom de *valeur efficace.*

Exemple numérique.

Une résistance de 1 200 Ω est soumise à une tension sinusoïdale de valeur efficace 120 V.

1° Quelle est la valeur efficace du courant qui la traverse ?

2° Quelle puissance consomme-t-elle ?

3° Quelle est la valeur maximale du courant ?

$$I = \frac{U}{R} = \frac{120}{1\,200} = 0{,}1 \text{ A};$$

$$P = \frac{U^2}{R} = \frac{120 \times 120}{1\,200} = \frac{1}{10} \times 120 = 12 \text{ W}$$

$$I_m = I\sqrt{2} = 0{,}1\sqrt{2} = 0{,}141 \text{ A}.$$

Applications

16-A-1. Dans les installations à courant alternatif sinusoïdal les fusibles doivent-ils être prévus pour la valeur efficace ou pour la valeur maximale du courant ?

Réponse : (efficace)

16-A-2. Un ampèremètre thermique indique-t-il la valeur efficace, la valeur maximale ou encore une autre valeur du courant alternatif ?

Réponse : (efficace)

16-A-3. L'isolement des différentes parties d'installation doit-il être prévu pour la valeur maximale ou pour la valeur efficace des tensions sinusoïdales ?

Réponse : (maximale)

16-A-4. On peut mesurer la sensibilité d'un oscilloscope en appliquant aux plaques de déflexion verticale une tension sinusoïdale mesurée par un voltmètre

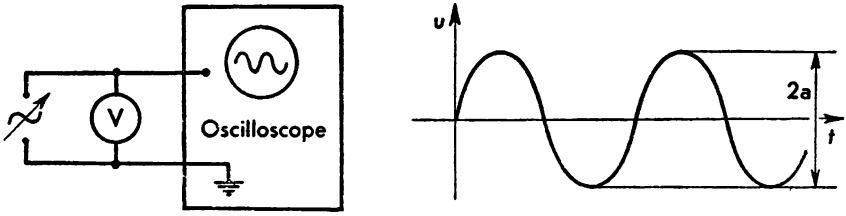


FIG. 16-4.

de l'un des types traditionnels. On mesure sur l'écran la hauteur $2a$ de l'oscillogramme obtenu (*fig. 16-4*). On lit sur le voltmètre la tension U.

Quelle est l'expression de la sensibilité de cet oscilloscope ?

Application. $2a = 80$ mm ; $U = 0{,}8$ V.

$$\text{Réponse : } \sigma = \frac{2a}{2U\sqrt{2}} = 0{,}035 \text{ m/V.}$$

16-A-5. Une lampe de 75 W est alimentée sous 120 V. Quelles sont :

a) **Sa résistance ;**
b) **La valeur efficace du courant qui la traverse ;**
c) **La valeur maximale de la tension ;**
d) **L'énergie qu'elle consomme en 2 h.**

16-A-6. En considérant les courants représentés dans les figures 15-5 et 15-6, établir les courbes représentatives des carrés (i^2 en fonction du temps), et en déduire la valeur efficace de ces deux courants.

B. — INDUCTANCE SOUMISE A TENSION SINUSOIDALE

Expérience.

a) *Montage (fig. 16-5).*

L représente une bobine, sans fer, pratiquement sans résistance, alimentée en courant alternatif, de fréquence variable. Ampèremètre, voltmètre, wattmètre permettent de mesurer courant, tension et puissance du circuit.

b) *Résultats.*

On constate que :

— l'indication du wattmètre demeure 0 ;

— le quotient U/I est constant à fréquence constante ;

— la tension U est, à courant constant, proportionnelle à la fréquence ;

— à courant et fréquence constants, la tension est proportionnelle au coefficient d'auto-induction.

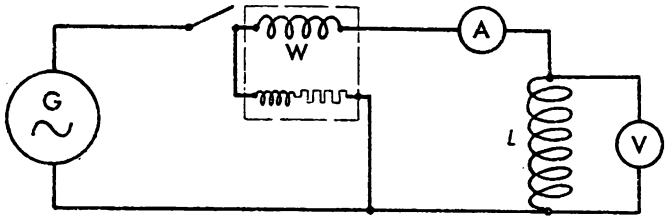


FIG. 16-5.

Ces résultats s'expriment par les relations suivantes :

W $\boxed{P = 0}$

V
A $\boxed{\dfrac{U}{I} = L\,\omega}$

H rd/s

La quantité $L\,\omega$, quotient d'une tension par un courant, *s'exprime en ohms*, on l'appelle la *réactance*, elle *dépend de la pulsation.*

Interprétation de ces résultats.

En continu $U = E' + R\,I$, ici à un instant donné $u = e' + R\,i$, la résistance du circuit étant nulle la tension u instantanée est égale à la F.C.E.M.

$$e' = -e = -\left(-L\frac{di}{dt}\right) ; \quad e' = L\frac{di}{dt} \qquad u = L\frac{di}{dt}$$

$$i = I_m \sin \omega t \qquad \frac{di}{dt} = \omega I_m \cos \omega t$$

$$u = L \frac{di}{dt} = L \omega I_m \cos \omega t = L \omega I_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = U_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

d'où :

$$\boxed{U_m = L \omega I_m} \qquad \boxed{U = L \omega I}$$

Dans *une inductance pure la tension est en quadrature avance par rapport à l'intensité.*

Les représentations vectorielles et algébriques conduisent aux figures 16-6.

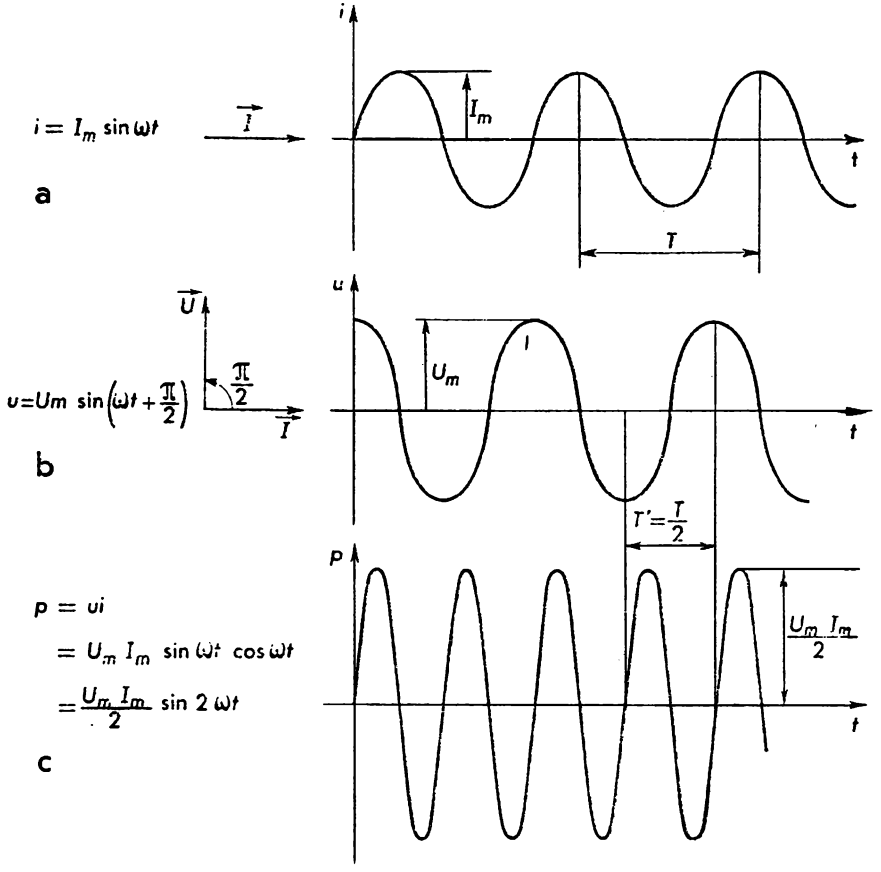


FIG. 16-6.

Puissance.

La *puissance instantanée* est, à tout instant, le produit des termes courant et tension, elle est donc *positive* lorsque u et i sont de même signe,

négative lorsque u et i sont de signes contraires, *nulle* lorsque l'une *ou* l'autre sont nulles. La courbe de puissance est *sinusoïdale*, de fréquence double de la fréquence commune à *la tension et au courant.*

La valeur moyenne de cette fonction sinusoïdale est 0. On comprend donc l'indication du wattmètre.

Exemple numérique. — Quel doit être le coefficient d'autoinduction d'une bobine alimentée sous tension sinusoïdale de valeur 10 V pour que à la pulsation 1 000 rd/s le courant soit 10 m A

$$L = \frac{U}{\omega I} = \frac{10}{10^3 \times 10 \times 10^{-3}} = 1 \text{ Henry.}$$

Applications

16-B-1. Une inductance de 0,1 H est soumise à une tension sinusoïdale de pulsation 500 rd/s, de valeur efficace 20 V.

— Quel est le courant qui la traverse ?

— Quelle est la puissance qu'elle consomme ?

— Quel serait le courant si la fréquence était portée à 80 000 Hz ?

Réponses : $I = 0{,}4$ A ; $P = 0$; $I_s = 0{,}4$ mA

(la fréquence du premier cas était 80 Hz).

Conclusion. — Les inductances « étouffent » les courants de grandes fréquences.

16-B-2. Une inductance de 0,5 H soumise à tension sinusoïdale de valeur efficace 30 V est traversée par un courant de 0,1 A.

Quelles sont les pulsations du courant, de la tension et de la puissance échangée ?

Réponses : $\omega = 600$ rd/s $\qquad \omega_p = 1\,200$ rd/s

16-B-3. Une inductance est soumise à une tension sinusoïdale à la fréquence 50 Hz, le courant est 100 mA. Sous la même tension mais à fréquence différente la valeur efficace du courant devient 10 mA. Quelle est cette fréquence ?

Réponse : $f = 500$ Hz

16-B-4. A la fréquence 50 Hz on constate que le courant dans une bobine est 4 A lorsque la tension d'alimentation est 126 V (126 ≈ 125,6). Quel est le coefficient d'auto-induction ?

Réponse : $L = 0{,}1$ H

16-B-5. A la fréquence 2 MHz quelle est la tension capable d'assurer un courant de 3 μA, dans une inductance de 2 mH.

Réponse : $U = 75$ mV

C. — CAPACITÉ SOUMISE A TENSION SINUSOIDALE

Expérience.

a) *Montage (fig. 16-7).*

C représente une capacité. Ampèremètre, voltmètre, wattmètre permettent de mesurer courant, tension, puissance.

b) *Résultats.*

On constate que :

— l'indication du wattmètre demeure 0 ;

— le quotient U/I est constant, à fréquence constante.

— la tension U est à courant constant *inversement proportionnelle* à la fréquence ;

— à tension et fréquence constantes, le courant est proportionnel à la capacité.

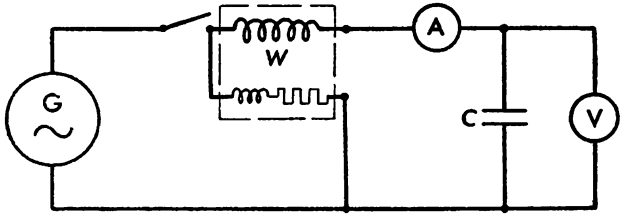


Fig. 16-7.

Ces résultats s'expriment par les relations suivantes :

$$\boxed{P = 0} \quad \text{W} \qquad \boxed{I = U\,C\,\omega} \quad \text{A V F rd/s} \qquad \text{ou} \qquad \begin{matrix} \text{V} \\ \text{A} \end{matrix} \boxed{\frac{U}{I} = \frac{1}{C\,\omega}} \quad \text{F rd/s.}$$

La quantité $1/C\,\omega$, quotient d'une tension par un courant, s'exprime en ohms; on l'appelle la *réactance* ; elle dépend de la pulsation.

Interprétation de ces résultats.

On a vu (chap. 13) que la tension instantanée, la charge et la capacité sont liées par la relation $q = Cu$. A une augmentation de la tension correspond un apport de charge, donc un courant positif : $\Delta q = C\,\Delta u$; $\Delta q/\Delta t = C\,\Delta u/\Delta t$ d'où $i = C\,du/dt$.
Si $u = U_m \sin \omega t$; $du/dt = \omega U_m \cos \omega t$; $i = C\,du/dt = C\,\omega\,U_m \cos \omega t$.

$$i = C\,\omega\,U_m \cos \omega t = U_m\,C\,\omega \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = I_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

d'où l'on tire :

$$\boxed{I_m = \frac{U_m}{\frac{1}{C\,\omega}}} \qquad \boxed{\frac{U}{I} = \frac{1}{C\,\omega}} \qquad \boxed{I = U\,C\,\omega}$$

Dans *une capacité pure le courant est en quadrature avance par rapport à la tension ou encore la tension est en quadrature arrière par rapport au courant* : d'où les représentations *algébriques et vectorielles (fig. 16-8).*

Puissance (*fig. 16-8*).

Voir le paragraphe puissance de 16, B.

$$\boxed{P = 0}$$

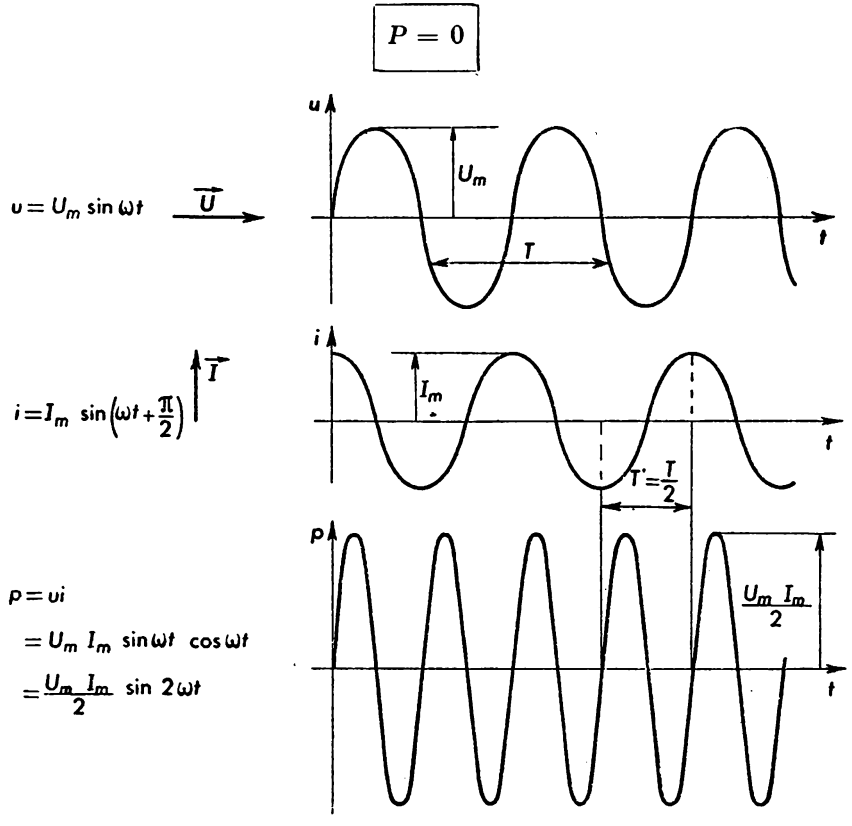


FIG. 16-8.

Exemple numérique. Quel est le courant qui traverse le circuit d'une capacité pure de 0,5 μF soumise à une tension sinusoïdale de valeur efficace 120 V, de fréquence 50 Hz ?

$$I = U\,C\,\omega = 120 \times 0{,}5 \times 10^{-6} \times 10^{2}\,\pi$$
$$= 6\,\pi \times 10^{-3} \approx 19 \times 10^{-3}\,\text{A} = 19\,\text{mA}.$$

Applications

16-C-1. Un condensateur de 2 μF est soumis à une tension sinusoïdale de fréquence 50 Hz de valeur efficace 120 V.

Quel est le courant qui traverse le circuit ?

Réponse : $I = 75$ mA.

16-C-2. Le même condensateur est soumis à une tension de 120 mV mais la pulsation est 314 000 rd/s. Quel est le courant ?

Réponse : $I = 75$ mA.

Le rapprochement de ces deux exercices montre que les capacités se comportent comme des courts-circuits pour les courants de grande fréquence.

16-C-3. Quelle est la capacité qui permet le passage d'un courant de 0,5 A lorsqu'elle est soumise à une tension de 200 V à la fréquence 50 Hz ?

Réponse : 8 μF.

16-C-4. Une capacité est soumise à une tension sinusoïdale de fréquence 50 Hz, le courant dans le circuit est 10 mA.

Sous la même tension à une fréquence différente le courant est 100 mA.

Quelle est cette nouvelle fréquence ?

Réponse : $f_1 = 500$ Hz

16-C-5. Une capacité de 2,5 μF est soumise à une tension sinusoïdale de valeur efficace 10 V ; le courant dans le circuit est 50 mA.

Quelles sont les fréquences de la tension, du courant, de la puissance ?

Réponses : $f = 318$ Hz ; $f_P = 636$ Hz.

16-C-6. A la fréquence 5 MHz quel est le courant dans un circuit offrant une capacité de 2 *p*F lorsque la tension, sinusoïdale, est 40 V ?

Réponse : $I = 2{,}5$ mA.

16-C-7. Deux condensateurs de 10 μF sont associés en parallèle et soumis à une tension sinusoïdale de valeur efficace 120 V. Le courant fourni par la source est 0,48 A. Quelle est la pulsation ?

Réponse : $\omega = 200$ rd/s.

D. — RÉSISTANCE ET INDUCTANCE SOUMISES A TENSION SINUSOIDALE

Expérience.

a) *Montage (fig. 16-9).*

Soient associées en série une résistance R et une inductance L semblables à celles des paragraphes précédents.

b) *Résultats.*

On constate que :

— l'indication du wattmètre n'*est pas nulle* ;

— le quotient U/I est constant (à fréquence constante) ;

— à courant constant, la tension augmente avec la fréquence sans lui être proportionnelle ;

— la tension totale U_t est inférieure à la somme des tensions partielles U_R et U_L.

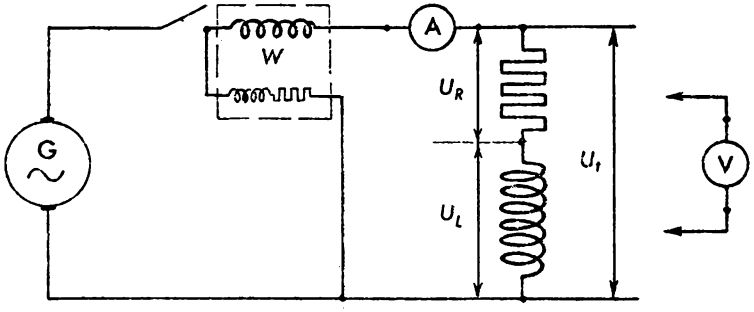


FIG. 16-9.

Ces résultats s'expriment par les relations suivantes :

$$P = U\,I\,k \qquad \frac{U}{I} = Z \qquad k = \frac{R}{Z} \qquad P = RI^2$$

Z, quotient d'une tension par un courant, s'*exprime en ohms* ; c'est l'*impédance* du circuit, elle dépend de la *pulsation* ;

k est le facteur de puissance de l'ensemble du récepteur, il est toujours inférieur à 1.

Interprétation des résultats.

De 16, B) et C) résulte que :

$$\vec{U}_t = \vec{U}_R + \vec{U}_L \textit{ (fig. 16-10a).}$$

avec :

$U_R = R\,I$ et $\vec{U}_R$ en phase avec $\vec{I}$;

$U_L = L\,\omega\,I$ et $\vec{U}_L$ en quadrature avance par rapport à $\vec{I}$.

une homothétie de centre O de rapport $1/I$ conduit à *16-10b.*
une homothétie de centre O de rapport I conduit à *16-10c.*

L'application du théorème de Pythagore à ces deux premiers triangles conduit à :

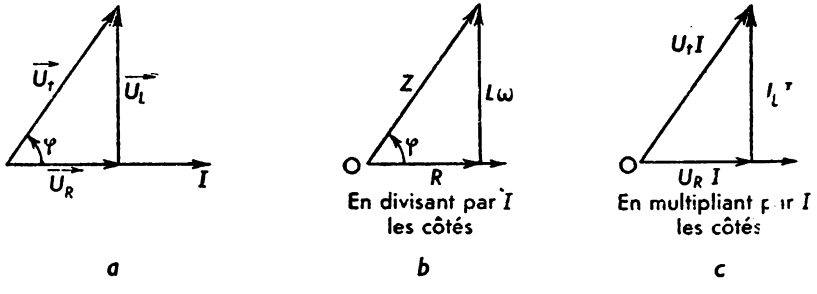
$$\boxed{U_t = \sqrt{U_R^2 + U_L^2}} \qquad \boxed{Z = \sqrt{R^2 + L^2\,\omega^2}.}$$

Les lignes trigonométriques de l'angle φ s'écrivent :

$$\cos\varphi = \frac{U_R}{U_t} = \frac{R}{Z} = \frac{U_R\,I}{U_t\,I} = \frac{R\,I^2}{U_t\,I}$$

$$\sin\varphi = \frac{U_L}{U_t} = \frac{L\,\omega}{Z} = \frac{U_L\,I}{U_t\,I} = \frac{L\,\omega\,I^2}{Z\,I^2} \qquad (1)$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{U_L}{U_R} = \frac{L\,\omega}{R} = \frac{U_L\,I}{U_R\,I} = \frac{L\,\omega\,I^2}{RI^2}$$



a *b* *c*

FIG. 16-10.

Puissance.

La puissance moyenne ne pourra être :

— ni $U\,I$, comme dans le cas de la résistance pure ;

— ni O comme dans le cas de l'inductance pure.

Seule la résistance est le siège d'une consommation de puissance, donc :

$$P = R I^2 = R I \times I = R \frac{U}{Z} \times I = \frac{R}{Z} U I = U I \cos \varphi$$

ou encore :

$$R I \times I = U_R I.$$

On voit donc que le facteur de puissance k est égal à $\cos \varphi$, φ étant le déphasage entre le courant et la tension.

Exemple numérique :

Une résistance R de 86,6 Ω est associée en série avec une inductance L de 0,1 H. Un courant sinusoïdal de valeur efficace $I = 2$ A de pulsation $\omega = 500$ rd/s les traverse. Quelles sont :

— les valeurs efficaces des tensions aux bornes de R, de L, de l'ensemble ;

— la puissance et les valeurs de l'impédance, de $\cos \varphi$, $\sin \varphi$, $\operatorname{tg} \varphi$;

— la fréquence.

$$U_R = R I = 86{,}6 \times 2 = \frac{100 \sqrt{3}}{2} \times 2 = 173 \text{ V}; \quad L \omega = \frac{1}{10} \times 500 = 50 \ \Omega$$

$$U_L = L \omega I = 50 \times 2 = 100 \text{ V}.$$

$$U_t = \sqrt{U_R^2 + U_L^2} = \sqrt{(100 \sqrt{3})^2 + 100^2} = \sqrt{100^2 (3 + 1)}$$

$$= 100 \sqrt{3 + 1} = 100 \times 2 = 200 \text{ V}$$

$$P = R I^2 = \frac{100 \sqrt{3}}{2} \times 2^2 = 200 \sqrt{3} = 200 \times 1{,}73 \approx 346 \text{ W}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + L^2 \omega^2} = \sqrt{\left(\frac{100 \sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{10} \times 500\right)^2} = \sqrt{100^2 \times \frac{3}{4} + 50^2}$$

$$= \sqrt{100^2 \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4}\right)} = 100 \sqrt{\frac{3 + 1}{4}} = 100 \ \Omega$$

$$\cos \varphi = \frac{U_R}{U_t} = \frac{100 \sqrt{3}}{200} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ égal encore à } \frac{R}{Z} = \frac{100 \sqrt{3}}{2 (100)} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin \varphi = \frac{U_L}{U_t} = \frac{100}{200} = \frac{1}{2} \text{ égal encore à } \frac{L \omega}{Z} = \frac{50}{100} = 0{,}5$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{U_L}{U_R} = \frac{100}{100\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ égal encore à } \frac{L\omega}{R} = \frac{50}{100\sqrt{3}} = \frac{50 \times 2}{100\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\varphi = 30^\circ$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{500}{6{,}28} \approx 80 \text{ Hz}.$$

REMARQUE : $P = U I \cos\varphi = 200 \times 2 \times \sqrt{3}/2 = 200\sqrt{3} \approx 346$ W déjà trouvée, ou encore $P = U_R I = 173 \times 2 = 346$ W.

Applications

16-D-1. Une bobine B résistante et inductive est soumise à une tension continue de 200 V. Le courant qui la traverse est 1,25 A.

1° Quelle est sa résistance ?

2° Son coefficient d'autoinduction est 0,3 H. La valeur efficace du courant qui traverse B est 1,5 A lorsqu'elle est soumise à une tension alternative sinusoïdale de valeur efficace $U = 300$ V.

Quelle est la fréquence du courant ?

Réponses : $R = 160\ \Omega$; $f \approx 64$ Hz.

16-D-2. Une bobine soumise à une tension continue de 8,1 V est parcourue par un courant de 3 A. On lui applique une tension alternative de 16 V, 50 Hz ; le courant est 4 A.

Calculer la résistance, l'impédance, le coefficient d'auto-induction.

16-D-3. Une bobine de résistance 7 Ω est traversée par un courant de 3 A lorsqu'elle est soumise à une tension sinusoïdale de valeur efficace $U = 75$ V de pulsation 300 rd/s.

On demande :

1° La valeur de L.

2° La puissance consommée.

3° Le cosinus de l'angle de déphasage entre le courant et la tension.

4° La valeur efficace de la tension sinusoïdale que l'on devra appliquer à cette bobine associée en série avec un rhéostat de 25 Ω pour que le courant soit 3 A.

Réponses : $L = 8 \times 10^{-3}$ H ; $P = 63$ W ; $\cos\varphi = 0{,}28$; $U = 120$ V.

E. — RÉSISTANCE, INDUCTANCE, CAPACITÉ EN SÉRIE SOUS TENSION SINUSOIDALE

Expérience.

a) *Montage (fig. 16-11).*

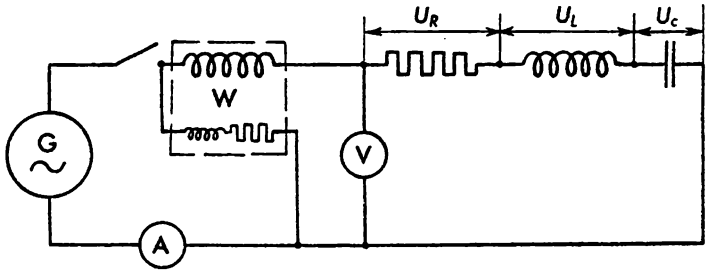


FIG. 16-11.

b) *Résultats.*

On constate que :

— l'indication du wattmètre n'est pas nulle ;

— le quotient U/I est constant (pour une fréquence donnée) ;

— la tension U, à courant constant, varie avec la fréquence.

Les relations suivantes expriment ces résultats :

$$\boxed{I = \frac{U}{Z}} \qquad \boxed{P = R\,I^2 = U\,I\cos\varphi} \qquad \boxed{\cos\varphi = \frac{R}{Z}}$$

La grandeur Z, variable avec la fréquence, s'exprime en ohms et se nomme l'*impédance.*

Interprétation de ces résultats.

Des études précédentes de la résistance, de l'inductance et de la capacité résulte que la tension ne sera ni en phase avec le courant, ni en quadrature : elle présentera en général une certaine phase φ par rapport au courant ; ce qui s'écrira :

$$\begin{cases} i = I_m \sin \omega t \\ u_t = U_m \sin(\omega t + \varphi). \end{cases}$$

Les tensions instantanées satisfont la loi sur les chutes de tension :

$$u_t = u_R + u_L + u_C$$

soit vectoriellement $\vec{U}_t = \vec{U}_R + \vec{U}_L + \vec{U}_C$

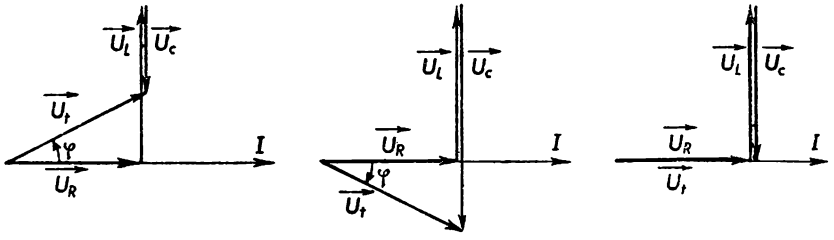


FIG. 16-12.

Les appareils étant en série on prend le courant *commun* comme origine des phases

avec $\vec{U}_R$ en phase avec $\vec{I}$ et $U_R = RI$

avec $\vec{U}_L$ en quadrature avance par rapport à $\vec{I}$ et $U_L = L\omega I$

avec $\vec{U}_C$ en quadrature arrière par rapport à $\vec{I}$ et $U_C = \dfrac{I}{C\omega}$ *(fig. 16-12).*

L'application du théorème de Pythagore, à chacun des trois cas, fournit

$$U_t = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}$$

La réduction dans le rapport I de chacun de ces trois triangles conduit aux figures 16-13.

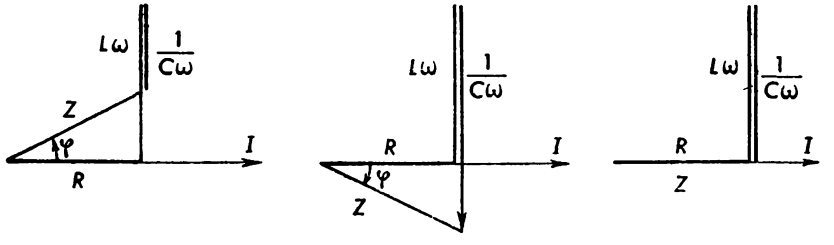


FIG. 16-13.

Elles font apparaître :

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

$$\cos\varphi = \frac{U_R}{U_t} = \frac{R\,I}{Z\,I} = \frac{R}{Z};$$

$$\sin\varphi = \frac{U_L - U_C}{U_t} = \frac{L\,\omega\,I - I/C\,\omega}{Z\,I} = \frac{L\,\omega - 1/C\,\omega}{Z};$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{L\,\omega\,I - I/C\,\omega}{R\,I} = \frac{L\,\omega - 1/C\,\omega.}{R}$$

Puissance : Seule la résistance consomme de la puissance, donc :

$$P = R\,I^2 = R\,I \times I = U_R\,I = R\,\frac{U}{Z} \times I = \frac{R}{Z}\,U\,I = U\,I\cos\varphi.$$

Exemple numérique.

Une résistance R de 800 Ω, une inductance de 1,1 H, une capacité de 2 μ F, associées en série, sont parcourues par un courant sinusoïdal de pulsation $\omega = 10^3$ rd/s de valeur efficace 100 m A.

On demande l'impédance, les tensions aux bornes de R, L, C, de l'ensemble, le déphasage et ses lignes trigonométriques, la puissance consommée et les diagrammes de tensions et d'impédances *(fig. 16-14)*.

$R = 800\ \Omega.$

$L\,\omega = 1{,}1 \times 1\,000 = 1\,100\ \Omega.$

$$\frac{1}{C\,\omega} = \frac{1}{2 \times 10^{-6} \times 10^3} = \frac{10^3}{2} = 500\,\Omega.$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\,\omega - \frac{1}{C\,\omega}\right)^2}$$

$$= \sqrt{800^2 + (1\,100 - 500)^2}$$

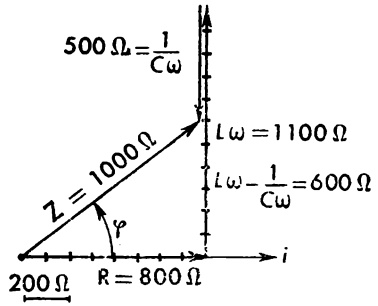


FIG. 16-14*a*.

$$= \sqrt{64 \times 10^4 + 36 \times 10^4}$$

$$= 10^2\sqrt{10^2} = 10^3\ \Omega.$$

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{800}{1\,000} = 0{,}8\ ;\ \sin\varphi = \frac{L\,\omega - 1/C\,\omega}{Z} = \frac{600}{1\,000} = 0{,}6\ ;$$

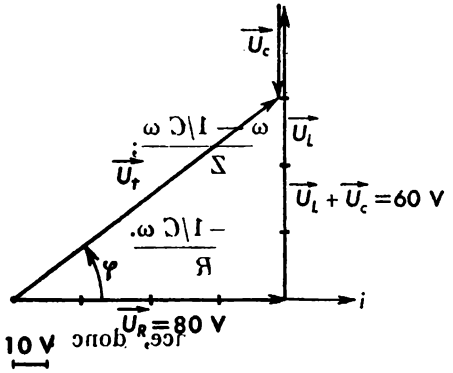


Fig. 16-14*b*.

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{L\omega - 1/C\omega}{R} = \frac{600}{800} = 0{,}75$$

$U_R = R\,I = 800 \times \dfrac{1}{10} = 80$ V et d'autre part $\vec{U}_R$ en phase avec $\vec{I}$;

$U_L = L\omega\,I = 1100 \times \dfrac{1}{10} = 110$ V et d'autre part $\vec{U}_L$ en quadrature avance par rapport à $\vec{I}$;

$$U_C = \frac{I}{C\omega} = 500 \times \frac{1}{10} = 50 \text{ V}$$

et d'autre part $\vec{U}_C$ en quadrature arrière par rapport *à I*.

$$U_t = Z\,I = 10^3 \times \frac{1}{10} = 100 \text{ V}.$$

$$P = R\,I^2 = 800 \times \left(\frac{1}{10}\right)^2 = 8 \text{ W qu'on peut obtenir aussi par :}$$

$$U\,I\cos\varphi = 100 \times \frac{1}{10} \times \frac{8}{10} = 8 \text{ W}.$$

Résonance :

Le cas particulier où $U_L = U_C$ donc $U_R = U_t$, pour lequel on a donc $L\omega = 1/C\omega$, donc $Z = R$, et en outre $\sin\varphi = \operatorname{tg}\varphi = 0$ et $\cos\varphi = 1$ correspond au *circuit résonnant (fig. 16-16 et 16-12 et 16-13 3e cas).*

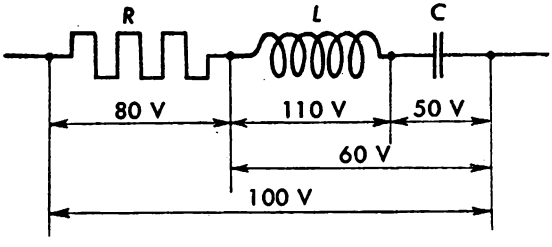


Fig. 16-15.

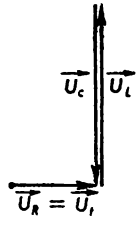


Fig. 16-16.

Si R, L, C, U, sont fixées pour un circuit, il existe une valeur ω_0 de la pulsation pour laquelle $L\,\omega_0 = 1/C\,\omega_0$, soit $L\,C\,\omega^2{}_0 = 1$, $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{L\,C}}$ c'est la pulsation de résonance.

A la pulsation ω_0 de résonance, l'impédance est *minimale* (et égale à la résistance) ; à tension constante, le *courant est donc maximal.* C'est un cas très important que l'on recherche ou évite. Les tensions aux bornes de L et de C peuvent être plus grandes que la tension d'alimentation.

Application numérique.

Une résistance de 15,7 Ω est associée en série avec une inductance de 1 H et une capacité de 10,14 μF. Une tension sinusoïdale de valeur efficace 31,4 V, de fréquence 50 Hz, alimente l'ensemble.

Calculer l'impédance, le courant, les tensions aux bornes de R, L, C, tracer les diagrammes correspondants.

$$L\,\omega = 1{,}0 \times 100\,\pi = 314\ \Omega\ ;$$

$$\frac{1}{C\,\omega} = \frac{10^6}{100\,\pi \times 10{,}14} = \frac{10^4\,\pi}{9{,}85 \times 10{,}14} \approx 314\ \Omega\ ;$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\,\omega - \frac{1}{C\,\omega}\right)^2} = \sqrt{15{,}7^2 + 0^2} = 15{,}7\ \Omega ;$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{31{,}4}{15{,}7} = 2\ \text{A}$$

$$U_R = R\,I = 15{,}7 \times 2 = 31{,}4\ \text{V}$$

$$U_L = L\,\omega\,I = 314 \times 2 = 628\ \text{V}$$

$$U_C = \frac{I}{C\,\omega} = 314 \times 2 = 628\ \text{V}$$

$$U_t = Z\,I = 15{,}7 \times 2 = 31{,}4\ \text{V}$$

$$P = R\,I^2 = 15{,}7 \times 4 = 62{,}8 \approx 63\ \text{W}$$

ou encore :

$$P = U\,I\cos\varphi = 31{,}4 \times 2 \approx 63\ \text{W}$$

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{15{,}7}{15{,}7} = 1\ ;$$

$$\sin\varphi = \operatorname{tg}\varphi = \varphi = 0 = L\,\omega - \frac{1}{C\omega}$$

$$\sigma = \frac{U_L \text{ ou } U_C}{U_R} = \frac{L\,\omega \text{ ou } 1/C\,\omega}{R} = \text{coefficient de surtension}$$

$$\sigma = \frac{628}{31{,}4} = \frac{314}{15{,}7} = 20.$$

Le coefficient de surtension est ici de 20.

Applications.

16-E-1. On alimente en série une résistance R de 600 Ω, une inductance de 0,5 H, une capacité de 2,5 μF, le courant est 200 m A, sa pulsation est 400 rd/s.

Quelles sont les tensions U_R U_L U_C U_t, aux bornes de R de L de C de l'ensemble?

Quelles sont les valeurs de cos φ, sin φ tg, φ?

Quelle est la puissance consommée?

Réponses : $U_R = 120$ V ; $U_L = 40$ V ; $U_C = 200$ V ; $U_t = 200$ V ; $\cos\varphi = 0{,}6$; $\sin\varphi = -0{,}8$; $\operatorname{tg}\varphi = -1{,}3$; $P = 24$ W.

16-E-2. On soumet à une tension sinusoïdale de pulsation $\omega = 1\,000$ rd/s de valeur efficace $U = 100$ V, une résistance R de 800 Ω, une inductance de 1,1 H, une capacité de 2 μF.

Quel est le courant?

Quelles sont les tensions U_R, U_L, U_C aux bornes de R, L, C?

U_{RL} aux bornes de l'ensemble R L?

U_{LC} aux bornes de l'ensemble L C?

Cos φ, sin φ, tg φ?

La puissance consommée par le circuit ?

Représenter les diagrammes de tensions et d'impédances.

Réponses : $I = 1/10$ A ; $U_R = 80$ V ; $U_L = 110$ V ; $U_C = 50$ V ; $U_{RL} = 136$ V; $U_{LC} = 60$ V; $\cos\varphi = 0{,}8$; $\sin\varphi = 0{,}6$; $\operatorname{tg}\varphi = 0{,}75$; $P = 8$ W.

16-E-3. Mêmes questions avec

$R = 600$ Ω ; $L = 0{,}5$ H ; $C = 2{,}5$ μ F ; $\omega = 400$ rd s ; $U = 100$ V.

Réponses : $I = 0{,}1$ A ; $U_R = 60$ V ; $U_L = 20$ V ; $U_C = 100$ V ; $U_{RL} = 63{,}2$ V ; $U_{LC} = 80$ V ; $\cos\varphi = 0{,}8$; $\sin\varphi = -0{,}6$; $\operatorname{tg}\varphi = -0{,}75$; $P = 6$ W.

16-E-4. Ce problème sera traité avec l'une des quatre applications numériques (indices A, B, C, D).

I. — Une résistance R non inductive de 100 Ω et une inductance L non résistante sont associées en série et soumises à une tension sinusoïdale de valeur maximale 169,7 V (ou $120\sqrt{2}$).

Le courant qui les traverse a pour valeur efficace 0,848 A. On demande, pour $L_A = 0{,}1$ H ; $L_B = 0{,}2$ H ; $L_C = 0{,}25$ H ; $L_D = 0{,}4$ H :

1° La fréquence du courant, de la tension, de la puissance ;

2° Le cosinus et la tangente de l'angle de déphasage φ entre le courant et la tension, cet angle φ (on précisera le sens de ce déphasage) ;

3° La puissance moyenne dépensée dans ce circuit ;

4° La représentation vectorielle du courant et de la tension.

II. — La même résistance R de 100 Ω et une capacité C sont montées en série et soumises à une tension dont la valeur instantanée est $u = U_m \sin \omega t$.

On sait que le courant est de la forme $i = I_m \sin(\omega t + \pi/4)$ et que la puissance moyenne consommée dans ces 2 appareils est de 72 W.

On demande, pour $\omega_A = 1\,000$; ou $\omega_B = 500$; ou $\omega_C = 400$; ou $\omega_D = 250$ rd/s :

1° La valeur efficace du courant.

2° La capacité C (en μF).

3° L'impédance Z de l'ensemble.

4° La valeur maximale U_m de la tension.

5° La représentation vectorielle du courant et de la tension.

III. — La résistance R, l'inductance L et une capacité de C μF sont montées en dérivation et soumises à la tension sinusoïdale de valeur maximale 169,7 V de pulsation ω.

On demande, pour $C_A = 10$; ou $C_B = 20$: ou $C_C = 25$; ou $C_D = 40$, en μF :

1° La représentation vectorielle de la tension et des courants.

2° La valeur efficace du courant dans le conducteur unique qui alimente les 3 appareils, son déphasage par rapport à la tension.

IV. — La résistance R, l'inductance L, et la capacité C précédentes sont montées en série dans cet ordre, un courant de valeur instantanée $i = 1{,}697 \sin \omega t$ les traverse (i en A, t en s).

On demande :

1° L'expression de la tension instantanée qui alimente ces 3 appareils.

2° Les valeurs efficaces des tensions aux bornes.

a) **de la résistance.**

b) **de l'inductance.**

c) **de la capacité.**

d) **de l'ensemble résistance-inductance.**

e) **de l'ensemble inductance capacité.**

f) **de l'ensemble résistance inductance capacité.**

V. — Calculer la puissance dépensée dans le cas des montages réalisés en III et IV.

Schémas des montages du wattmètre mesurant la puissance consommée dans les cas III et IV.

Réponses :

I		A	B	C	D	
1° f	i	159,2	79,6	63,7	39,8	Hz
	u	159,2	79,6	63,7	39,8	
	p	318,4	159,2	127,4	79,6	
2° cos φ		$\frac{\sqrt{2}}{2} = 0{,}707$	$\frac{\sqrt{2}}{2} = 0{,}707$	0,707	0,707	
tg φ		1	1	1	1	
$\varphi = (\vec{I}, \vec{U})$		$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4}$	
		déphasage *arrière de* $\vec{I}$ *sur* $\vec{U}$				
3° $P = R I^2$		72 W	72 W	72 W	72 W	

II

1° $I = \sqrt{\frac{P}{R}}$	0,848 A	0,848 A	0,848 A	0,848 A
2° $C = \frac{1}{R\omega}$	10 μF	20 μF	25 μF	40 μF
3° $Z = \frac{R}{\cos\varphi}$	141,4 Ω	141,4 Ω	141,4 Ω	141,4 Ω
4° $U_m = Z \times I_m$	169,7 V	169,7 V	169,7 V	169,7 V

III

$$\vec{I}_t = \vec{I}_R + \vec{I}_L + \vec{I}_C$$

$$I_R = I_t = \frac{U}{R} = \boxed{1{,}2 \text{ A}} \qquad \boxed{\varphi = 0}$$

IV 1° car : $u = 169{,}7 \sin \omega t$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{R} = \frac{120}{100} = 1{,}2 \text{ A.}$$

2°	A	B	C	D
a) U_R	120 V	120 V	120 V	120 V
b) $U_L = L\omega I$	120 V	»	»	»
c) $U_C = \frac{I}{C\omega}$	»	»	»	»
d) U_{RL}	169,7 V	169,7 V	169,7 V	169,7 V
e) U_{LC}	0	0	0	0
f) U_t	120 V	120 V	120 V	120 V

V 1° en **III** $P = \frac{U^2}{R} = \frac{120 \times 120}{100} = 144$ W.

2° en **IV** la même.

F. — RÉSISTANCE, INDUCTANCE, CAPACITÉ ASSOCIÉES EN PARALLÈLE ET SOUMISES A TENSION SINUSOIDALE

Soient les trois éléments connus R, L, C, associés en parallèle et soumis à la tension sinusoïdale de valeur efficace U de pulsation ω.

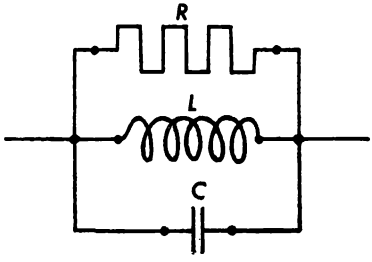


FIG. 16-17.

A tout instant le courant principal i_t est la somme des trois courants i_R, i_L, i_C dans la résistance, l'inductance et la capacité :

$$i_t = i_R + i_L + i_C$$

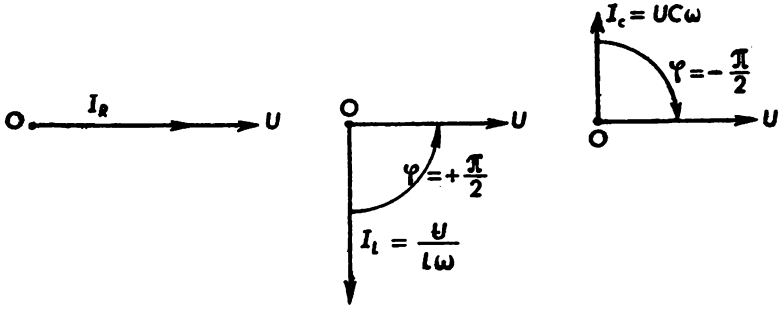


FIG. 16-18.

qui, vectoriellement, s'écrit : $\vec{I}_t = \vec{I}_R + \vec{I}_L + \vec{I}_C$, avec :

$$I_R = \frac{U}{R} \qquad I_L = \frac{U}{L\omega} \qquad I_C = \frac{U}{\frac{1}{C\omega}} \quad \textit{(fig. 16-18).}$$

$$\boxed{\cos\varphi = \frac{I_R}{I_t}} \qquad \boxed{I_t = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2}}$$

Seule la résistance consomme de la puissance : $P = U^2/R$ *(fig. 16-19)*.

$$P = \frac{U^2}{R} = \frac{U}{R} \times U = I_R \times U = I_t \cos\varphi \times U = U\, I_t \cos\varphi$$

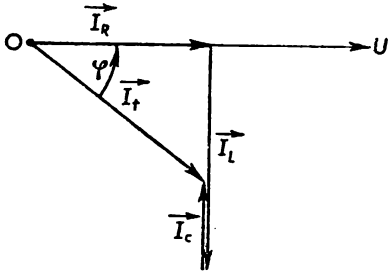


FIG. 16-19.

EXEMPLE NUMÉRIQUE.

$$U = 120\ \text{V} \begin{cases} R = 1\,600\ \Omega \\ L = 2\ \text{H} \\ \omega = 600\ \text{rd/s} \\ C = 2{,}77\ \mu\text{F}\left(\dfrac{25}{9}\ \mu\text{F}\right) \end{cases}$$

$$I_R = \frac{U}{R} = \frac{120}{1\,600} = \frac{12}{16} \times \frac{1}{10} = 0{,}075\ \text{A}$$

$$I_L = \frac{U}{L\,\omega} = \frac{120}{2 \times 600} = 0{,}1\ \text{A}$$

$$I_C = \frac{U}{\dfrac{1}{C\,\omega}} = \frac{120 \times 25 \times 600}{9 \times 10^6} = \frac{6}{9} = 0{,}2\ \text{A}$$

$$I_t = \sqrt{I^2_R + (I_L - I_C)^2}$$

$$I_t = \sqrt{0{,}075^2 + (0{,}1 - 0{,}2)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{10} \times \frac{3}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{10}\right)^2} = \frac{1}{10}\sqrt{\frac{9}{16} + \frac{16}{16}}$$

$$= \frac{1}{10}\sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{1}{10} \times \frac{5}{4} = 0{,}125\ \text{A}$$

$$\cos\varphi = \frac{I_R}{I_t} = \frac{0{,}075}{0{,}125} = \frac{75}{125} = \frac{3}{5} = 0{,}6\,;\ \sin\varphi = \frac{I_L - I_C}{I_t} = \frac{0{,}1}{0{,}125} = 0{,}8\,;$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{I_L - I_C}{I_R} = \frac{0{,}100}{0{,}075} = \frac{4}{3} = 1{,}33.$$

$$P = R\,I^2_R = 1\,600 \times \left(\frac{1}{10} \times \frac{3}{4}\right)^2 = 1\,600 \times \frac{1}{10^2} \times \frac{9}{16} = 9\ \text{W}$$

$$= U\,I_t \cos\varphi = 120 \times 0{,}125 \times 0{,}6 = 120 \times \frac{1}{8} \times 0{,}6 = 12 \times \frac{3}{4} = 9\ \text{W}.$$

REMARQUE. — Comme dans le cas des éléments associés en série, la tension étant prise comme origine, le courant peut être en retard, en avance ou en phase avec la tension.

Dans ce dernier cas, si en particulier la résistance est infinie, le courant principal est nul, l'impédance est infinie, le *circuit est dit bouchon* ou *anti-résonnant* ($\varphi = 0$; pas de courant, soit Z infinie, $L\,C\,\omega^2 = 1$).

Exemple : à la fréquence 50 Hz pour $L = 1$ H ; $C = 10\ \mu$F, la tension étant 62,8 V :

$$I_L = \frac{U}{L\,\omega} = \frac{62{,}8}{314} = 0{,}2\ \text{A}\,;$$

$$I_C = U\,C\,\omega = 62{,}8 \times 10 \times 10^{-6} \times 2\,\pi \times 50$$
$$= 62{,}8 \times 10^3 \times 10^{-6} \times 3{,}14$$
$$= 20\,\pi \times \pi \times 10^3 \times 10^{-6}$$
$$= 0{,}2\ \text{A}.$$

$$I_t = I_L - I_C = 0$$

Applications

16-F-1. Quelle est la valeur efficace du courant principal dans le système suivant : $R = 500\ \Omega$; $L = 0{,}5$ H, $C = 5\ \mu$F ; $\omega = 500$ rd/s, $U = 100$ V *(fig. 16-17)*.

Réponse : $I = 0{,}25$ A.

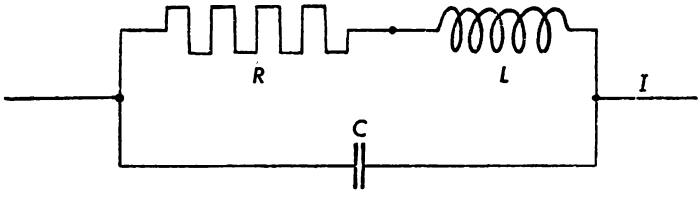


FIG. 16-20.

16-F-2. Une bobine douée de résistance R et d'inductance L est associée en parallèle avec un condensateur de capacité C. La tension d'alimentation est U, sa pulsation ω rd/s *(fig. 16-20)*.

1° En choisissant pour origine des phases celle de la tension, représenter les vecteurs courant $\vec{I}_b$ dans la bobine et $\vec{I}_c$ dans la capacité.

2° Quelle relation entre R, L, C, ω doit-il y avoir pour que le courant principal soit en phase avec la tension ? On sait que $\vec{I}_c$ = projection du courant $\vec{I}_b$ sur l'axe perpendiculaire à $\vec{U}$.

3° En déduire la pulsation ω qui assure l'égalité de phase entre le courant principal et la tension.

$$I_c = U C \omega = \frac{U L \omega}{R^2 + L^2 \omega^2} \longrightarrow R^2 + L^2 \omega^2 = \frac{L}{C} ; \omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}}$$

16-F-3. On maintient une tension alternative sinusoïdale de fréquence 50 et de valeur efficace U = 100 V entre les extrémités M et N d'un circuit comprenant, disposées en série, une bobine de résistance négligeable, de coefficient de self-induction L = 0,318 H et une résistance R = 100 Ω sans self-inductance. Quelles sont alors l'intensité efficace du courant, les tensions efficaces aux bornes de chacun des deux appareils et les puissances absorbées par chacun d'eux ?

Quelle doit être la capacité C du condensateur disposé en série avec les deux appareils précédents pour que l'intensité du courant soit en phase avec la tension aux bornes M et N ? Quelles sont alors l'intensité efficace du courant et les tensions aux bornes des trois appareils ?

On dispose le condensateur C dont on vient de calculer la capacité en dérivation aux bornes de la bobine. Montrer que l'intensité du courant est alors nulle dans la résistance R. Quelles sont la tension efficace aux bornes de la bobine et les intensités efficaces des courants qui traversent la bobine et le condensateur ? On prendra $1/\pi$ = 0,318.

Math-Lyon.

Réponses · 1° I = 0,707 A, U_R = 70,7 V = U_L, P_L = 0, P = 50 W.
2° C = 31,8 μF, I = 1 A, U_R = 100 V, $U_L = U_C$ = 100 V.
3° $\vec{I}_L + \vec{I}_C = \vec{I}_t$ = 0, 0 dans R, $I_L = I_C$ = 1 A.

16-F-4. On associe en parallèle : une résistance R = 333,3 Ω, une capacité C = 6 μF, une inductance L = 0,1 H, et on soumet ce montage à une tension sinosoïdale, de valeur efficace U = 10 V, de pulsation ω = 1 000 rd/s. Calculer la valeur des 4 courants. Tracer le diagramme des intensités. Calculer l'impédance Z de l'ensemble, et montrer que le facteur de puissance (cos φ) est égal, dans ce cas particulier à Z/R.

CHAPITRE 17

PUISSANCES ACTIVE et RÉACTIVE

Rappel

On a rencontré (16-E) le diagramme des impédances d'éléments associés en série.

Le diagramme des tensions peut s'en déduire par multiplication par I des éléments du diagramme.

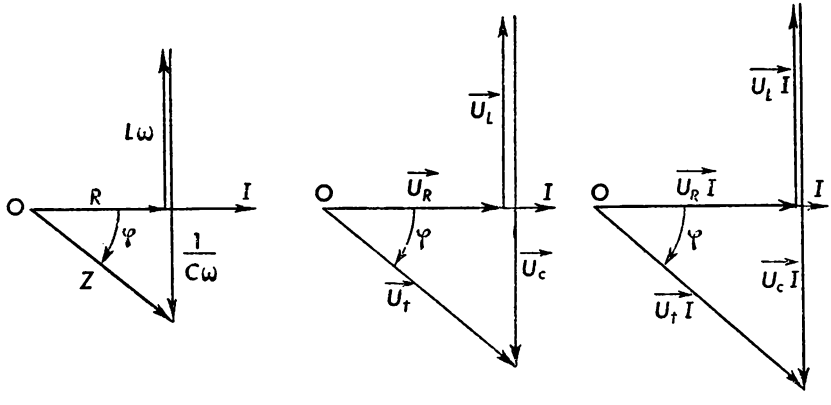


FIG. 17-1.

Une *multiplication* par I des éléments du diagramme des tensions *conduit* à un nouveau diagramme *(fig. 17-1)*.

Convention.

a) *Cas des éléments en série.*

Le produit $U_t I$ qui mesure la longueur du vecteur résultant est la *puissance apparente* du circuit, qu'on *désigne par* S.

Il est la résultante de *deux autres vecteurs* :

— le vecteur $\overrightarrow{U_R I}$ en phase avec le courant,

— le vecteur $\overrightarrow{(U_L - U_C) I}$ en quadrature avec ce courant.

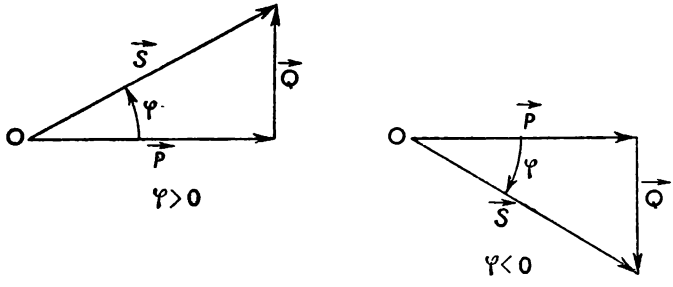


FIG. 17-2.

Pour un élément ou pour un ensemble, la projection de S sur l'axe des courants est désignée par P. La projection de S sur l'axe perpendiculaire est désignée par Q *(fig. 17-2).*

On en tire, quel que soit le signe du déphasage φ :

$$S = U I \qquad S = \sqrt{P^2 + Q^2} \qquad P = S \cos \varphi$$

$$Q = S \sin \varphi \qquad \frac{Q}{P} = \operatorname{tg} \varphi$$

P est la puissance active ou réelle ou moyenne du circuit, elle se mesure en watts ;

S est la puissance apparente et se mesure en volts ampères (VA) ;

Q est la puissance réactive et se mesure en volts ampères réactifs (VA r).

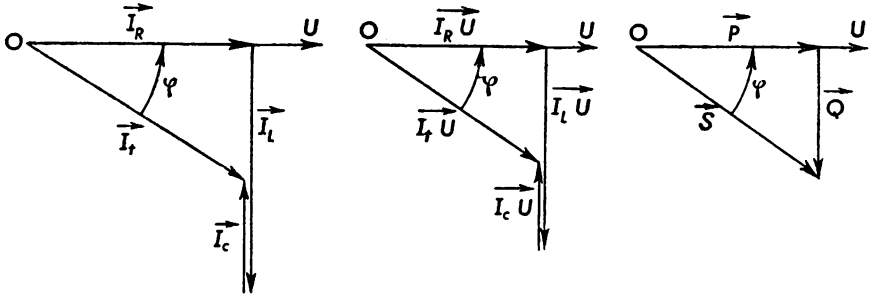


FIG. 17-3.

b) *Cas des éléments associés en parallèle* (16-F).

Le diagramme des courants dans le cas d'éléments associés en parallèle fournit par multiplication par U des résultats analogues *(fig. I7-3)*.

REMARQUES.

P et S sont toujours des grandeurs positives.

Q peut être positive ou négative et les conventions de signes diverses faites dans tous ces chapitres aboutissent à :

	$\varphi > 0$	$\varphi < 0$
Eléments en série ou en paraèlle	retard de $\vec{I}$ par rapport à $\vec{U}$ donc $Q > 0$	avance de $\vec{I}$ par rapport à $\vec{U}$ donc $Q < 0$

Les expressions de P, Q, S, étant indépendantes du montage du circuit (éléments associés en série ou en parallèle), il n'est plus indispensable de le connaître; donc pour un élément ou pour un ensemble :

— les puissances actives s'ajoutent ;

— les puissances réactives s'ajoutent algébriquement, mais les puissances apparentes ne sont pas additives.

EXEMPLE D'EMPLOI : Les données de 16-E peuvent servir de nouveau. Sont associées en série une résistance R de 800 Ω, une inductance de 1,1 H, une capacité de 2 μF ; la pulsation du courant est $\omega = 10^3$ rd/s, sa valeur efficace 100 mA. On demande la tension d'alimentation, les puissances active, réactive, apparente de l'ensemble, le déphasage courant-tension.

Elément	Impédance Z	$U = Z\,I$	$S = U\,I\,I = Z\,I^2$	φ	$\cos\varphi$	$\sin\varphi$	$P = S\cos\varphi$	$Q = S\sin\varphi$
R	800	80	8	0	1	0	8	0
L	1 100	110	11	$+\frac{\pi}{2}$	0	+ 1	0	+ 11
C	500	50	5	$-\frac{\pi}{2}$	0	— 1	0	— 5
ensemble	?	?	?				8	+ 6

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \text{ VA}$$

$$U = \frac{S}{I} = \frac{10}{0{,}1} = 100 \text{ V}$$

$$P = 8\ \text{W} ; Q = +\ 6\ \text{VA r} ; \cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{8}{10} = 0{,}8 ;$$

$$\sin\varphi = \frac{Q}{S} = +\ 0{,}6 ; Z = \frac{U}{I} = \frac{100}{0{,}1} = 1\,000\ \Omega.$$

Applications

17-1. Remplir les colonnes du tableau ci-dessous (données empruntées à l'exemple de 16-F où les éléments sont en parallèle) avec U = 120 V et ω = 600 rd/s.

Elément	Impédance	I	$S = U\,I$	φ	$\cos\varphi$	$\sin\varphi$	$P = S\cos\varphi$	$Q = S\sin\varphi$
R = 1 600 Ω L = 2 H C = 2,77 μF ensemble								

En déduire : courant principal, puissances active, réactive, apparente, déphasage courant tension, impédance.

17-2. Quelle particularité observera-t-on dans les tableaux précédents :

a) **dans le cas d'un circuit résonnant série ;**

b) **dans le cas d'un circuit résonnant parallèle.**

Faire ces tableaux avec pour données numériques celles citées en exemple 16-E et 16-F.

17-3. On dispose d'une source de tension sinusoïdale alternative de valeur efficace 120 V. Elle alimente :

1° Un ensemble L de 40 lampes, la puissance de chacune d'elles est 60 W lorsqu'elles sont soumises à la tension 120 V.

On demande :

a) **Le schéma du montage ;**

b) **Le courant I_L fourni par le réseau ;**

c) **La longueur du filament de chacune des lampes sachant qu'à la température de fonctionnement la résistivité du tungstène qui le constitue est ρ_{Tu} = 100 μ Ω cm²/cm, et sa section un cercle de 1/10 mm de diamètre.**

2° Un four à induction F qui appelle un courant dont la valeur active est 20 A et la valeur réactive 2,68 A r (Voir Nota).

Quel est le courant I_F qui traverse ce four ? et quel est le facteur de puissance ?

3° Deux moteurs monophasés

M_1 de rendement ρ_1 = 0,80, de facteur de puissance $\cos\varphi_1$ = 0,5, appelle un courant I_{M1} de 20 A.

M_2 de puissance utile $P_2 = 840$ W appelle un courant I_{M_2} de 14,14 A déphasé de $\pi/4$ en arrière de la tension.

On demande :

a) **De faire un schéma de l'ensemble du circuit comportant un voltmètre, un ampèremètre, un wattmètre pour qu'ils indiquent tension d'alimentation, courant total et puissance totale.**

b) **De calculer la puissance utile P_1 du moteur M_1 ;**

c) **Le rendement ρ_2 du moteur M_2 ;**

d) **De représenter par des vecteurs les fonctions sinusoïdales de la tension et des différents courants I_F, I_{M_1}, I_{M_2} ;**

e) **Le courant fourni par la source lorsqu'elle alimente simultanément M_1, M_2, F.**

B.E.I. (*OP-MR*) 1957.

Réponses : 1° b) $I_L = 20$ A, c) $l = 1{,}88$ m.
2° a) *Cf.* cours b) $P_1 = 960$ W, c) $\rho_2 = 0{,}7$, d) $I_1 = 50$ A.

Nota : φ étant le déphasage entre $\vec{I}$ et $\vec{U}$; $\varphi = (\vec{I}, \vec{U})$.

On appelle :

— *intensité active* I_a **la projection de $\vec{I}$ sur $\vec{U}$: $I_a = I \cos \varphi$.**

— *intensité réactive* I_r **la projection de $\vec{I}$ sur un *axe* en quadrature arrière avec $\vec{U}$: $I_r = I \sin \varphi$.**

Donc : pour $\varphi > 0$ ($\vec{I}$ en arrière par rapport à $\vec{U}$) : $I_r > 0$.

pour $\varphi < 0$ ($\vec{I}$ en avance par rapport à $\vec{U}$) : $I_r < 0$.

CHAPITRE 18

FACTEUR de PUISSANCE

Réflexions sur deux cas :

Soient deux installations industrielles recevant l'énergie électrique sous *haute tension* 12 000 V à la fréquncè 50 Hz.

Pour ces installations	(1)	(2)
— les facteurs de puissance sont.....	$\cos \varphi_1 = 0{,}6$	$\cos \varphi_2 = 0{,}8$
— les courants sont	$I_1 = 8$ A	$I_2 = 6$ A
— les puissances consommées sont	$P_1 = U\, I_1 \cos \varphi_1$ $= 12 \times 8 \times 0{,}6$ $= 57{,}6$ kW	$P_2 = U\, I_2 \cos \varphi_2$ $= 12 \times 6 \times 0{,}8$ $= 57{,}6$ kW
et l'énergie consommée dans chacune d'elles en dix heures est	$W = P \times t$ $= 576$ kWh	576 kWh

Chacune de ces deux installations :

— exige sensiblement (1) la mise en place des mêmes appareils de production, de transport, de comptage, de sécurité, donc les mêmes investissements en matériel,

— consomme la même énergie,

— mais les pertes par effet Joule dans les appareils de production (alternateurs), de transport (lignes électriques), de transformation, de sécurité, de comptage, sont $8^2/6^2 = 64/36$ fois plus grandes pour la première installation que pour la seconde,

— ces pertes étant à la charge du distributeur d'énergie, ce dernier *vend l'énergie plus chère* au consommateur 1 qu'au consommateur 2.

(1) En fait l'installation (1) exigeant un courant de 8 A est un peu plus coûteuse.

A puissance et tension égales, le courant est d'autant plus élevé que le facteur de puissance est plus faible : c'est donc ce facteur de puissance qu'il convient d'améliorer pour diminuer les pertes d'énergie dues au transport.

Amélioration du facteur de puissance :

En conservant :

— la tension d'alimentation $U = 12\,000$ V ;

— la fréquence 50 Hz ;

— la *puissance* de l'installation ;

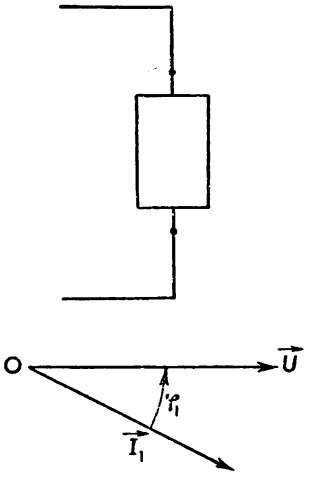


FIG. 18-1.

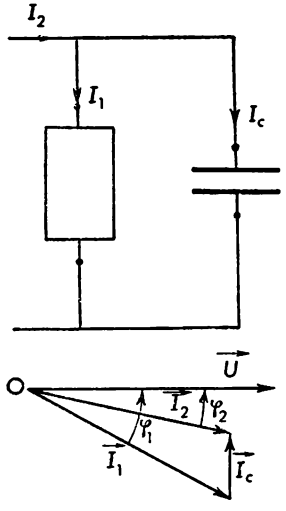


FIG. 18-2.

on peut améliorer le facteur de puissance de l'installation (1) pour l'amener par exemple à la valeur du facteur de puissance de l'installation (2). Le courant est généralement en retard de phase par rapport à la tension, une capacité en parallèle avec l'installation permet l'amélioration du facteur de puissance et par suite la réduction du courant *(fig. 18-1 et 18-2).*

Calcul de cette capacité : (fig. 18-3).

$$I_C = H\,A - H\,B = I_1 \sin \varphi_1 - I_2 \sin \varphi_2$$

mais aussi :

$$P = U\,I_1 \cos \varphi_1 = U\,I_2 \cos \varphi_2$$

d'où :

$$I_1 \cos \varphi_1 = I_2 \cos \varphi_2$$

$$I_C = I_1 \sin \varphi_1 - I_1 \frac{\cos \varphi_1}{\cos \varphi_2} \sin \varphi_2 = I_1 \left[\frac{\sin \varphi_1 \cos \varphi_2 - \cos \varphi_1 \sin \varphi_2}{\cos \varphi_2} \right]$$

or

$$I_C = U\,C\,\omega\,,$$

$$U\,C\,\omega = \frac{P}{U\cos\varphi_1}\left[\frac{\sin\varphi_1\cos\varphi_2 - \cos\varphi_1\sin\varphi_2}{\cos\varphi_2}\right]$$

$$\boxed{C = \frac{P}{U^2\,\omega}\,\frac{\sin(\varphi_1 - \varphi_2)}{\cos\varphi_1\cos\varphi_2}}$$

ou encore :

$$C = \frac{P}{U^2\,\omega}\,\frac{\sin\varphi_1\cos\varphi_2 - \cos\varphi_1\sin\varphi_2}{\cos\varphi_1\cos\varphi_2} \qquad (1)$$

$\cos\varphi_1 = 0{,}6$ $\quad\cos\varphi_2 = 0{,}8$ $\quad U = 12\,000$ V $\quad I_1 = 8$ A

$\sin\varphi_1 = 0{,}8$ $\quad\sin\varphi_2 = 0{,}6$ $\quad\omega = 100\,\pi$ rd/s

$$I_C = I_1\,\frac{(\sin\varphi_1\cos\varphi_2 - \cos\varphi_1\sin\varphi_2)}{\cos\varphi_2} = \frac{8\,(0{,}8\times 0{,}8 - 0{,}6\times 0{,}6)}{0{,}8}$$

$$= 10\,(0{,}64 - 0{,}36) = 10\times 0{,}28 = 2{,}8\text{ A.}$$

$$C = \frac{I_C}{U\,\omega} = \frac{2{,}8}{12\,000\times 100\,\pi}\text{ F} = \frac{2{,}8\times 10^6}{12\times 10^5\times\pi}\,\mu\text{F} = 0{,}74\ \mu\text{F}$$

mais cette capacité doit être soumise à une tension permanente de 12 kV.

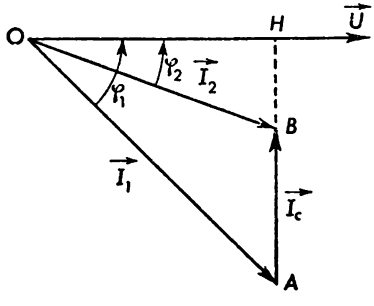


Fig. 18-3.

Le nouveau courant est :

$$I_2 = \frac{I_1\cos\varphi_1}{\cos\varphi_2} = 8\times\frac{0{,}6}{0{,}8} = 6\text{ A.}$$

On retient donc que à tension constante, la puissance est maintenue, la fréquence inchangée, le courant total diminué.

On pourrait faire fonctionner des appareils supplémentaires, tout en limitant le courant à 8 A, la puissance qu'ils consommeraient devrait bien entendu être produite, enregistrée, acquittée, l'intérêt résiderait dans une meilleure utilisation du dispositif de production et de transport.

REMARQUE (1).

La formule (1) peut encore s'écrire :

$$C = \frac{P}{U^2\,\omega}\left[\frac{\sin\varphi_1}{\cos\varphi_1} - \frac{\sin\varphi_2}{\cos\varphi_2}\right] = \frac{P}{U^2\,\omega}\left[\operatorname{tg}\varphi_1 - \operatorname{tg}\varphi_2\right] \quad \text{or} : \quad \begin{matrix} P = S\cos\varphi \\ Q = S\sin\varphi \end{matrix}$$

$$\text{d'où} : \frac{Q}{P} = \operatorname{tg}\varphi \longrightarrow P\operatorname{tg}\varphi = Q$$

$$\text{d'où} : C = \frac{1}{U^2\,\omega}\left[Q_1 - Q_2\right]$$

$$\boxed{C = \frac{Q_1 - Q_2}{U^2\,\omega}}$$

REMARQUE (2).

A la place de batteries de condensateurs, les réseaux de distribution installent parfois des moteurs synchrones (*voir* chapitre 23) qui surexcités « consomment de la puissance réactive négative », autrement dit en fournissent.

Ils sont désignés sous le nom de compensateurs synchrones.

Applications.

18-1. Un tube fluorescent de 40 W, 115 V, 50 Hz, a un facteur de puissance de 0,4.

1° Calculer la puissance apparente et l'intensité prises au réseau par le tube.

2° Déterminer la puissance réactive «absorbée»

Pour augmenter le facteur de puissance du tube jusqu'à 0,8 on monte un condensateur en parallèle avec le tube.

3° Calculer la puissance apparente et l'intensité prises au réseau par l'ensemble tube-condensateur.

4° Déterminer la nouvelle valeur de la puissance réactive «absorbée».

5° Quelle est la puissance réactive restituée par le condensateur?

6° Calculer la capacité du condensateur employé.

18-2. Un abonné de l'E.D.F. est desservi par un réseau alternatif 50 Hz, 120 V. Il a un compteur de 10 A (tolérance en plus, 20 %).

Son installation complète comporte au début 10 lampes de 60 W, un fer à repasser de 500 W, un radiateur électrique de 1 kW ; tous ces appareils se comportent comme des résistances pures.

1° En supposant tous les appareils branchés en même temps, quelle serait l'intensité du courant traversant le compteur? Ce dernier serait-il suffisant? Quelle précaution doit prendre l'abonné?

2° Dans le courant d'un mois, les lampes se trouvent allumées 120 heures, le radiateur 50 heures, le fer 20 heures. Quelle est la consommation d'énergie en kilojoules et en kilowatts-heures?

3° Le compteur ayant été remplacé par un compteur de 20 A, l'abonné fait installer un moteur consommant 1 kW avec un cos φ de 0,8. Calculer l'intensité du courant absorbé par le moteur seul.

4° Calculer le cos φ de l'installation lorsque le moteur fonctionne en même temps que les lampes.

5° Quelle est alors l'intensité du courant absorbé?

18-3. Une ligne de résistance 2 Ω amène un courant alternatif de fréquence 50 Hz à un compteur. La D.D.P. efficace aux bornes du compteur est constante et égale à 120 V.

1° Un appareil de chauffage branché après le compteur fonctionne pendant 5 h. Le compteur indique une consommation de 6 kWh.

Calculer l'intensité efficace du courant qui passe dans la ligne et la perte d'énergie dans la ligne pendant ces 5 h. (L'appareil de chauffage est formé d'une résistance pure).

2° On remplace cet appareil par un moteur qui fonctionne avec un facteur de puissance de 0,80. Mêmes questions sachant qu'en 5 h la consommation est aussi de 6 kWh.

3° Aux bornes du compteur on met seulement un condensateur de 10 μF Calculer l'intensité du courant, la perte en ligne pendant 5 h et la consommation indiquée par le compteur pour ces 5 h.

4° On branche de nouveau le moteur comme en 2°.

Montrer qu'un condensateur entre ses bornes améliore le facteur de puissance dans la ligne. Calculer pour quelle valeur de la capacité le facteur de puissance dans la ligne devient égal à 1.

5° Le moteur et l'appareil de chauffage sont branchés en dérivation aux bornes du compteur. Il n'y a pas de condensateur. Calculer le facteur de puissance dans la ligne.

(*Bacc. Paris.* 1947).

Réponses : 1° $I = 10$ A ; $W = 1$ kWh ;
2° $I = 12{,}5$ A ; $W = 1{,}56$ kWh ;
3° $I_e = 0{,}377$ A ; $W_l = 1{,}44$ Wh ; $W_i = 0$;
4° $C = 200$ μF ;
5° $\cos \varphi = 0{,}94$.

CHAPITRE 19

TRANSFORMATEURS

Constitution d'un transformateur monophasé

Un *circuit magnétique fermé*, formé de tôles d'acier doux isolées (vernis ou papier), porte *deux bobinages distincts* (*fig. 19-1*).

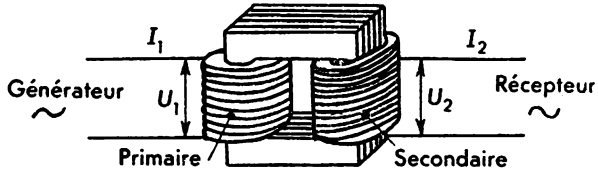


FIG. 19-1.

L'un de ces bobinages (alors appelé *primaire*) étant alimenté en *courant alternatif sinusoïdal* par un générateur, le second bobinage (alors appelé *secondaire*) peut débiter dans un récepteur un *courant alternatif sinusoïdal* de *même pulsation.*

L'intérêt du transformateur tient à la possibilité d'élever la tension et d'abaisser l'intensité des courants alternatifs, ou d'obtenir la transformation inverse, *sans diminution sensible de la puissance électrique transmise.*

Constatations expérimentales

1° *Transformateur à vide* (*fig. 19-2*).

Le secondaire ne débite pas de courant. On alimente le primaire sous tension variable. On constate que :

— le rapport des tensions est constant :

$$\boxed{\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} = m}$$

N_1 = nombre de spires du primaire ;
N_2 = nombre de spires du secondaire ;
m = rapport de transformation.

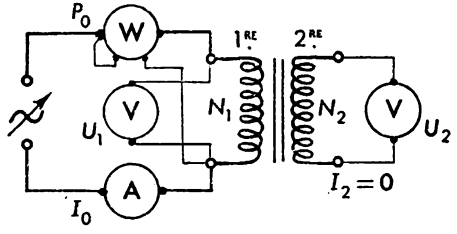


Fig. 19-2.

— la puissance active P_0 (W) consommée à vide reste très faible devant la puissance nominale que l'appareil peut transférer ;

— l'intensité du courant primaire I_0 à vide est faible, ainsi que le facteur de puissance du primaire.

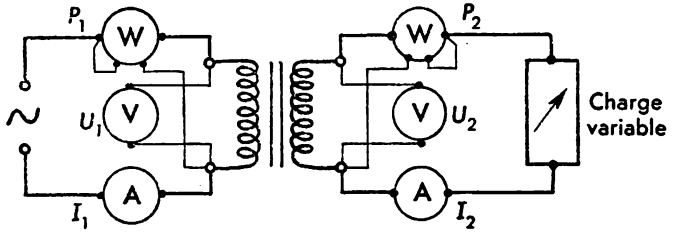


Fig. 19-3.

2° *Transformateur en charge (fig. 19-3).*

Le primaire étant alimenté sous une tension constante voisine de la tension nominale prévue, et la charge du secondaire variant, on constate que :

— la tension secondaire U_2 varie peu (chute maximale de 2 à 3 %) ;

— quand la charge augmente, I_1 augmente comme I_2, et le rapport I_1/I_2 est voisin de m ; on peut donc écrire :

$$\boxed{\frac{U_2}{U_1} \approx \frac{I_1}{I_2} \approx \frac{N_2}{N_1}} \quad \text{et} \quad \boxed{N_1 I_1 \approx N_2 I_2}$$

— le facteur de puissance est sensiblement le même au primaire et au secondaire : $\cos \varphi_1 \approx \cos \varphi_2$;

— la puissance consommée par le primaire est très peu supérieure à la puissance fournie par le secondaire : le rendement est bon.

Etude théorique sommaire du transformateur

1° *Transformateur à vide.*

a) Le courant alternatif $i_0 = I_{0m} \sin \omega t$ circulant dans le primaire produit dans le circuit magnétique (*fig. 19-4*) de perméabilité relative μ_r, une induction magnétique variable

$$B = 4 \pi \times 10^{-7} \mu_r \frac{N_1}{l} i_0.$$

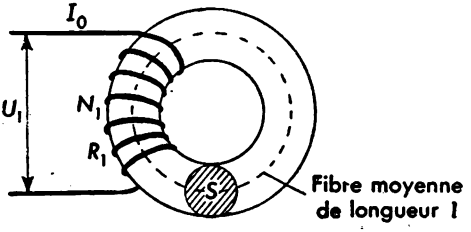


FIG. 19-4.

Si B reste toujours au-dessous de la valeur de saturation (portion rectiligne de la courbe d'aimantation du fer), μ_r est sensiblement constant, et l'induction est proportionnelle à i_0 : l'*induction est sinusoïdale, et en phase avec* i_0 :

$$B = B_m \sin \omega t, \text{ avec } B_m = 4 \pi \times 10^{-7} \mu_r \frac{N_1}{l} I_{0m}.$$

b) Le *flux magnétique* à travers une section du circuit magnétique est également *sinusoïdal*, et *en phase avec* i_0 :

$$\Phi = S B_m \sin \omega t, \text{ avec } \Phi_m = 4 \pi \times 10^{-7} \mu_r \frac{N_1}{l} S I_{0m} = \frac{N_1 I_{0m}}{\mathcal{R}}$$

(formule d'Hopkinson).

c) Toute spire entourant le noyau, traversée par ce *flux variable*, est le siège d'une F.E.M. induite :

$$e_s = - \frac{d\Phi}{dt} = - \omega S B_m \cos \omega t = \omega S B_m \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

déphasée de $\pi/2$ en arrière par rapport à i_0, et représentée dans le diagramme de la figure *19-5* par un vecteur $\vec{E}_s$ en quadrature arrière avec $\vec{I}_0$, de module égal à la valeur efficace :

$$E_S = \frac{\omega S B_m}{\sqrt{2}} = \frac{2 \pi f S B_m}{\sqrt{2}} \approx 4{,}44 f S B_m$$

EXEMPLE : En limitant l'induction à la valeur $B_m = 1$ Wb/m² pour un circuit de section $S = 100$ cm² $= 10^{-2}$ m², le primaire étant alimenté à la fréquence $f = 50$ Hz, chaque spire est le siège d'une F.E.M. de valeur efficace $E_S = 4{,}44 \times 50 \times 10^{-2} \times 1 = 2{,}22$ V.

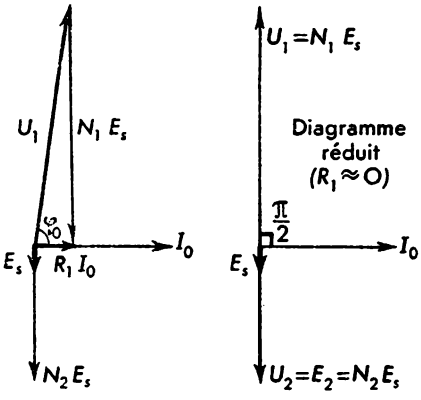


FIG. 19-5.

d) L'enroulement primaire est le siège d'une F.E.M. induite $e_1 = N_1 e_s$: soumis à la tension primaire u_1, il est traversé par le courant i_0 tel que : $u_1 = R_1 i_0 - e_1$ (chap. 16-3), ou $u_1 + e_1 = R_1 i_0$, soit vectoriellement (en valeurs efficaces) $\overrightarrow{U_1} + \overrightarrow{N_1 E_s} = \overrightarrow{R_1 I_0}$, relation traduite par le diagramme de la figure *19-5*.

La résistance de l'enroulement étant faible, on voit que le facteur de puissance du primaire est alors très faible, et l'on peut même écrire : $U_1 = N_1 E_s$ et réduire le diagramme à la forme voisine.

e) L'enroulement secondaire est le siège d'une F.E.M. $e_2 = N_2 e_s$, dont le voltmètre (*fig. 19-2*) donne la valeur efficace $U_2 = E_2 = N_2 E_s$.

f) En rapprochant ces résultats, on tire

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2 E_s}{N_1 E_s} = \frac{N_2}{N_1}$$

2° *Transformateur en charge* (*à* U_1 constant).

a) Quand on charge le secondaire, le primaire reçoit une puissance électrique plus grande à transmettre : U_1 restant constant, I_1 augmente. Le diagramme du primaire se déforme, mais le produit $R_1 I_1$ reste faible si R_1 est très faible, et on a toujours sensiblement $U_1 = N_1 E_s$, ce qui établit la constance de E_s, donc la *constance de l'induction maximale* B_m *et du maximum du flux* Φ.

b) Mais le flux Φ lors de la charge est produit par l'addition des ampères-tours instantanés $N_1 i_1$ du primaire et $N_2 i_2$ du secondaire. De la constance de l'induction B_m découle donc l'égalité : $N_1 i_1 + N_2 i_2 = N_1 i_0$, soit vectoriellement $\overrightarrow{N_1 I_1} + \overrightarrow{N_2 I_2} = \overrightarrow{N_1 I_0}$.

La figure *19-6* fait apparaître le diagramme vectoriel des « ampères-tours » excitateurs, établi à partir du diagramme réduit de la figure *19-5* et dans deux cas ($\varphi_2 = 0$ et φ_2 arrière) correspondant à la charge du secondaire par récepteur uniquement résistant pour l'un, résistant et inductif pour l'autre.

Quand I_2 augmente, le « triangle des ampères-tours » (hachuré) s'allonge suivant la ligne pointillée. Pour les fortes charges, on retrouve sensiblement les relations :

$$N_1 I_1 \approx N_2 I_2 \quad \text{ou} \quad \frac{N_1}{N_2} \approx \frac{I_2}{I_1} \quad \text{et} \quad \cos \varphi_1 \approx \cos \varphi_2.$$

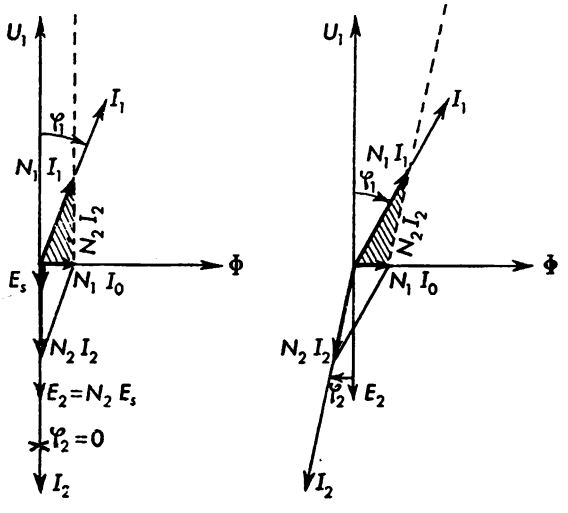


Fig. 19-6.

Rendement du transformateur

La mesure du rendement par la méthode de la figure *19-3* est difficilement pratiquable pour des transformateurs de grande puissance. De plus le pourcentage des erreurs d'appareils est du même ordre de grandeur que celui des pertes. On préfère pratiquement déterminer le rendement par la méthode des pertes séparées :

1° Les pertes en chaleur dans le fer (hystérésis et courants de Foucault) ne dépendent que de B_m et de f ; elles sont donc constantes quand U_1 est fixée en grandeur et fréquence. On les détermine par l'essai à vide sous tension nominale U_1. On a :

$$P_F = P_0 - R_1 I^2_0 \approx P_0 \, (R_1 I^2_0 \text{ étant toujours très faible}).$$

2° Les pertes en chaleur par effet Joule dans les enroulements peuvent être calculées dans les conditions d'emploi :

$$P_J = R_1 I^2_1 + R_2 I^2_2.$$

On peut également les mesurer par un essai en court-circuit : le secondaire étant fermé sur un ampèremètre de faible résistance, on alimente le primaire *sous tension réduite* (B_m est alors faible et les pertes fer négligeables). Quand le courant au secondaire atteint la valeur I_2 choisie, le wattmètre mesure les pertes Joule P_J.

3° Pour la charge P_2 choisie, on détermine la puissance électrique P_1 consommée par le transformateur : $P_1 = P_2 + P_F + P_J$ et on calcule le rendement.

Pour un transformateur bien construit, le rendement en puissance passe par un maximum lorsque $P_J = P_F$, et cette condition doit être réalisée au voisinage de la charge nominale (le constructeur, qui ne peut tenir compte d'avance des conditions d'emploi, exprime la charge nominale sous forme d'une *puissance apparente*, en VA ou kVA).

Applications

19-1. Sur un circuit magnétique fermé, de longueur moyenne 50 cm, de section utile 16 cm², on doit prévoir les enroulements nécessaires pour constituer un transformateur élévateur 125 V/220 V, fréquence 50 Hz.

1° Déterminer le nombre de spires de chaque enroulement, l'induction ne devant pas dépasser la valeur $B_m = 0{,}8$ Wb/m².

2° Quelle est la valeur efficace du courant à vide au primaire alimenté sous 125 V qui correspond à cette valeur de B_m? (utiliser la courbe d'aimantation du fer doux du chapitre 10).

Solution. — 1° La F.E.M. par spire aura pour valeur efficace :

$$E_S = 4{,}44\, f\, S\, B_m = 4{,}44 \times 50 \times 16 \times 10^{-4} \times 0{,}8 = 0{,}284 \text{ V}.$$

La formule $U_1 = N_1 E_S$ donne pour l'enroulement primaire :

$$N_1 = \frac{U_1}{E_S} = \frac{125}{0{,}284} = 440 \text{ spires}.$$

De la relation : $\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1}$ on tire : $N_2 = N_1 \times \frac{U_2}{U_1}$

soit pour l'enroulement secondaire : $N_2 = 440 \times \frac{220}{125} = 744$ spires.

On peut aussi calculer N_2 par la formule $U_2 = N_2 E_S$, qui donne :

$$N_2 = \frac{U_2}{E_S} = \frac{220}{0{,}284} = 744 \text{ spires}.$$

2° D'après les valeurs données au chapitre 10, $B_m = 0{,}8$ Wb/m² correspond à une excitation maximale de 205 A tr/m. Pour une longueur de 0,50 m, il faudra :

$$N_1 I_{0m} = 205 \times 0{,}5 = 102{,}5 \text{ A tr}.$$

$$\text{D'où : } I_{0m} = \frac{102{,}5}{440} = 0{,}233 \text{ A},$$

$$\text{correspondant à la valeur efficace : } I_0 = \frac{0{,}233}{\sqrt{2}} = 0{,}165 \text{ A}.$$

19-2. Un transformateur monophasé élévateur porte les indications du constructeur : 115 V/230 V ; 50 Hz ; 1 000 VA. On donne les résistances $R_1 = 0{,}2\ \Omega$; $R_2 = 0{,}8\ \Omega$.

1° Un essai à vide donne $U_1 = 115$ V ; $I_0 = 0{,}64$ A ; $P_0 = 34$ W. Déterminer les pertes fer.

2° Evaluer les intensités nominales primaire et secondaire.

3° En utilisant les formules approchées du transformateur, évaluer le rendement lorsque le secondaire débite un courant de 4 A dans un récepteur uniquement résistant.

Solution. — 1° Dans l'essai à vide, les pertes Joule au primaire sont égales à $R_1 I^2_0 = 0{,}2 \times 0{,}64 \times 0{,}64 = 0{,}08$ W (négligeables). On en déduit que les pertes fer sont égales à P_0 : $P_F = 34$ W.

2° Les intensités nominales sont :

— au primaire : $I_{1N} = \dfrac{P_N}{U_{1N}} = \dfrac{1\,000}{115} = 8{,}7$ A ;

— au secondaire : $I_{2N} = \dfrac{P_N}{U_{2N}} = \dfrac{1\,000}{230} = 4{,}35$ A.

3° Pour $I_2 = 4$ A, on aura : $I_1 = 8$ A $\left(\dfrac{I_1}{I_2} = \dfrac{U_2}{U_1} = \dfrac{230}{115} = 2\right)$

Dans ces conditions, les pertes Joule seront :

$$P_J = R_1 I^2_1 + R_2 I^2_2 = 0{,}2 \times 64 + 0{,}8 \times 16 = 12{,}8 + 12{,}8 = 25{,}6 \text{ W}.$$

En supposant constante la tension secondaire $U_2 = 230$ V, la puissance utile est : $P_2 = U_2 I_2 = 230 \times 4 = 920$ W.

La puissance appelée au primaire est donc :

$$P_1 = P_2 + P_F + P_J = 920 + 34 + 26 = 980 \text{ W}.$$

$$\text{Rendement} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{920}{980} = 0{,}94 \text{ ou } 94\ \%.$$

19-3. Un transformateur de rapport $m = N_2/N_1$, supposé parfait, alimenté sous tension alternative primaire U_1, est traversé au primaire par un courant I_1 lorsque son secondaire est fermé sur un récepteur d'impédance Z_2. Déterminer l'impédance ramenée au primaire (par définition, c'est le quotient U_1/I_1 pour le transformateur chargé par Z_2 au secondaire).

Solution. — Le transformateur étant supposé parfait, on peut écrire :

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = m \quad \text{et} \quad \cos\varphi_1 = \cos\varphi_2.$$

Pour le secondaire, on a : $U_2 = Z_2 I_2$ ou $Z_2 = \dfrac{U_2}{I_2}$

Pour le primaire, on a : $U_1 = Z_1 I_1$ ou $Z_1 = \dfrac{U_1}{I_1}$

On peut écrire :

$$Z_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{U_1}{U_2} \times \frac{U_2}{I_1} = \frac{U_1}{U_2} \times \frac{Z_2 I_2}{I_1} = Z_2 \times \frac{U_1}{U_2} \times \frac{I_2}{I_1} \quad \text{ou} \quad Z_1 = \frac{Z_2}{m^2}.$$

De plus, l'égalité $\cos\varphi_1 = \cos\varphi_2$ montre que Z_1 et Z_2 ont le même facteur de puissance, donc que Z_1 et Z_2 sont des impédances « semblables ».

19-4. Comment faut-il choisir le rapport de transformation d'un transformateur d'adaptation, pour que le primaire soit équivalent à une résistance de 10 000 Ω lorsqu'on ferme le secondaire sur une résistance de 4 Ω?

Réponse : $m = 50$.

19-5. On admet une induction maximale $B_m = 0{,}8$ Wb/m² dans un circuit magnétique de transformateur (section utile 150 cm², longueur de la ligne d'induction moyenne 1,50 m). Le primaire comporte 2 000 spires, le secondaire 120 spires. La fréquence des courants sera de 50 Hz. On demande :

1° Les tensions primaire et secondaire correspondant à la valeur donnée pour B_m.

2° La valeur efficace de l'intensité primaire à vide correspondante (voir acier doux du chapitre 10).

Réponses : 1° 5 300 V ; 320 V.
2° 0,108 A.

19-6. On alimente sous 110 V, 50 Hz le primaire (80 spires) d'un transformateur. Calculer :

1° la tension aux bornes du secondaire (600 spires) ;

2° l'induction maximale dans le circuit magnétique (section utile 90 cm²).

Réponses : 1° 825 V. 2° 0,688 Wb/m².

19-7. Les enroulements d'un transformateur comportent l'un 3 750 spires, l'autre 125 spires.

1° Le transformateur est utilisé comme élévateur de tension. Aux bornes du primaire on maintient une différence de potentiel alternative de valeur efficace 100 $\sqrt{2}$ volts. Les bornes du secondaire sont reliées par un condensateur de 1 microfarad, qui se décharge brusquement par étincelle quand la tension au secondaire atteint son maximum. Calculer l'énergie dégagée dans chaque décharge.

2° Le transformateur est utilisé comme abaisseur de tension. Aux bornes du primaire on maintient une différence de potentiel alternative de valeur efficace 3 000 V. Les bornes du secondaire sont reliées par une résistance pure R qui consomme une puissance de 1 kW. Calculer la valeur de R ainsi que les intensités efficaces dans les deux enroulements du transformateur.

3° On remplace la résistance R par un moteur qui consomme une puissance de 1 kW et dans lequel le courant est déphasé de 1/8 de période par rapport à la différence de potentiel. Calculer l'intensité efficace de ce courant.

4° Entre les bornes du secondaire, on met en dérivation la résistance R et le moteur M. Calculer l'intensité efficace dans le secondaire du transformateur et le facteur de puissance de l'ensemble.

(*Bacc. Grenoble.* 1939).

Réponses : 1° 18 J. 2° 10 Ω ; 10 A ; 0,33 A.
3° 14,14 A. 4° 0,90 ; 22,5 A.

19-8. Un transformateur monophasé est alimenté sous une tension sinusoïdale de valeur efficace 10 kV. Lorsque son secondaire fournit un courant de 125 A dans un récepteur dont le facteur de puissance est 0,80, son rendement est de 0,947, la chute de tension au secondaire est de 4 % de la tension à vide, et la puissance réactive absorbée par le primaire est 16 200 VA r. Le primaire a 1 500 spires sa résistance à chaud est 68,9 Ω. Le secondaire a 30 spires et sa résistance à chaud est 0,008 6 Ω.

Calculer :

1° la tension secondaire en charge ;

2° la puissance active primaire ;

3° le facteur de puissance primaire ;

4° l'intensité du courant primaire ;

5° la puissance dissipée par hystérésis et courants de Foucault dans le circuit magnétique.

Réponses : 192 V ; 20 300 W ; 0,782 ; 2,60 A ; 490 W.

19-9. Calculer le rendement d'un transformateur réducteur de tension avec les mesures suivantes :

1° Intensités efficaces en charge { **Primaire : 5 ampères.** / **Secondaire : 280 ampères.**

2° Tension secondaire : 110 V ; cos $\varphi_2 = 1$.

3° Puissance consommée à vide : 637 W.

On sait d'autre part que le circuit primaire a une résistance de 10 ohms alors que la résistance du secondaire est 0,004 Ω.

Réponse : 96 %.

19-10. Le primaire d'un transformateur réducteur de tension a 25 fois plus de spires que le secondaire. A vide il absorbe 0,75 A et son facteur de puissance est 0,096. La tension au primaire étant 3 000 V trouver la puissance ainsi absorbée et la tension au secondaire.

A pleine charge la chute de tension secondaire est 1,25 % pour un facteur de puissance supposé égal à 1 ; l'intensité efficace du courant utilisé étant 180 A on demande :

1° La tension au secondaire.

2° La puissance fournie par ce secondaire.

3° L'intensité du courant primaire si le rendement du transformateur est supposé égal à 1.

Réponses : 216 W, 120 V, 119 V.
21,3 kW, 7,11 A.

19-11. On sait que l'induction entretenue dans les tôles d'un transformateur réducteur de tension est $B = 0{,}7$ Wb/m². La section utile des tôles est de 120 cm². Le primaire étant alimenté par du courant alternatif à 40 hertz, sous une différence de potentiel efficace de 2 200 V, on obtient 110 V au secondaire. Trouver dans ces conditions :

1° Les nombres de spires des deux circuits ;

2° Que serait la tension obtenue aux bornes du primaire de la bobine si l'on branchait son secondaire à une source donnant 500 V aux bornes?

Réponses : 1 474 et 74 spires ; 10 000 V.

19-12. Pour alimenter un petit réseau d'éclairage absorbant à pleine charge 200 A sous 125 V, on dispose d'une petite chute d'eau pouvant entraîner un système turbine-alternateur, le tout situé à 3 km du point d'utilisation.

1° On envisage une ligne bifilaire reliant directement la source d'énergie à l'utilisation, et on admet une perte de puissance en ligne égale au cinquième de la puissance utile.

a) **Calculer la résistance de la ligne et le diamètre du fil nécessaire (résistivité** $1{,}6 \times 10^{-8}$ **Ω m).**

b) **Calculer le poids de cuivre nécessaire (densité 8,8).**

2° On envisage ensuite de placer au point d'utilisation un transformateur abaisseur de tension 3 000 V/125 V, et d'amener le courant de l'alternateur au transformateur par une ligne de 5 mm² de section utile.

a) **Calculer la résistance de la ligne et son poids ;**

b) **Calculer l'intensité en ligne à pleine charge et la puissance perdue en ligne dans ces conditions ;**

c) **Sous quelle tension l'alternateur doit-il fournir le courant à la ligne?**

d) **La résistance des enroulements du transformateur est de 1,2 Ω au primaire et de 0,01 Ω au secondaire ; les pertes dans le fer sont égales aux pertes joule en charge ; calculer les pertes totales du transformateur en charge.**

3° Faire une comparaison des deux systèmes de transport de l'énergie électrique.

CHAPITRE 20

TENSIONS TRIPHASÉES

Examen d'une installation triphasée

Une installation triphasée se présente généralement avec quatre bornes

— l'une marquée *N* (neutre), (*fig. 20-1*) ;

— les trois autres marquées respectivement (I, II, III) sont les bornes de phases.

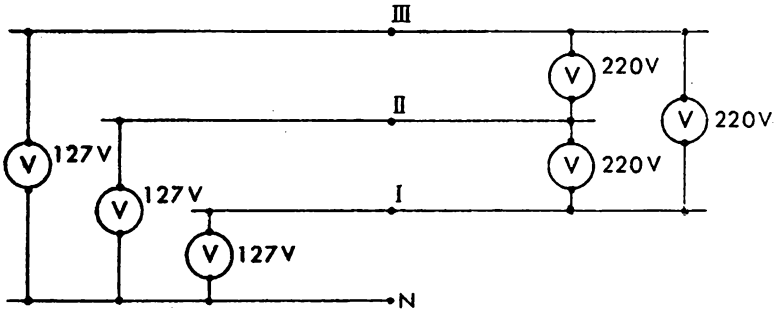


FIG. 20-1.

Entre la borne *N* et l'une quelconque des trois bornes de phases, le voltmètre indique trois tensions égales *V* par exemple 127 V ; ce sont les *tensions simples.*

Entre deux quelconques des trois bornes de phases, le voltmètre indique trois tensions égales *U* qui sur la même installation sont de 220 volts ; ce sont les *tensions composées.*

Justification des observations

— Les *trois tensions simples* :

v_1 représentable par un vecteur $\overrightarrow{V_1}$
v_2 représentable par un vecteur $\overrightarrow{V_2}$
v_3 représentable par un vecteur $\overrightarrow{V_3}$

ont même amplitude V *(fig.20-2)*.

et sont entre elles régulièrement déphasées d'un tiers de période ; elles ont pour expressions instantanées :

$$v_{I,N} = V_m \sin \omega t$$

$$v_{II,N} = V_m \sin \omega \left(t - \frac{T}{3} \right) = V_m \sin \left(\omega t - \omega \frac{T}{3} \right) = V_m \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$v_{IIIN} = V_m \sin \omega \left(t - \frac{2T}{3} \right) = V_m \sin \left(\omega t - \frac{2\omega T}{3} \right) = V_m \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right)$$

— Les *trois tensions composées*

$u_3 = v_{I,II} = v_{I,N} - v_{II,N}$

$u_1 = v_{II,III} = v_{II,N} - v_{III,N}$

$u_2 = v_{III,I} = v_{III,N} - v_{I,N}$

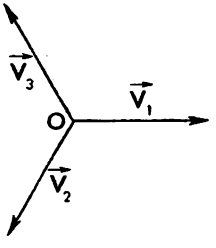


FIG. 20-2.

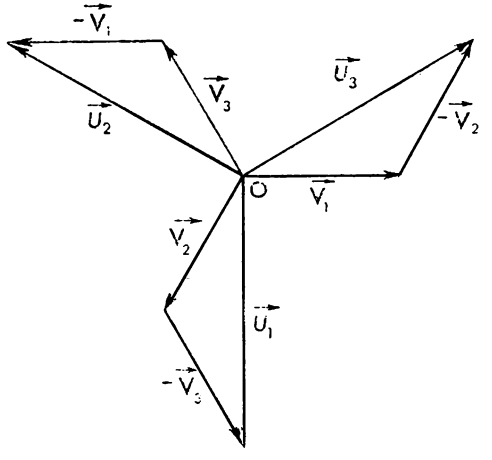


FIG. 20-3.

sont donc représentables par les trois vecteurs *(fig. 20-3)* :

$$\overrightarrow{U_3} = \overrightarrow{V_1} - \overrightarrow{V_2}$$

$$\overrightarrow{U_1} = \overrightarrow{V_2} - \overrightarrow{V_3}$$

$$\overrightarrow{U_2} = \overrightarrow{V_3} - \overrightarrow{V_1}$$

qui ont aussi même amplitude et sont entre eux régulièrement déphasés d'un tiers de période.

Les trois triangles isocèles ainsi formés sont égaux et dans chacun d'eux la base vaut :

$$U = 2\,OH = 2\,V\cos 30^\circ = 2\,V\frac{\sqrt{3}}{2} = V\sqrt{3}\ \textit{(fig. 20-1)}.$$

$$\boxed{U = V\sqrt{3}}$$

Ex. pour $V = 127$ volts.

$$U = 127\sqrt{3} = 220\ \text{V}$$

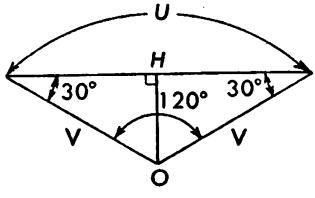


FIG. 20-1.

Les angles $(\overrightarrow{V_2}, \overrightarrow{U_1})$, $(\overrightarrow{V_1}, \overrightarrow{U_3})$, $(\overrightarrow{V_3}, \overrightarrow{U_2})$ valent 30°.

Les angles $(\overrightarrow{U_1}, \overrightarrow{V_1})$, $(\overrightarrow{U_2}, \overrightarrow{V_2})$, $(\overrightarrow{U_3}, \overrightarrow{V_3})$ valent 90°.

Les trois tensions $\overrightarrow{U_1}$, $\overrightarrow{U_2}$, $\overrightarrow{U_3}$ sont donc en quadrature arrière par rapport aux tensions simples de même indice.

Finalement on dispose de deux systèmes de trois tensions régulièrement déphasées :

— celui des tensions simples,

— celui des tensions composées,

et en outre de tensions en quadrature mais d'amplitudes inégales.

Applications

20-1. La valeur efficace de la tension simple d'une installation triphasée haute tension est 220 kV ; quelle est la valeur de la tension composée.

Réponse : $U = 380$ kV.

20-2. Ecrire les expressions algébriques des trois tensions composées en considérant les orientations des trois vecteurs tensions composées sur le diagramme général des tensions et en prenant pour origine $\overrightarrow{V_1}$.

20-3. Deux lampes identiques de tension normale 120 V sont mises en série entre les bornes de phases d'une installation triphasée dont la tension simple est 120 V. Quelle est la tension aux bornes de chacune d'elles?

Réponse : 110 V.

CHAPITRE 21

RÉCEPTEURS ASSOCIÉS en ÉTOILE et en TRIANGLE

On dispose d'une installation triphasée et de trois récepteurs. Les associations de ces récepteurs sont :

Montage étoile (*fig. 21-1*)

$$\boxed{\vec{J}_N = \vec{J}_1 + \vec{J}_2 + \vec{J}_3}$$

Dans cette association les trois récepteurs sont soumis à *la même tension*, la *tension simple.*

Tout se passe comme s'il y avait *trois sources indépendantes.* Si :

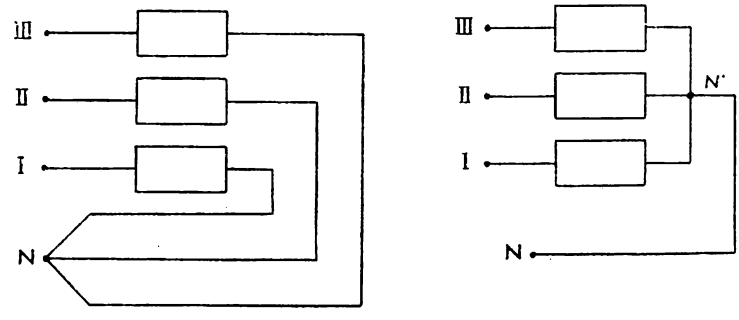
1° les trois *récepteurs sont quelconques*, les trois courants, $\vec{J}_1$, $\vec{J}_2$, $\vec{J}_3$, sont quelconques, les puissances aussi : $\vec{J}_1 + \vec{J}_2 + \vec{J}_3 = \vec{J}_N \neq 0$;

2° les *trois récepteurs sont identiques*, leurs puissances, leurs courants sont égaux, ceux-ci sont régulièrement déphasés.

$$\vec{J}_1 + \vec{J}_2 + \vec{J}_3 = \vec{J}_N = 0.$$

Puisque $\vec{J}_N = 0$ on peut supprimer le conducteur destiné au transport d'un courant nul.

Pratiquement, on maintient généralement un conducteur de faible section à cause des imperfections d'identité entre les trois récepteurs. Sans fil neutre avec trois récepteurs quelconques, le potentiel de N' est généralement différent du potentiel de N. Il y a déséquilibre. Les calculs relatifs à ce cas sont généralement difficiles.



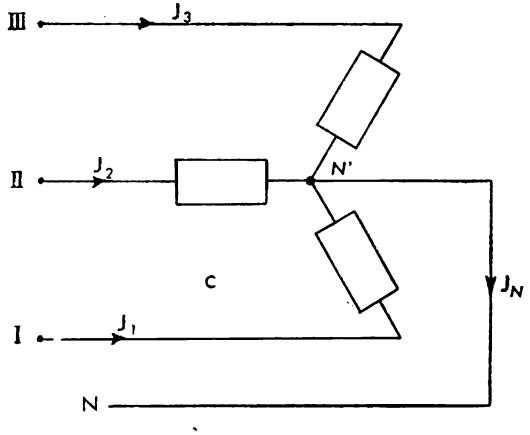


FIG. 21-1.

Montage triangle (*fig. 21-2*)

Chacun des récepteurs est soumis à l'une des tensions composées. Conventionnellement on compte positivement :

j_3 lorsqu'il se rend de *I* vers *II*

j_1 lorsqu'il se rend de *II* vers *III*

j_2 lorsqu'il se rend de *III* vers *I*

Aux trois sommets, quels que soient ces courants :

$$j_2 + i_1 = j_3 \quad \text{d'ou :} \quad \vec{J}_2 + \vec{I}_1 = \vec{J}_3 \qquad (1)$$

$$j_3 + i_2 = j_1 \qquad \vec{J}_3 + \vec{I}_2 = \vec{J}_1 \qquad (2)$$

$$j_1 + i_3 = j_2 \qquad \vec{J}_1 + \vec{I}_3 = \vec{J}_2 \qquad (3)$$

FIG. 21-2.

Si les *trois récepteurs sont identiques* les trois courants $\vec{J}_1$, $\vec{J}_2$, $\vec{J}_3$ ont mêmes amplitudes et sont régulièrement déphasés (*fig. 21-3*)

(3) s'écrit : $\vec{I}_3 = \vec{J}_2 - \vec{J}_1$ (*fig. 21-4*) et :

$$I - 2\,J\cos 30^\circ = 2\,J\,\frac{\sqrt{3}}{2} = J\sqrt{3}.$$

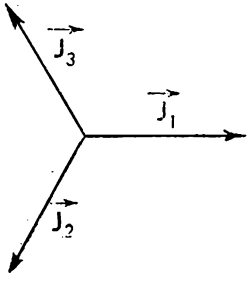


FIG. 21-3.

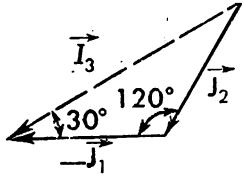


FIG. 21-4.

Le courant en ligne vaut $\sqrt{3}$ *fois le courant dans l'un de ces récepteurs identiques.*

Calcul de la puissance consommée par un récepteur triphasé équilibré (le réseau correspond au système défini en 20-2) et les trois récepteurs sont identiques.

Les tensions simples sont désignées par V ;

Les tensions composées sont désignées par U ;

Les courants dans les lignes par I ;

Les courants dans les récepteurs par J.

φ *est le déphasage entre le courant dans un récepteur et la tension* X *qui le produit.*

Que les récepteurs soient associés en étoile ou en triangle la puissance consommée dans chacun d'eux est donc :

$$P_1 = X\,J\cos\varphi$$

donc pour les trois :

$$P_t = 3\,X\,J\cos\varphi$$

dans le cas du montage étoile

$J = I$ (*fig. 21-1c*)

$$X = \frac{U}{\sqrt{3}}$$

$$P_t = \frac{3\,U}{\sqrt{3}}\,I\cos\varphi$$

$$\boxed{P_t = U\,I_{etoile}\,\sqrt{3}\cos\varphi}$$

dans le cas du montage triangle

$X = U$

$I = J\sqrt{3}$ (*voir* ci-dessus)

$$P_t = 3\,U\,\frac{I}{\sqrt{3}}\cos\varphi$$

$$\boxed{P_t = U\,I_{triangle}\,\sqrt{3}\cos\varphi}$$

REMARQUE ESSENTIELLE. — L'unicité d'expression de la puissance consommée par trois récepteurs triphasés identiques ne doit pas laisser croire à l'indifférence de leur association en étoile ou en triangle.

Pour le constater, supposons qu'on dispose de trois récepteurs identiques d'un réseau triphasé. Calculons directement la puissance dans les deux cas.

Etoile

$$P_1 = V\,J\cos\varphi = V\,\frac{V}{Z}\cos\varphi$$

$$P_t = 3\,P_1 = \frac{3\,V^2}{Z}\cos\varphi = \frac{U^2}{Z}\cos\varphi$$

Triangle

$$P_1 = U\,J\cos\varphi = U\,\frac{U}{Z}\cos\varphi$$

$$P_t = 3\,P_1 = \frac{3\,U^2}{Z}\cos\varphi$$

La puissance dans le cas du montage triangle est trois fois plus grande que dans le cas du montage étoile, résultat attendu puisque chaque récepteur est soumis à une tension $\sqrt{3}$ fois plus grande, il est donc le siège d'une puissance trois fois plus grande (courant et tension sont $\sqrt{3}$ fois plus grands dans chacun d'eux).

Les deux formules ci-dessus *confirment ce fait.*

Dans chacune d'elles, U, $\sqrt{3}$, $\cos\varphi$ ont même valeur, mais I représente

le courant dans la *ligne* qui alimente le *montage étoile*	le courant dans la *ligne* qui alimente le *montage triangle*
ce courant I est égal au courant J dans le récepteur.	ce courant I vaut $\sqrt{3}$ fois le courant J dans le récepteur, qui lui-même est $\sqrt{3}$ fois plus élevé que dans le cas du montage étoile.

Le courant dans les lignes qui alimentent le triangle est donc trois fois plus élevé que le courant dans les lignes qui alimentent l'étoile.

Cette propriété est exploitée lors du démarrage des moteurs asynchrones où dans un premier temps, les enroulements sont associés en étoile, et dans un deuxième temps en triangle.

Mesure de la puissance consommée par un récepteur triphasé.

On établit que la puissance consommée par un récepteur triphasé *équilibré ou non* est mesurée par la somme des puissances indiquées par deux wattmètres ainsi montés (*fig. 21-5*) :

— circuits « intensité » dans deux fils de ligne ;

— circuits « tension » entre ce fil et le troisième.

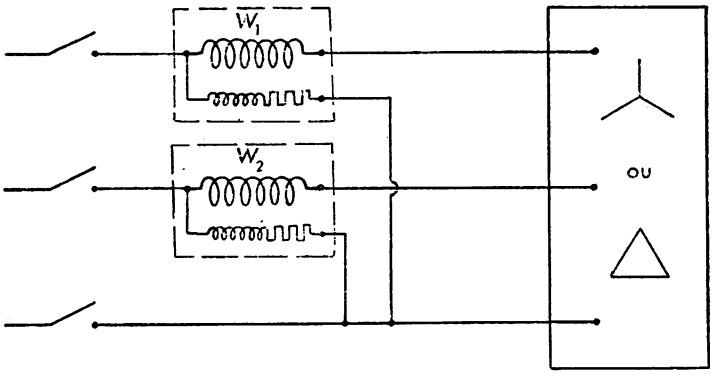


FIG. 21-5.

Toutefois ce montage ne convient pas dans le cas d'un *récepteur étoile avec fil neutre déséquilibré* car dans ce cas on a trois récepteurs différents, dont l'alimentation est assurée par trois sources indépendantes.

Indications de chacun des wattmètres.

Le premier wattmètre traversé par le courant i_1, soumis à la tension $v_1 - v_3 = -u_2$, effectue la valeur moyenne du produit $-i_1 u_2$.

Il mesure donc la puissance $P_1 = I_1 U_2 \cos(\vec{I_1}, -\vec{U_3})$.

Le deuxième wattmètre traversé par le courant i_2, soumis à la tension $v_2 - v_3 = + u_1$ effectue la valeur moyenne du produit $i_2 u_1$.

Il mesure donc la puissance $P_2 = I_2 U_1 \cos(\vec{I_2}, \vec{U_1})$.

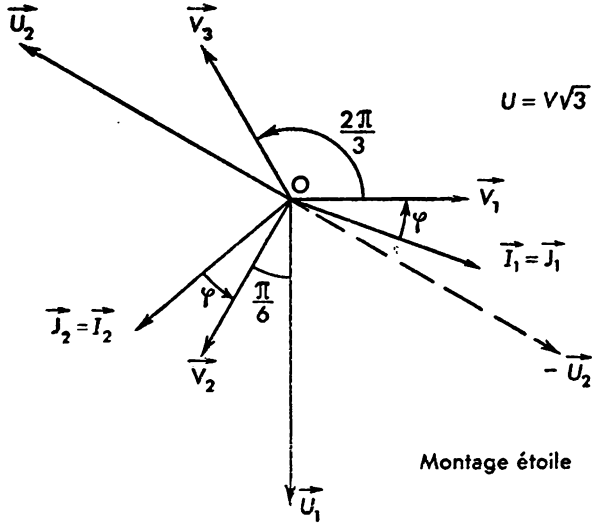


FIG. 21-6.

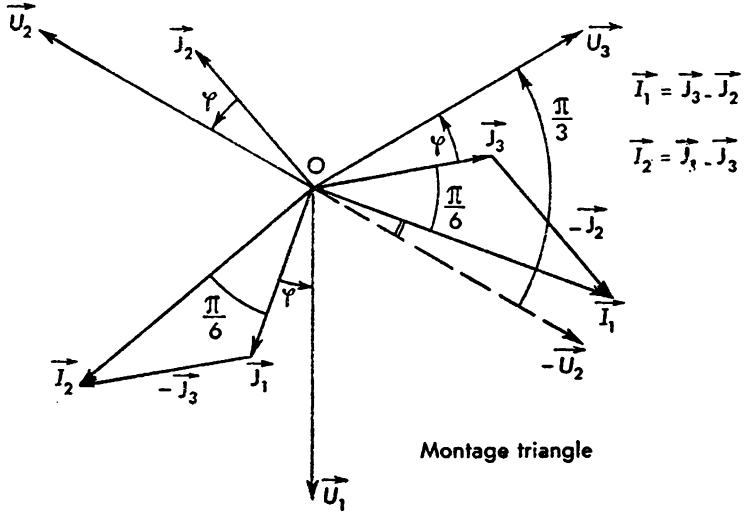


FIG. 21-7.

Dans le cas où le *récepteur est équilibré*, les expressions ci-dessus prennent des formes particulières que les diagrammes permettent d'atteindre.

Montage étoile (fig. 21-6).	*Montage triangle (fig. 21-7).*
$(\vec{I}_1, -\vec{U}_3) = (-\frac{\pi}{6} + \varphi)$	$-(\vec{I}_1, -\vec{U}_3) + \varphi + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$
	$(\vec{I}_1 - \vec{U}_2) = \varphi - \frac{\pi}{6}$
$(\vec{I}_2, \vec{U}_1) = (\frac{\pi}{6} + \varphi)$	$(\vec{I}_2, \vec{U}_1) = \frac{\pi}{6} + \varphi$

Quel que soit le montage (mais pour un récepteur équilibré) :

— le premier wattmètre W_1 mesure :

$$P_1 = U_3 I_1 \cos\left(-\frac{\pi}{6} + \varphi\right) = U I \cos\left(\frac{\pi}{6} - \varphi\right)$$

— le deuxième wattmètre W_2 mesure :

$$P_2 = I_2 U_1 \cos\left(\frac{\pi}{6} + \varphi\right) = U I \cos\left(\frac{\pi}{6} + \varphi\right)$$

REMARQUE :

Leurs indications sont identiques si $\varphi = 0$.

L'une des indications est nulle pour $\varphi = \pm \pi/3$.

L'une des indications est négative pour $\varphi > \pi/3$ ou $\varphi < -\pi/3$.

La somme $P = P_1 + P_2 = U I \cos\left(\frac{\pi}{6} - \varphi\right) + U I \cos\left(\frac{\pi}{6} + \varphi\right)$

$$= U I \left[\cos\left(\frac{\pi}{6} - \varphi\right) + \cos\left(\frac{\pi}{6} + \varphi\right)\right]$$

$$= U I \left[\cos\frac{\pi}{6}\cos\varphi + \sin\frac{\pi}{6}\sin\varphi + \cos\frac{\pi}{6}\cos\varphi - \sin\frac{\pi}{6}\sin\varphi\right]$$

$$= 2\,U I \cos\frac{\pi}{6}\cos\varphi = 2\,U I \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\varphi = U I \sqrt{3}\cos\varphi$$

représente bien la *puissance active totale consommée.*

La différence :

$$P_1 - P_2 = U I \left[\cos\frac{\pi}{6}\cos\varphi + \sin\frac{\pi}{6}\sin\varphi - \cos\frac{\pi}{6}\cos\varphi + \sin\frac{\pi}{6}\sin\varphi\right]$$

$$= 2\,U I \sin\frac{\pi}{6}\sin\varphi = 2\,U I \times \frac{1}{2}\sin\varphi = U I \sin\varphi$$

soit en multipliant par $\sqrt{3}$:

$\sqrt{3}\,(P_1 - P_2) = \sqrt{3}\,U I \sin\varphi = U I \sqrt{3}\sin\varphi = Q$ puissance réactive totale.

Applications

21-1. On dispose d'un réseau triphasé dont les tensions alternatives sinusoïdales sont régulièrement déphasées et ont pour valeur efficace entre phases 208 V.

On dispose aussi de trois résistances identiques ayant chacune pour valeur 26 Ω.

1° *a*) Faire un schéma de ces résistances associées en étoile.

***b*) Quelle est la puissance du récepteur ainsi constitué?**

***c*) Quels sont les courants dans chacune des résistances et dans les fils de ligne?**

2° Mêmes questions pour les mêmes résistances associées en triangle.

3° Comparer les puissances en 1° et en 2° et donner une explication du rapport trouvé.

B.E.I. (*OP-MR*) 1956.

21-2. Un appareil de chauffage triphasé comporte trois résistances identiques, supposées constantes. Dans le montage en étoile, alimenté par un réseau à 208 V entre phases, la puissance consommée est de 1 000 W. Quelle est la valeur de chacune des résistances? Quelle serait la puissance consommée, dans le montage en triangle?

21-3. On dispose de trois tensions régulièrement déphasées se présentant par trois bornes entre lesquelles règne la tension de valeur efficace 208 V.

1° On alimente par ce réseau trois résistances identiques de chacune 12 Ω.

Quelle est la puissance qu'elles consomment lorsqu'elles sont :

***a*) associées en étoile ;**

***b*) associées en triangle.**

2° On dispose aussi d'un moteur triphasé dont les trois enroulements sont identiques. On l'alimente par le réseau précédent. Dans un enroulement déphasage entre le courant et la tension est $\pi/3$ radian.

Quelle est la puissance consommée par le moteur lorsque :

***a*) les enroulements sont associés en étoile ;**

***b*) les enroulements sont associés en triangle.**

La valeur efficace du courant dans un fil de ligne dans le cas du montage en étoile est 10 A.

3° Le même réseau alimente maintenant les trois résistances précédentes et le moteur. Les résistances d'une part, sont associées en étoile, les enroulements du moteur d'autre part, le sont aussi.

***a*) Quelle est la puissance fournie par le réseau?**

***b*) Quel est le courant dans un fil de ligne?**

***c*) Quel est le déphasage entre le courant dans un fil de ligne et la tension entre ce fil et la borne commune aux résistances et enroulements?**

Réponses : 1° $P_{et} = 3\,600$ W ; $P_{tr} = 10\,800$ W.
2° $P_{et} = 1\,800$ W ; $P_{tr} = 5\,400$ W.
3° $P_t = 5\,400$ W ; $I_s = 17{,}3$ A ; $\varphi' = \frac{\pi}{6}$.

21-4. On dispose d'une tension alternative de fréquence 50 Hz de valeur efficace 500 V. Un récepteur est soumis à cette tension, le courant qui le parcourt est 50 A et la puissance consommée est alors 12 500 W. Ce récepteur est une bobine *B* importante douée de résistance et d'auto-induction.

1° Quels sont :

a) **le déphasage entre le courant et la tension dans cette bobine ;**

b) **sa résistance et son coefficient d'auto-induction.**

2° Trois bobines *B* identiques alimentées par un réseau triphasé 50 Hz, 500 V entre phase, sont associées :

a) *en étoile* : **quelle est la puissance qu'elles consomment?**

b) *en triangle* : **même question.**

c) **dans ce dernier montage le fil de l'une d'elles se rompt, même question.**

d) **les résultats trouvés en 2° a) et b) vous semblent-ils dans un rapport attendu ; justifiez-le.**

e) **les bobines précédentes sont associées en étoile sans fil neutre, l'une d'elles a un fil rompu, quelle est la puissance consommée.**

f) **même question s'il y a un fil neutre.**

21-5. Montrer que si l'on connaît les puissances :

$$P_1 = U\ I \cos\left(\frac{\pi}{6} - \varphi\right); \quad P_2 = U\ I \cos\left(\frac{\pi}{6} + \varphi\right)$$

indiquées par les deux wattmètres de la figure *21-5*, on peut exprimer tg φ en fonction de P_1 et P_2.

21-6. Montrer qu'un wattmètre dont le circuit « intensité » est parcouru par le courant de l'une des phases et dont le circuit « tension » est soumis à la tension entre les deux autres phases mesure $Q/\sqrt{3}$ (Q étant la puissance réactive du récepteur triphasé).

TROISIÈME PARTIE

LOIS GÉNÉRALES DU COURANT ALTERNATIF

CHAPITRE 22

ALTERNATEURS

Les alternateurs sont des machines tournantes qui, recevant de l'*énergie mécanique* d'un moteur d'entraînement, fournissent de l'*énergie électrique* sous la forme de courants alternatifs sinusoïdaux.

Principe de la production d'une F.E.M. alternative

1° *Spire tournant à vitesse angulaire uniforme dans un champ d'induction uniforme (fig. 22-1).*

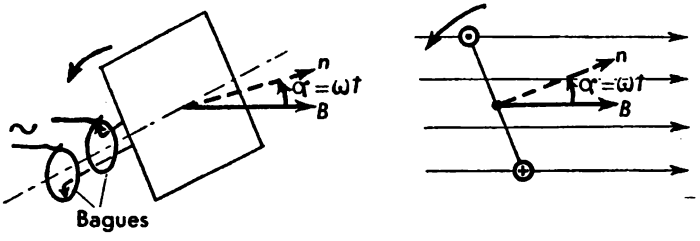


FIG. 22-1.

La spire tournant à la vitesse angulaire ω (rd/s) $= 2\,\pi\,n$ (tr/s) est traversée à l'instant t par le flux $\varphi = S\,B \cos \alpha = S\,B \cos \omega\,t$. Ce flux variable engendre dans la spire une F.E.M. induite :

$$e = -\frac{d\varphi}{dt} = S\,B\,\omega \sin \omega\,t = E_m \sin \omega\,t.$$

2° *Conducteur rectiligne coupant à vitesse uniforme les lignes d'induction d'un champ à répartition sinusoidale (fig. 22-2).*

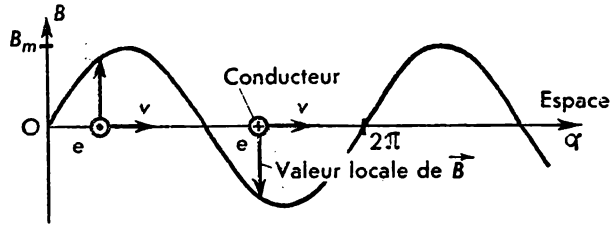


FIG. 22-2.

Le conducteur de longueur l coupant les lignes d'induction est le siège d'une F.E.M. induite :

$$|e| = B\,l\,v = B_m \sin\alpha \times l\,v = B_m\,l\,v \sin\alpha = E_m \sin\alpha.$$

Alternateurs à induit tournant (*fig. 22-3*)

Un cylindre en fer feuilleté (rondelles empilées sur l'arbre) porte le bobinage de l'*induit*, logé dans des *encoches*. L'*inducteur* (aimant ou électro-aimant alimenté en *courant continu*) produit dans la carcasse de l'induit une *induction uniforme*. La F.E.M. alternative de l'induit est recueillie par deux balais frottant sur *deux bagues* lisses.

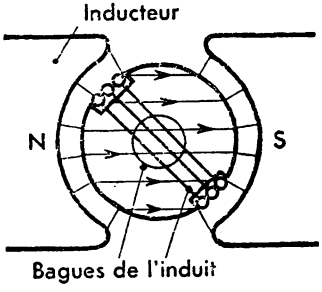


FIG. 22-3.

L'induit (de N spires) tournant à la vitesse n (tr/s), soit à la vitesse angulaire ω (rd/s) $= 2\pi n$, la F.E.M. engendrée dans l'induit a :

— la fréquence $f = \omega/2\pi$, soit :

$$\boxed{f = n}$$

— la valeur instantanée $e = N\,S\,B\,\omega \sin\omega\,t$;

— la valeur maximale $E_m = N\,S\,B\,\omega = N\,\Phi \times 2\pi\,n$ (le produit $S\,B$ représentant le flux total traversant la carcasse de l'induit, soit donc le flux utile Φ produit par l'inducteur) ;

— la valeur efficace :

$$E = \frac{2\pi}{\sqrt{2}}\,N\,n\,\Phi \approx 4{,}44\,N\,n\,\Phi.$$

Alternateurs à inducteur tournant

Les conducteurs de l'induit sont logés dans les encoches d'une culasse fixe. L'inducteur, alimenté en *courant continu* par l'intermédiaire de deux bagues, donne dans l'entrefer un champ d'induction *à répartition sinusoïdale* qui tourne avec lui : tout se passe comme si les conducteurs de l'induit coupaient à vitesse uniforme (de sens contraire) les lignes d'induction de ce champ variable dans l'espace.

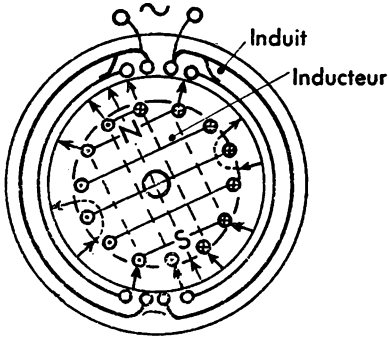


FIG. 22-4.

Suivant la vitesse de régime du moteur d'entraînement, on est amené à réaliser :

— pour les moteurs rapides (turbines), les machines du type *turbo-alternateur* (*fig. 22-4*) donnant une F.E.M. induite de fréquence :

$$\text{Hz} \quad \boxed{f = n} \quad \text{tr/s}$$

car l'inducteur ne porte qu'un pôle nord et qu'un pôle sud ;

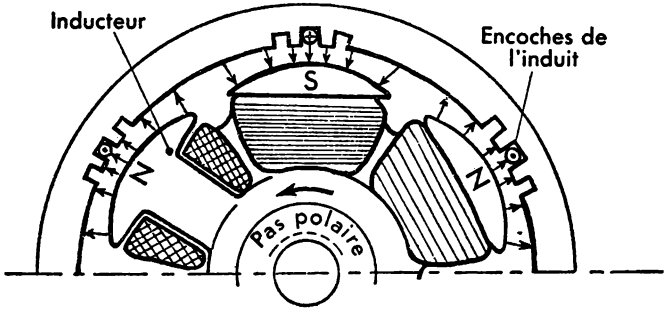


FIG. 22-5.

— pour les moteurs lents (machines à vapeur, turbines pour basses chutes), les machines du type *à pôles saillants* (*fig. 22-5*), où la couronne de

l'inducteur porte 2 p pôles alternés, p pôles N et p pôles S, et qui donnent une F.E.M. induite de fréquence :

$$\text{Hz} \quad \boxed{f = p\,n} \quad \text{tr/s}$$

nombre de paires de pôles

EXEMPLE : Pour produire des courants à fréquence 50 Hz,

— un turbo-alternateur devra tourner à 50 tr/s, soit 3 000 tr/mn ;

— un alternateur à 24 pôles saillants devra tourner à :

$$n = \frac{f}{p} = \frac{50}{12} \text{ tr/s}, \quad \text{soit} \quad 250 \text{ tr/mn}.$$

Dans la machine à pôles saillants, les N conducteurs de l'induit sont montés *en série*. Deux conducteurs logés dans des encoches identiquement placées devant deux pôles successifs forment l'équivalent d'une spire, traversée par un flux variable sinusoïdalement, de maximum Φ (flux utile d'un pôle inducteur), de fréquence $f = p\,n$, de pulsation $\omega = 2\,\pi\,f = 2\,\pi\,p\,n$, de valeur instantanée $\varphi = \Phi \cos \omega\,t = \Phi \cos 2\,\pi\,p\,n\,t$. Cette spire est le siège d'une F.E.M. induite $e = 2\,\pi\,p\,n\,\Phi \sin 2\,\pi\,p\,n\,t$, de valeur efficace $E = (2\,\pi/\sqrt{2})\,p\,n\,\Phi$ pour l'ensemble des 2 conducteurs. Pour les N conducteurs en série, la F.E.M. de l'induit est donc :

$$E = \frac{2\,\pi}{\sqrt{2}}\,p\,n\,\Phi \times \frac{N}{2} = \frac{\pi}{\sqrt{2}}\,p\,N\,n\,\Phi \approx 2{,}22\,p\,N\,n\,\Phi.$$

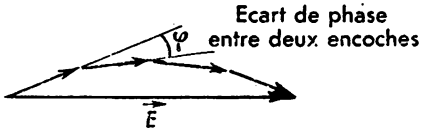


FIG. 22-6.

De plus, les conducteurs de l'induit placés dans des encoches voisines sont décalés, et leurs F.E.M. présentent entre elles un léger déphasage : leur somme vectorielle est plus faible que leur somme arithmétique (*fig. 22-6*). Pour tenir compte de cette réduction, et aussi du facteur $\pi/\sqrt{2}$, les électrotechniciens écrivent la formule :

$$\boxed{E = k\,p\,N\,n\,\Phi}$$

k = coefficient de Kapp (voisin de 2 à 2,1)

V | tr/s | Wb (flux d'un pôle inducteur)

nombre de paires de pôles | nombre de conducteurs actifs de l'induit.

Fonctionnement d'un alternateur

1° *Réglage de la F.E.M.*

La fréquence devant rester constante, on ne peut régler E qu'en agissant sur le flux inducteur, en réglant le *courant d'excitation* i fourni par exemple par une *dynamo excitatrice* montée en bout d'arbre (*fig. 22-7*) : i varie quand on règle l'excitation de l'excitatrice. La *caractéristique à vide* $E = f(i)$ est semblable à celle d'une dynamo. On la relève expérimentalement.

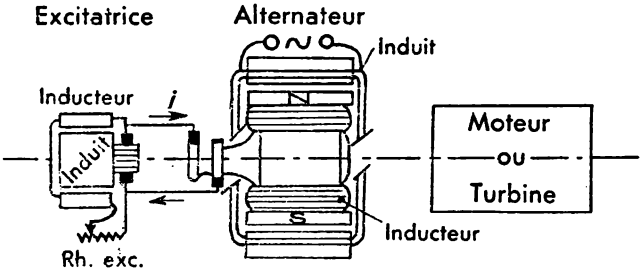


FIG. 22-7.

2° *D.D.P. aux bornes de l'induit en débit.*

Si on assimile l'induit à une forte inductance constante (résistance R faible, réactance $L\,\omega$), l'ensemble induit-récepteur (résistance R', réactance $L'\,\omega$) donne le diagramme de tensions représenté par la figure *22-8*, traduisant la relation vectorielle :

$$\vec{E} = \vec{u} + \vec{U} = (\overrightarrow{R\,I} + \overrightarrow{L\,\omega\,I}) + (\overrightarrow{R'\,I} + \overrightarrow{L'\,\omega\,I})$$

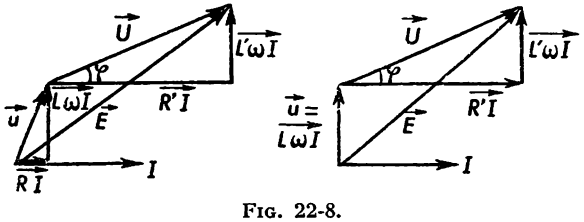


FIG. 22-8.

En négligeant R, le diagramme se réduit à la deuxième forme de la figure *22-8*, traduisant la relation simplifiée :

$$\vec{E} = \vec{u} + \vec{U} = (\overrightarrow{L\,\omega\,I}) + (\overrightarrow{R'\,I} + \overrightarrow{L'\,\omega\,I}).$$

Alternateur triphasé

Dans un alternateur monophasé, l'angle que font deux pôles inducteurs de même nom est appelé double *pas polaire* : il est égal à 120° dans

l'alternateur à trois paires de pôles (*fig. 22-5*), il vaut 360° pour l'alternateur à une paire de pôles (*fig. 22-4*).

On obtient un alternateur triphasé en montant sur la même carcasse d'induit deux autres enroulements identiques au premier, chaque enroulement étant *décalé de 1/3 du double pas polaire* par rapport au précédent (*fig. 22-9*).

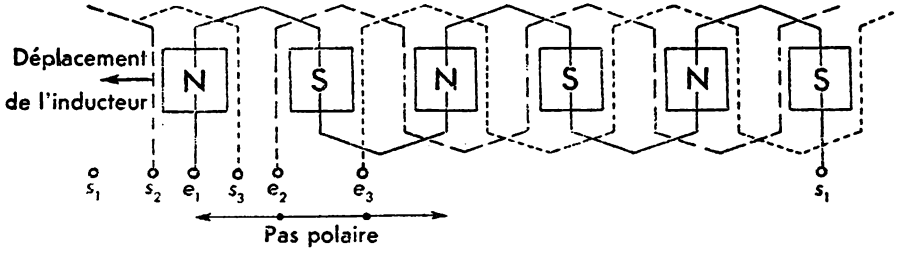


FIG. 22-9.

Les F.E.M. induites dans les trois enroulements ont même valeur efficace, mais elles sont décalées par 1/3 de cycle, et présentent donc entre elles des déphasages égaux à $2\pi/3$: elles forment un *système de tensions triphasées.*

Les trois enroulements qui les créent peuvent être couplés *en étoile* ou *en triangle.*

Applications

22-1. L'inducteur d'un alternateur triphasé porte six pôles saillants. Le flux utile d'un pôle inducteur est de 0,018 5 Wb. Les conducteurs de l'induit sont groupés en trois bobines de trente-deux spires par phase, toutes les spires étant en série. Les trois enroulements sont couplés en étoile, et la tension à la sortie est de 660 V entre deux fils de ligne. La fréquence est de 50 Hz.

1° Quelle est la F.E.M. par phase de l'alternateur?

2° A quelle vitesse l'inducteur tourne-t-il?

3° Quelle est la valeur du coefficient de Kapp?

Solution. — 1° La F.E.M. par phase de l'induit est

$$E = \frac{660}{\sqrt{3}} = 381 \text{ V}.$$

2° La formule $f = p\,n$ donne :

$$n = \frac{f}{p} = \frac{50}{3} \text{ tr/s} \quad \text{soit} \quad \frac{50}{3} \times 60 = 1\,000 \text{ tr/mn}.$$

3° Dans la formule $E = k\,p\,n\,N\,\Phi$, on a : $p = 3$, $n = 50/3$, $N = 32 \times 2 \times 3 = 192$ conducteurs, $\Phi = 0{,}018\,5$ Wb, $E = 381$ V. On calcule le coefficient de Kapp :

$$k = \frac{E}{p\,n\,N\,\Phi} = \frac{381}{3 \times \frac{50}{3} \times 192 \times 0{,}018\,5} = 2{,}14.$$

22-2. On a relevé à vide, à vitesse constante, les valeurs efficaces de la F.E.M d'un alternateur monophasé (fréquence 50 Hz) en fonction de l'excitation :

i (A)	1	2	2,5	3	4
E (V).....	94	170	188	203	220

On réalise un essai en court-circuit : l'induit étant fermé sur un ampèremètre de résistance négligeable, on fait tourner l'inducteur à vitesse normale mais à excitation réduite. Pour $i = 0{,}50$ A on relève un courant de court-circuit $I_{cc} = 7$ A. La résistance de l'induit est de 0,2 Ω.

1° Tracer la caractéristique à vide $E = f(i)$.

2° De l'essai en court-circuit, déduire la réactance de l'induit (qui sera supposée constante).

3° Tracer le diagramme pour l'induit débitant successivement $I = 5$ A et $I = 8$ A dans un récepteur dont le facteur de puissance est égal à 0,8 (I en retard sur U). Déterminer la tension U aux bornes de l'alternateur en débit l'excitation étant maintenue à 3 A.

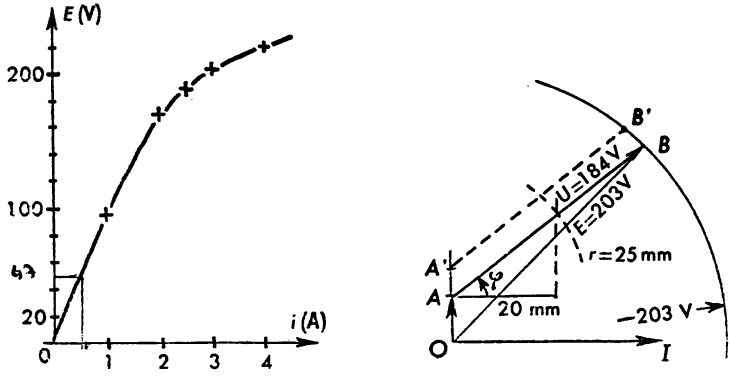


Fig. 22-10.

Solution. — 1° Caractéristique à vide (*fig. 22-10*).

2° A l'excitation $i = 0{,}50$ A correspond sur la caractéristique à vide une F.E.M. $E_{cc} = 47$ V. L'impédance de l'induit est donc :

$$Z = \frac{47{,}7}{7} = 6{,}7\ \Omega.$$

La résistance étant beaucoup plus faible ($R = 0{,}2\ \Omega$) on peut réduire l'induit à une réactance $L\omega = 6{,}7\ \Omega$.

3° Pour la même raison, on peut donner au diagramme la forme réduite de la figure *22-8*.

Avec $i = 3$ A, on a : $E = 203$ V.

Pour $I = 5$ A, $L\,\omega\,I = 6{,}7 \times 5 = 33{,}5$ V (longueur $O\,A$). Le sommet B du diagramme est à l'intersection du cercle de rayon $O\,B = E = 203$ V avec la droite issue de A et faisant avec la direction de I un angle φ dont le cosinus égale 0,8. La figure *22-11* en donne le tracé. On relève U à l'échelle du dessin (184 V).

Pour $I = 8$ A, $L\,\omega\,I = 6{,}7 \times 8 = 53{,}6$ (longueur $O\,A'$). Même procédé pour la détermination de U.

22-3. Par analogie avec l'exercice précédent, établir le diagramme de l'alternateur dans les conditions suivantes : excitation maintenue à 4 A ; récepteur uniquement résistant, intensité de charge $I = 5$ A ; 10 A ; 15 A.

22-4. Même question pour $i = 4$ A et $I = 5$ A ; 10 A ; 15 A dans un récepteur dont le facteur de puissance est 0,9 (I en avance sur U).

22-5. Dans un alternateur triphasé à quatre pôles inducteurs, les conducteurs de l'induit sont répartis régulièrement dans les quarante-huit encoches de la carcasse. Combien d'encoches sont occupées par les conducteurs d'une phase devant un pôle? Quel est l'angle de déphasage entre les F.E.M. des conducteurs de deux encoches voisines d'une même phase?

Réponses : 4 encoches par pôle et par phase ; 15°.

22-6. Un alternateur triphasé dont les trois enroulements sont couplés en étoile donne entre fils de ligne une tension de 1 500 V de fréquence 50 Hz et tourne à 1 000 tr/mn.

1° Quel est le nombre de pôles de l'inducteur ?

2° L'induit comporte deux encoches par pôle et par phase, trente conducteurs par encoche, tous les conducteurs en série par phase. En tenant compte d'un coefficient de Kapp égal à 2,05, évaluer le flux utile d'un pôle.

Réponses : 6 pôles ; 0,023 4 Wb.

22-7. Un alternateur triphasé de 10 kVA donne 127 V par phase.

1° Comment faut-il coupler ses enroulements pour alimenter trois récepteurs identiques demandant en fonctionnement normal 220 V aux bornes ?

2° Comment faut-il monter les trois récepteurs sur les trois fils de ligne?

3° Quelle intensité maximale peut-on admettre dans chaque récepteur pour ne pas dépasser la charge nominale de l'alternateur?

Réponses : alternateur en étoile ; récepteurs en triangle ; 15,1 A.

22-8. Un alternateur triphasé dont l'excitation absorbe 5 kW est mû par une turbine qui fournit une puissance de 375 kW. L'alternateur fournit 100 A par fil de ligne sous la tension de 2 500 V entre fils. Le circuit récepteur étant équilibré et son facteur de puissance égal à 0,75, déterminer :

1° la puissance utile fournie par l'alternateur ;

2° le rendement de l'alternateur.

Réponses : 325 kW ; 87 %.

22-9. Un alternateur à quatre pôles nord alternant avec quatre pôles sud crée une force électro-motrice sinusoïdale de valeur efficace 120 V et de fréquence 50 Hz. Sa résistance et son inductance sont supposées négligeables.

1° Quelle est la vitesse de rotation du rotor :

a) **en radians/secondes ;**

b) **en tours/minutes.**

2° On relie les bornes de l'alternateur aux extrémités d'un circuit comprenant en série un rhéostat R de 100 Ω sans inductance et une bobine B inductive et de résistance $R_b = 20$ Ω.

a) **La bobine B est constituée par 100 spires circulaires de 5 cm de diamètre faites d'un fil de 1 mm de diamètre.**

On demande la résistivité de ce fil.

b) **Calculer les quantités de chaleur dégagées en une heure dans le rhéostat R et la bobine B, sachant que la valeur efficace de la différence de potentiel aux bornes de R est 50 V.**

3° Quelles seraient les quantités de chaleur dégagées en 1 heure dans le rhéostat R et la bobine B si on substituait une force électromotrice continue de 120 V à la force électromotrice sinusoïdale fournie par l'alternateur ?

— Comparer les résultats trouvés avec les deux générateurs et les justifier.

— Quel est le coefficient d'auto-induction L de B?

4° Calculer la puissance produite par l'alternateur et son facteur de puissance.

5° Quelle est la capacité du condensateur qu'il conviendrait de monter en série avec cet ensemble pour que le courant soit maximal ?

6° Ce petit alternateur de rendement 0,8 est entraîné par une turbine de rendement 0,75 laquelle reçoit l'eau d'une chute de 1 m de hauteur.

Quel doit être le débit de cette chute lorsque la puissance fournie dans le circuit extérieur précédent est maximale ?

Réponses : 1° 750 tr/mn ; 78,5 rd/s.

2° $\rho = 10^{-6}$ Ω m ; $Q_R = 21{,}50$ kcal ; $Q_B = 4{,}32$ kcal.

3° $Q_R = 86{,}40$ kcal ; $Q_B = 17{,}28$ kcal ; $L = 0{,}67$ H.

4° $P = 30$ W ; $\cos\varphi = 0{,}5$.

5° $C = 15{,}4$ μF.

6° $D = 20{,}4$ l/s.

22-10. On dispose, pour des essais électriques, d'un alternateur monophasé. L'inducteur, qui porte quatre pôles, est excité par une génératrice indépendante. Il est entraîné par un moteur à vitesse réglable.

1re partie. 1° A quelle vitesse faut-il entraîner l'inducteur pour que la F.E.M. induite ait une fréquence de 50 Hz? de 25 Hz?

2° La F.E.M. mesurée à 50 Hz est de 120,5 V. Quelle sera sa valeur à 25 Hz, si on maintient l'excitation rigoureusement constante?

2e partie. On branche aux bornes de l'induit un récepteur inductif, dont la résistance R' et l'inductance L' sont constantes.

a) **à la fréquence 50 Hz, on relève une intensité de 50 A pour une tension aux bornes de 100 V.**

b) **à la fréquence 25 Hz, on relève une intensité de 32,8 A pour une tension aux bornes de 56,1 V.**

1° Utiliser ces deux mesures pour déterminer R' et L'.

2° Calculer le facteur de puissance du récepteur.

3e partie. **L'induit de l'alternateur a une résistance négligeable, et peut être considéré comme une inductance pure de coefficient L' constant.**

1° Tracer le diagramme de l'alternateur correspondant à la fréquence 50 Hz (essai *a* de la deuxième partie), pour déterminer graphiquement la chute de tension dans l'induit. En déduire le coefficient d'auto-induction L' de l'induit.

2° Que devient la chute de tension intérieure pour $f = 25$ Hz et $I = 32{,}8$ A (essai *b*) de la deuxième partie)? Vérifier par le calcul que l'on retrouve la F.E.M. déterminée en 2° de la première partie.

22-11. La roue d'une bicyclette entraîne, par frottement sans glissement, une roulette de 2 cm de diamètre calée sur l'arbre d'un petit alternateur à induit tournant dans le flux produit par un aimant permanent. Quand le cycliste roule à 24 km/h la F.E.M. de l'alternateur est de 4 V (efficaces). L'induit est une bobine comportant 500 spires.

1° Quelle est la fréquence de la F.E.M. à 24 km/h?

2° Evaluer le flux utile de l'inducteur.

3° Que devient la F.E.M. quand le cycliste roule à 36 km/h?

4° Le flux inducteur étant constant, la résistance intérieure négligeable, l'inductance intérieure L notable, montrer que le rapport des tensions aux bornes de la résistance du circuit d'éclairage de résistance R a pour expression :

$$\frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{\dfrac{R^2}{\omega_2^2} + L^2}{\dfrac{R^2}{\omega_1^2} + L^2}}$$

CHAPITRE 23

MOTEURS TRIPHASÉS

Effets moteurs d'une induction tournante

1° Un dispositif permet de faire tourner rapidement autour de son axe un *aimant permanent* dont les lignes d'induction décrivent un plan horizontal (*fig. 23-1*) :

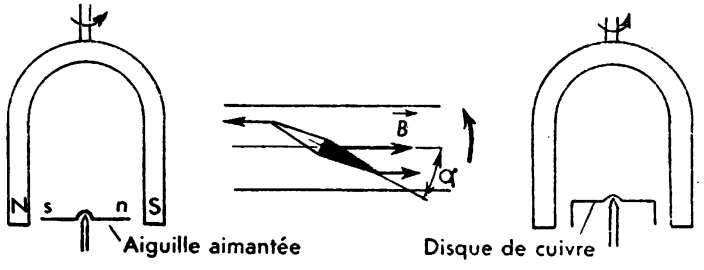


FIG. 23-1.

— une *aiguille aimantée* (moment magnétique $\mathfrak{M}$) soumise à cette induction tournante est entraînée à la *même vitesse* que l'induction ; au couple moteur de moment $\mathfrak{M} B \sin \alpha$, elle oppose le couple résistant des frottements ; le décalage α croît avec eux : si le couple résistant dépasse la valeur maximale $\mathfrak{M} B$, l'aiguille « décroche » et s'arrête ; elle ne peut « s'accrocher » à nouveau sur l'induction tournante que si on la lance dans le sens convenable ;

— un *disque métallique non ferromagnétique* (cuivre, aluminium), mis sur pivot à la place de l'aiguille, démarre spontanément à la poursuite de l'induction tournante, sous l'effet de forces électromagnétiques dues aux *courants induits dans la masse métallique* ; le disque ne tournant qu'en raison du déplacement relatif de l'induction par rapport à lui-même, tourne toujours à une *vitesse inférieure* à celle de l'induction.

2° Les mêmes effets moteurs peuvent être obtenus en remplaçant l'aimant tournant par un *dispositif fixe* de trois bobines dont les *axes sont décalés de 120°* et qui sont parcourues par des *courants triphasés*, présentant entre eux des déphasages égaux à $2\pi/3$ (*fig. 23-2*).

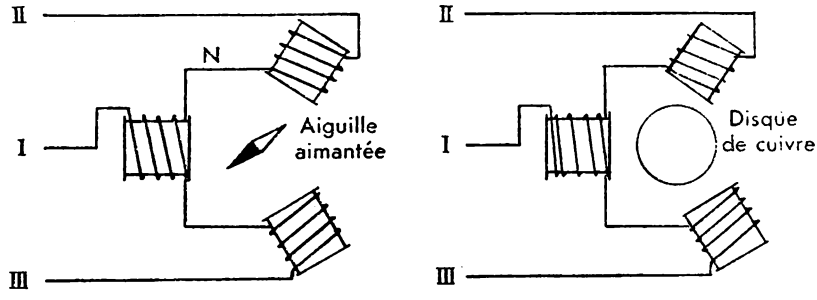


FIG. 23-2.

On peut en conclure qu'un système de courants triphasés circulant dans trois bobines régulièrement décalées peut produire une *induction tournante*. L'aiguille aimantée tournant à la vitesse de cette induction donne l'image du *moteur synchrone* ; le disque tournant à vitesse inférieure à celle de l'induction donne l'image du *moteur asynchrone*.

Induction tournante produite par les courants alternatifs

1° *Courant monophasé* (un seul courant alternatif).

Le courant $i = I_m \cos \omega t$ produit en un point de l'axe de la bobine une *induction alternative sinusoïdale* $b = B_m \cos \omega t$, de direction constante (*fig. 23-3*), qu'on peut considérer comme résultant à tout instant de la compo-

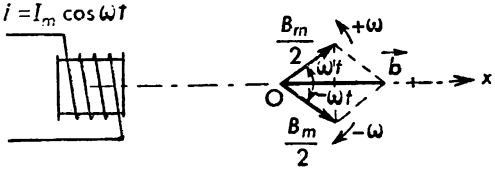


FIG. 23-3.

sition de deux *inductions tournantes*, de module constant $B_m/2$, animées des vitesses angulaires $+\omega$ et $-\omega$, et faisant avec l'axe Ox des angles variables $+\omega t$ et $-\omega t$.

2° *Courants triphasés.*

L'équivalence précédente, appliquée aux trois bobines de la figure *23-2*, permet de remplacer à tout instant t l'induction due :

— au courant $i_1 = I_m \cos \omega t$, par deux inductions $B_m/2$ tournant à $+\omega$ et $-\omega$, et faisant avec l'axe $O x_1$ les angles ωt et $-\omega t$;

— au courant $i_2 = I_m \cos (\omega t - 2\pi/3)$ par deux inductions $B_m/2$ tournant à $+\omega$ et $-\omega$, et faisant avec l'axe $O x_2$ les angles $\omega t - (2\pi/3)$ et $-\omega t + (2\pi/3)$;

— au courant $i_3 = I_m \cos (\omega t - 4\pi/3) = I_m \cos (\omega t + 2\pi/3)$ par deux inductions $B_m/2$ tournant à $+\omega$ et $-\omega$, et faisant avec l'axe $O x_3$ les angles $\omega t + (2\pi/3)$ et $-\omega t - (2\pi/3)$.

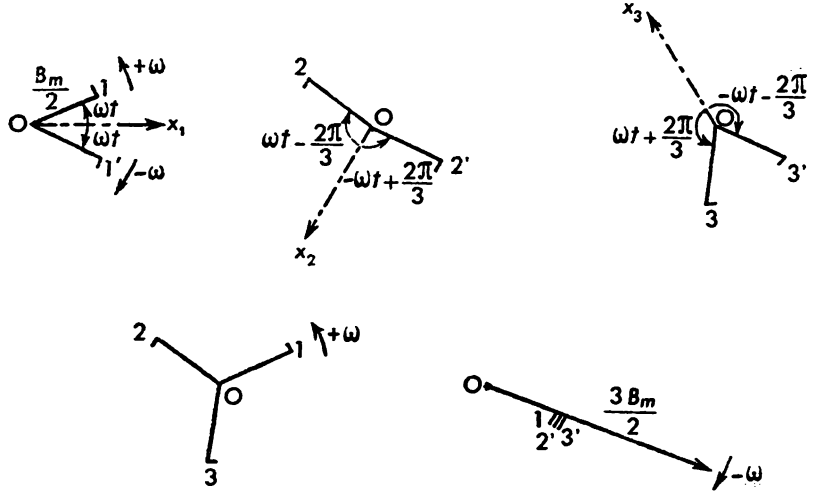


FIG. 23-4.

La figure *23-4* fait apparaître à un instant t ces six inductions tournantes, et leur regroupement en O en :

— un système de trois inductions tournant à $+\omega$, et de résultante nulle ;

— un système de trois inductions tournant ensemble à $-\omega$, de résultante égale à $3\,(B_m/2)$.

On peut donc conclure qu'un stator (ou induit) d'alternateur triphasé correspondant à un inducteur à deux pôles N et S ($p = 1$), alimenté en courant triphasé, produit dans les entrefers une *induction de module constant tournant à une vitesse angulaire* ω_s (vitesse de synchronisme) *égale à la pulsation* ω *des courants*, soit à une vitesse n_s (tr/s) égale à la vitesse n de l'inducteur.

Pour un stator d'alternateur à 2 p pôles, nous admettrons que la relation $f = p\,n$ ou $n = f/p$ conduit, pour l'induction tournante, à une vitesse de synchronisme $n_s = f/p$, soit à une vitesse angulaire $\omega_s = \omega/p$.

Moteur synchrone

1° *Constitution.* — L'aiguille aimantée de la figure *23-2* étant remplacée par un électro-aimant de moment $\mathfrak{M}$ plus grand, le moteur synchrone triphasé apparaît comme *identique à un alternateur* dont le stator (induit) serait alimenté en courants triphasés. Une excitatrice est encore nécessaire pour alimenter l'inducteur en courant continu (courant d'excitation i).

2° *Fonctionnement.*

a) Le moteur synchrone ne démarre pas seul. En faisant tourner l'inducteur excité, on fait fonctionner la machine en alternateur et on peut, sous certaines conditions, la réunir au réseau. Lorsque l'accrochage est réalisé elle fonctionne en *moteur à vitesse constante* et il faut bien entendu cesser d'entraîner l'inducteur et lui opposer un moment résistant (entraînement d'une génératrice, d'une pompe, d'un compresseur).

b) Dans le fonctionnement en moteur, la rotation de l'inducteur excité fait apparaître dans le stator une F.E.M. induite qui tend à y faire circuler des courants de sens contraire aux courants réels : c'est une *force contre-électromotrice alternative.*

En tenant compte de l'impédance Z de l'induit, le diagramme vectoriel par phase a la forme indiquée dans la figure *23-5*, avec la forme réduite obtenue en négligeant R.

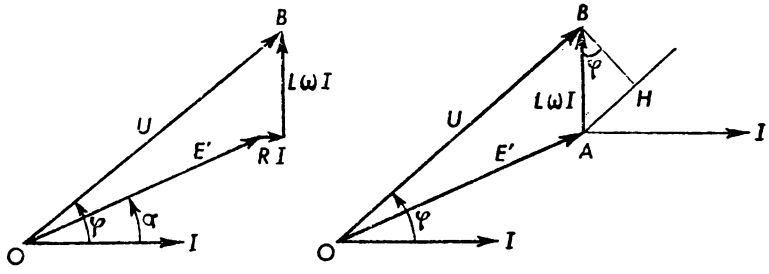


FIG. 23-5.

La puissance électrique par phase $P = U\,I\cos\varphi$ est pratiquement entièrement reportée en puissance mécanique sur l'inducteur (à $R\,I^2$ près). En traçant dans le diagramme réduit une parallèle à $\vec{U}$ par l'extrémité de $\vec{E}'$, on peut faire apparaître une longueur $B\,H = L\,\omega\,I\cos\varphi$, proportionnelle à $I\cos\varphi$, donc à P (U constant), donc au couple moteur (vitesse constante).

c) A *couple moteur constant* (charge constante), la longueur BH est constante, et le diagramme OAB se déforme lorsque des variations de l'excitation modifient la valeur de E' (*fig. 23-6*). Pour des excitations faibles,

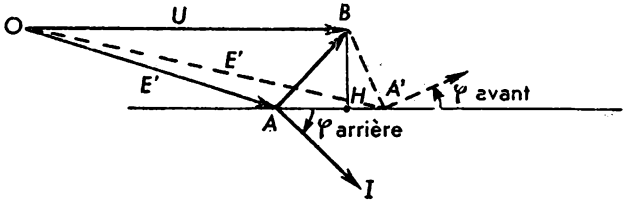


FIG. 23-6.

le vecteur $\vec{I}$ (en quadrature arrière avec $\overrightarrow{L\omega I}$) est déphasé en arrière par rapport à $\vec{U}$; pour des valeurs élevées de l'excitation, le vecteur $\vec{I}$ est *déphasé en avant* par rapport à U : *le moteur synchrone surexcité restitue de l'énergie réactive au réseau* (comme un condensateur), et peut participer à l'amélioration du facteur de puissance d'une installation (chap. 18).

3° *Emploi.* — En raison des difficultés du démarrage et de la nécessité de l'excitation en continu, le moteur synchrone triphasé est peu employé.

Un stator monophasé donnant des inductions tournantes, on construit des moteurs synchrones de petite puissance fonctionnant en monophasé (on les lance à la main). La constance de leur vitesse justifie leur emploi dans les mécanismes d'enregistrement, et dans les pendules dites synchrones, qui ne dérogent jamais si elles sont solidaires de réseaux surveillés (tel le réseau parisien dont le nombre de périodes est ajusté à $50 \times 86\,400 = 4\,320\,000$ périodes par jour.

Moteur asynchrone

1° *Constitution.*

a) Le *stator* est identique à celui d'un alternateur et d'un moteur synchrone. Suivant le nombre de paires de pôles de l'alternateur correspondant, on dispose d'une *vitesse de synchronisme* définie par les relations $n_s = f/p$ et $\omega_s = \omega/p$.

b) Le *rotor*, dont la carcasse est un empilement de tôles épaisses sur l'arbre, peut être :

— *à cage d'écureuil* (barres de cuivre ou d'aluminium noyées dans la masse suivant des génératrices du cylindre, et soudées par leurs extrémités à deux épaisses couronnes de cuivre ou d'aluminium) ;

— *bobiné en court-circuit*, les bobinages (autant que de paires de pôles) étant reliés entre eux par leurs extrémités ;

— *bobinés à bagues*, les bobinages ayant une extrémité commune, l'autre étant reliée à une des trois bagues isolées montées sur l'arbre : on peut ainsi mettre momentanément en série avec les enroulements du rotor des résistances additionnelles utiles lors du démarrage (*fig. 23-7*).

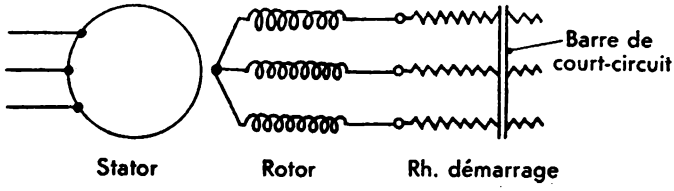


FIG. 23-7.

2° *Fonctionnement.*

a) Le moteur asynchrone démarre seul ; on peut changer son sens de rotation en permutant deux fils de phase du stator.

b) La *vitesse du rotor* (n_r, ω_r) est toujours *inférieure à la vitesse de synchronisme* (n_s, ω_s). On appelle *glissement* (relatif) le rapport :

$$g = \frac{n_s - n_r}{n_s} = 1 - \frac{n_r}{n_s} \text{ ou } g = \frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_s} = 1 - \frac{\omega_r}{\omega_s}$$

c) Le stator reçoit du réseau une puissance active $P = \sqrt{3}\, U\, I \cos\varphi$. Il dissipe en chaleur par effet Joule une puissance P_{JS}, à laquelle s'ajoutent les pertes fer P_F (que l'on peut mesurer par un essai à vide) qu'on peut attribuer entièrement au stator, le rotor tournant n'étant soumis qu'à des variations relativement lentes de l'induction (fréquence $n_s - n_r$).

Comme dans le cas de deux disques dont l'un entraîne l'autre par frottement avec *glissement*, le stator et le rotor sont liés par un couple unique (le moment M du couple moteur), mais la puissance transmise par le stator est $M\,\omega_s$ et la puissance mécanique disponible sur le rotor est $M\,\omega_r < M\,\omega_s$. On dit que le rotor a un rendement propre égal à :

$$\frac{M\,\omega_r}{M\,\omega_s} = \frac{\omega_r}{\omega_s} = 1 - g.$$

Le stator transmettant la puissance $P_s = P - P_J - P_F$, le rotor fournit une puissance mécanique $P_u = P_s(1 - g) = P_s - g\,P_s$. La puissance $g\,P_s$ est dissipée en chaleur dans le rotor par les courants induits qui y circulent et qui sont à l'origine du couple électromagnétique.

De la puissance P_u se retranchent les pertes mécaniques par frottements (sur les paliers et sur l'air). On introduit une faible erreur en les ramenant au stator, où elles sont mesurées avec les pertes fer dans l'essai à vide (*voir* application 23-3).

d) Le couple moteur, dont le moment est médiocre au démarrage, passe par un maximum indépendant de la résistance R du rotor, obtenu pour une vitesse du rotor telle que $\omega_s - \omega_r = R/L$ (L étant l'inductance du rotor) ; il décroît ensuite lorsque ω_r se rapproche de ω_s (*fig. 23-8*). L'in-

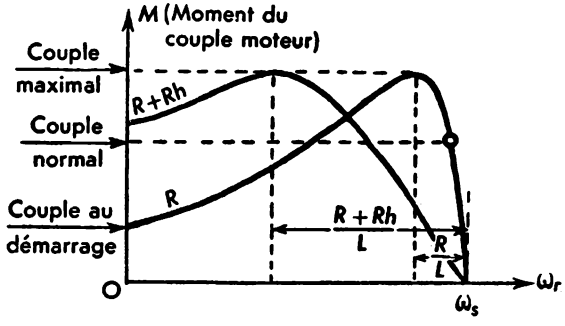


FIG. 23-8.

troduction de résistances en série avec le rotor augmente le couple au démarrage : on les court-circuite à la fin de la période de démarrage afin de ne pas avoir de pertes par effet Joule trop importantes dans le rotor.

3° *Emploi.* — En raison de sa simplicité de constitution et de sa facilité d'emploi, le moteur asynchrone triphasé est le plus employé.

On utilise pour les appareils ménagers des moteurs asynchrones monophasés, dont le démarrage est assuré par la mise en service temporaire d'une phase auxiliaire alimentée avec un déphasage voisin de $\pi/2$.

Applications

23-1. Reprendre la détermination de l'induction tournante produite par le système des trois bobines de la figure *23-4* dans les conditions particulières suivantes : les bobines 2 et 3 seront permutées et on exécutera la figure avec précision en faisant $\omega t = \pi/12$ (15°).

23-2. On fait fonctionner en moteur synchrone l'alternateur de l'exercice 22-2. La tension d'alimentation est $U = 170$ V. A charge constante, en faisant varier l'excitation, on observe que l'intensité I en ligne passe par un minimum égal à 7,5 A.

1° Tracer le diagramme dans ces conditions, et déterminer l'excitation i correspondant au minimum de I.

2° D'après les formes du diagramme obtenues en faisant varier i de 1 à 4 A de 0,5 en 0,5 A, établir la courbe de variation de I en fonction de i (courbe en V ou courbe de Mordey).

Solution. — 1° On a déterminé dans l'exercice 22-2, la valeur de la réactance $L\omega = 6{,}7\ \Omega$ à laquelle on peut réduire l'impédance Z de l'induit de l'alternateur (ici stator du moteur synchrone).

Le minimum de I correspond à $BH = L\omega I = 6{,}7 \times 7{,}5 = 50$ V. Dans ce cas, I (en quadrature arrière avec $L\omega I$) est en phase avec U : $\cos\varphi = 1$.

D'où le diagramme (*fig. 23-9*). On peut calculer E', ou lire simplement $E' = 177$ V. La valeur correspondante sur la courbe $E = f(i)$ (*fig. 22-10*) est $i = 2{,}2$ A.

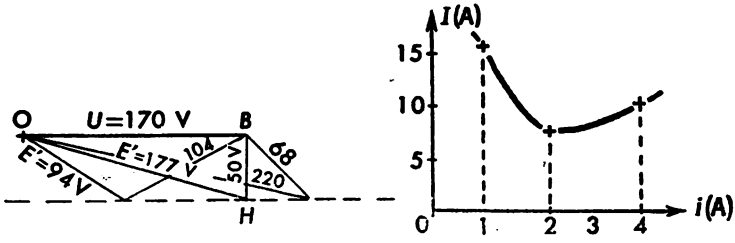


FIG. 23-9.

2° Sur la figure *23*-9 on a tracé les formes du diagramme :

— pour $i = 1$ A ($E' = 94$ V) qui donne graphiquement $L\omega I = 104$ V et $I = 15{,}5$ A ;

— pour $i = 4$ A ($E' = 220$ V) qui donne graphiquement $L\omega I = 68$ V et $I = 10{,}1$ A.

On opérera de même pour les autres valeurs de i et on tracera la courbe $I = f(i)$.

23-3. Un moteur asynchrone triphasé est alimenté par une ligne à trois fils (200 V entre phases, fréquence 50 Hz), fournissant 2 350 W pour une intensité de 8 A en ligne. Le moteur tourne à 1 420 tr/mn. La résistance mesurée entre deux bornes du stator couplé est de 0,8 Ω (voir 23-4). Dans l'essai à vide, la puissance consommée est de 180 W avec une intensité en ligne de 3 A.

1° Quel est le nombre de pôles du stator? Quel est le glissement en charge?

2° Déterminer en marche normale le facteur de puissance du moteur, son rendement et le couple moteur utile.

Solution. — 1° La vitesse de synchronisme est 1 500 tr/mn. Le stator a donc $p = 2$ paires de pôles, soit 4 pôles (machine tétrapolaire).

Le glissement en charge est :

$$g = \frac{n_s - n_r}{n_s} = \frac{N_s - N_r}{N_s}$$

soit :

$$g = \frac{1\,500 - 1\,420}{1\,500} = \frac{80}{1\,500} = 0{,}053 \text{ ou } 5{,}3\tfrac{1}{4}\%.$$

2° La puissance électrique consommée en charge $P = \sqrt{3}\, U\, I \cos\varphi$ donne :

$$\cos\varphi = \frac{P}{\sqrt{3}\, U\, I} = \frac{2\,350}{1{,}73 \times 200 \times 8} = 0{,}85.$$

On verra (exercice 23-4) que si la résistance du stator couplé, mesurée entre deux points d'arrivée de la ligne, est R la puissance consommée par effet Joule dans le stator est $3/2\, R\, I^2$.

Dans l'essai à vide, le stator dissipe par effet Joule une puissance $P_{J_0} = 3/2 \times 0{,}8 \times 9 = 10{,}8$ W. La différence 180 W — 10,8 W, soit 169 W représente l'ensemble des pertes fer P_F et des pertes mécaniques par frottements P_f.

En charge normale, les pertes Joule stator sont :

$$P_{JS} = \frac{3}{2} \times 0{,}8 \times 64 = 77 \text{ W}.$$

Le stator transmet au rotor une puissance :

$$P_S = P - P_{JS} - (P_F + P_f) = 2\,350 - 77 - 169 = 2\,104 \text{ W}.$$

Les pertes Joule rotor sont : $P_{JR} = g\,P_S = 0{,}053 \times 2\,104 = 111$ W.

D'où la puissance utile du moteur : $P_u = 2\,104 - 111 = 1\,993$ W et son rendement :

$$\frac{P_u}{P} = \frac{1\,993}{2\,350} = 0{,}849 \text{ soit } 85\ \%.$$

Le couple moteur a pour moment :

$$M = \frac{P_u}{\omega_r} = \frac{P_u}{2\,\pi\,n_r} \text{ avec } n_r = \frac{1\,420}{60}$$

soit :

$$M = \frac{1\,993 \times 60}{2\,\pi \times 1\,420} = 13{,}4 \text{ m·N}.$$

23-4. En appelant r la résistance par phase du stator d'un moteur triphasé, montrer que la puissance dissipée par effet Joule dans le stator recevant un courant I (A) par fil de ligne est égale à $3/2\ R\ I^2$, quel que soit le mode de couplage des phases du stator, si R est la résistance mesurée entre deux bornes du stator couplé.

Solution. — 1° Si les enroulements sont couplés en étoile (*fig. 23-10*), chaque phase traversée par I dissipe $r\ I^2$, et on a $R = 2\ r$. Les pertes Joule stator sont donc :

$$P_{JS} = 3\ r\ I^2 = 3\,\frac{R}{2}\,I^2 = \frac{3}{2}\,R\ I^2.$$

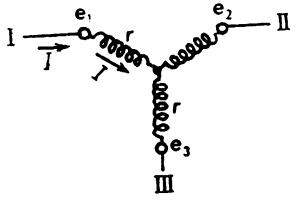


FIG. 23-10.

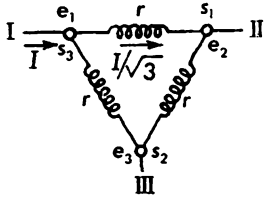


FIG. 23-11.

2° Si les enroulements sont couplés en triangle (*fig. 23-11*), chaque phase traversée par $I/\sqrt{3}$ dissipe $r\ I^2/3$, et la résistance R est celle équivalente à une résistance r en parallèle avec 2 r, soit :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{r} + \frac{1}{2\,r} = \frac{3}{2\,r}$$

d'où

$$R = \frac{2\,r}{3}$$

Les pertes Joule stator sont donc :

$$P_{JS} = 3r\frac{I^2}{3} = r\,I^2 = \frac{3\,R}{2}\,I^2 = \frac{3}{2}\,R\,I^2$$

Attention : la formule est la même, mais R est différent suivant le couplage ($2\,r$ en étoile, $2\,r/3$ en triangle).

23-5. La plaque signalétique d'un moteur triphasé porte les indications 220/380 V.

1° Comment doit-on réaliser le couplage du stator si le réseau est à 220 V entre phases?

2° Même question pour un réseau à 380 V entre phases?

Solution. — L'indication 220/380 signifie que ce moteur peut être branché sur un réseau à 220 V entre phases ou sur un réseau à 380 V entre phases.

Quel que soit le réseau, le moteur doit être monté de telle sorte que chaque enroulement phase soit alimenté sous la seule et même tension correspondant à la marche normale.

Les deux réseaux proposés ont en commun la tension 220 V, tension composée pour le réseau à 220 V entre phases, tension simple pour le réseau à 380 V entre phases ($380/\sqrt{3} = 220$).

1° Sur le réseau à 220 V entre phases, couplage du stator en triangle.

2° Sur le réseau à 380 V entre phases, couplage du stator en étoile.

La figure *23-12* représente ces couplages, avec la disposition à donner aux barrettes sur la plaque de bornes.

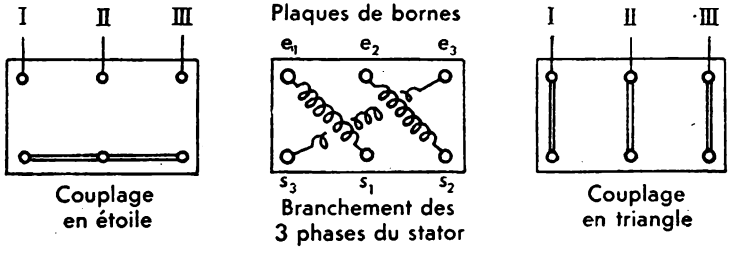


FIG. 23-12.

23-6. Un petit moteur synchrone triphasé alimenté par une ligne à 220 V entre fils de phase consomme une puissance de 660 W lorsque l'excitation est réglée à la valeur correspondant au courant stator minimal. Quelles sont alors les indications données par les deux wattmètres montés suivant le schéma de la méthode dite « des deux wattmètres »?

Réponse : $P_1 = P_2 = 330$ W.

23-7. Une petite machine synchrone triphasée tourne à 1 500 tr/mn.

a) **Elle est prévue pour les réseaux à 50 Hz. Combien de pôles possède-t-elle?**

b) **Accrochée, fonctionnant en moteur synchrone surexcité, sa puissance utile est 1 kW. Quel est le moment moteur?**

c) **Son rendement est 0,8, le facteur de puissance 0,6. Quelle puissance réactive produit-elle? Quel est le courant qu'elle absorbe sachant que la tension simple du réseau est 120 V.**

d) **Quelle devrait être la capacité de chacun des trois condensateurs qui associés en étoile produiraient la même puissance réactive ?**

Réponses : *a*) 4 pôles *b*) 6,4 m·N ;
c) 1 666 VA r ; 6 A *d*) 125 μF.

23-8. Le stator d'un moteur asynchrone triphasé comporte quatre pôles.

Les indications de la plaque sont : $U = 200$ V ; $f = 50$; $P = 3$ kW ; $\cos \varphi = 0,8$; vitesse : illisible.

Des moteurs de la même fabrication ont à pleine charge un rendement de 0,85 et un glissement de 5 %.

Calculer :

a) **La vitesse du moteur à pleine charge ;**

b) **Le couple du moteur à pleine charge ;**

c) **L'intensité du courant appelé par le moteur.**

(C.A.P.)

23-9. L'essai au banc d'un moteur asynchrone triphasé a fourni le tableau suivant de correspondance, entre le couple utile et la vitesse :

Vitesse ; en tours/minute	**0 .....**	**1 400**	**1 440**	**1 500**
Moment du couple en m.N	**? .....**	**300**	**252**	**0**

1° Quelle est la valeur du moment du couple normal sachant qu'il est obtenu lorsque le glissement est de 4 % ?

2° Quelle est la puissance utile correspondante?

3° Le rendement du moteur est ρ et le facteur de puissance 0,8 ; quel est le courant dans l'une des phases du stator monté en triangle? La tension d'alimentation entre phases est 200 V.

4° Quelle est la puissance perdue par effet Joule dans le stator, lorsque le fonctionnement est normal, sachant que la résistance mesurée entre deux bornes du stator est de 0,1 Ω?

5° Quelle est la puissance indiquée par chacun des deux wattmètres montés selon le schéma classique?

6° On se propose de ramener à 1 le facteur de puissance du réseau à l'aide d'un moteur synchrone dont le facteur de puissance est au minimum 0,6. Que peut-on dire de son excitation?

Quelle serait sa puissance apparente?

Quelles seraient les puissances active, réactive, apparente du réseau?

Quelle puissance pourrait-on demander à ce moteur synchrone sachant que son rendement est 0,9.

On conduira les calculs avec l'une des quatre valeurs du rendement :

$$\rho_A = 0,9 \qquad \rho_B = 0,8 \qquad \rho_C = 0,75 \qquad \rho_D = 0\,72.$$

Réponses : 1° $C = 252$ m·N ;

2° $P_u = 38$ kW ;

et pour les quatre applications numériques possibles :

	A	B	C	D
3° I_{st} (en A)	88	99	105	110
4° P_J (en W)	3 485	4 410	5 023	5 450
5° P_1 (en W)	30 275	34 080	36 300	37 800
P_2 (en W)	11 975	13 500	14 400	15 000
P_f (en W)	42 240	47 520	50 700	52 800
6° Q en VAr	31 680	35 640	38 000	39 600
S en VA	39 600	44 550	47 520	49 500
Q réseau = O P = S...	66 000	74 250	79 200	82 500
P_u	21 384	24 000	25 660	26 730

23-10. Un moteur triphasé asynchrone tourne à 2 800 tr/mn. Le moteur n'étant pas branché, on mesure en courant continu la résistance des bobinages du stator : on trouve 0,8 ohm par phase. Le moteur est à 220/380 V et le réseau donne 220 V entre deux phases (50 Hz).

1° Comment doit-on brancher le moteur? Quelle est alors la résistance entre deux bornes du moteur?

2° Quel est le glissement?

3° On monte les deux wattmètres classiques pour la mesure de la puissance active consommée. Représenter le montage.

a) **le moteur tournant à vide, on relève aux wattmètres $P_1 = 580$ W, $P_2 = -280$ W.**

b) **le moteur en charge normale, on relève $P_1 = 2\,850$ W et $P_2 = 1\,200$ W.**

Calculer :

— le facteur de puissance et le courant appelé à vide ;

— le facteur de puissance et le courant appelé en charge ;

— les pertes constantes ;

— les pertes Joule en charge, la puissance transmise au rotor, les pertes Joule rotor, la puissance mécanique fournie par le rotor.

Nota : **On rappelle les formules relatives à la méthode des deux wattmètres :**

$$P = P_1 + P_2 \qquad \operatorname{tg}\varphi = \sqrt{3}\,\frac{P_1 - P_2}{P_1 + P_2} \qquad \cos^2\varphi = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2\varphi}$$

(*B.E.I.*)

23-11. Un particulier achète un groupe élévateur d'eau, pour lequel le catalogue indique : moteur asynchrone triphasé (550 W utile), 220/380 V, 2 800 tr/mn ; débit de la pompe pour 24 m de dénivellation : 2,3 m³ par heure.

1° La tension mesurée au tableau entre phase et neutre est de 125 V. Quelle est la tension entre deux phases?

Représenter le montage des barrettes sur la plaque de bornes. Comment place-t-il les enroulements du moteur?

2° Quel est le glissement du moteur? son nombre de pôles?

3° Calculer, d'après les prévisions du constructeur, le rendement de l'ensemble hydraulique (pompe et canalisations).

4° Le groupe étant en place, on relève 215 V aux bornes du moteur, une intensité de 2,25 A par fil, et une consommation de 115 Wh en 10 mn au compteur. En négligeant les pertes de puissance dans la ligne, calculer : la puissance électrique consommée et le facteur de puissance.

5° Le débit constaté pour 24 m de dénivellation est de 300 litres en 10 mn. A combien revient le mètre cube d'eau amené au réservoir (le kilowatt-heure est vendu 0,20 F)?

CINQUIÈME PARTIE

PROBLÈMES PROPOSÉS A DIVERS EXAMENS

SUR LES CHAPITRES 1 à 5

A I. La cuve d'une machine à laver contient 20 litres d'eau. Le constructeur a prévu un chauffage électrique dont la puissance est de 2kW.

1° L'eau étant prise à 15 °C, en combien de temps les 20 litres d'eau peuvent-ils (théoriquement) être portés à l'ébullition ?

2° En fait le rendement calorifique de l'appareil est 0,8. Quel est le temps réellement nécessaire ?

3° Quelle est la dépense en énergie électrique pour un fonctionnement de 2 heures, sachant que pendant ce temps le moteur de 400 W qui brasse l'eau fonctionne aussi ? Le prix du kilowatt-heure est de 0,16 F.

4° Quelle est l'intensité du courant nécessaire :

a) lorsque la tension d'alimentation est de 120 V ;

b) lorsque la tension d'alimentation est de 220 V ?

5° Dans le cas de l'alimentation sous 120 V, quel doit être le diamètre du conducteur de section circulaire amenant le courant à la machine, la densité de courant (intensité par unité de surface du conducteur) ne devant pas dépasser 5 A/mm² ?

6° La combustion du gaz fournit 4 thermies par mètre cube, le rendement du chauffage est de 70 %, le mètre cube de gaz coûte 0,24 F. Quel est le rapport entre le prix de revient du chauffage par l'électricité et par le gaz ? Quel devra être le débit du gaz pour obtenir l'ébullition des 20 litres d'eau en une demi-heure ?

A II. La pénurie de combustible, et, partant, celle d'énergie électrique d'origine thermique, avait, à une certaine époque, contraint la Compagnie du Métropolitain de Paris à fermer un certain nombre de stations, et à éviter ainsi un certain nombre d'arrêts des rames :

1° En admettent que l'énergie économisée par une rame qui ne s'arrête pas est celle qu'il aurait fallu lui fournir pour communiquer à sa masse la vitesse moyenne de circulation (36 km/h), calculer l'énergie économisée lorsqu'une rame composée de 3 voitures de 26 tonnes et de 2 motrices de 31 tonnes ne s'arrête pas. On rappelle la formule donnant l'énergie cinétique :

$$W = Mv^2/2.$$

2° Dans une station, les rames se succèdent dans un sens (appelé direction) en moyenne toutes les 6 minutes pendant 18 heures par jour. Quelle est l'économie quotidienne résultant de la fermeture d'une station ?

3° Cette énergie serait fournie par une centrale thermique alimentée en houille dont la combustion fournit 7 000 kcal/kg, et dont le rendement global est de 11,95 %. Calculer la quantité de charbon nécessaire à la production d'une énergie électrique de 7 000 kJ.

4° Quelle est la quantité de charbon économisée par la fermeture de 20 stations ?

A III. Un compteur porte les indications 220 V – 20 A. Un tour du disque de ce compteur correspond à la consommation de 1,2 Wh. On branche sur ce compteur, en dérivation:

a) 2 lampes de 220 V – 100 W ;

b) un moteur électrique qui, fonctionnant en régime permanent, développe une puissance mécanique de 0,5 ch avec un rendement égal à 0,9 ;

c) un fer à repasser qui, seul en fonctionnement, fait tourner le disque du compteur à 10 tr/mn ;

d) une bouilloire électrique qui permet de porter à l'ébullition un demi-litre d'eau prise à 15 °C, en 10 minutes — les pertes de chaleur représentant 20 % de l'énergie électrique fournie par le courant.

On demande :

1° Un schéma de l'installation ;

2° La puissance consommée séparément par le moteur, le fer à repasser et la bouilloire ;

3° Le prix de revient de 10 minutes d'utilisation simultanée de tous les appareils ;

4° La puissance disponible pour l'utilisation éventuelle d'atures appareils, les précédents devant pouvoir fonctionner en même temps sans qu'on dépasse la charge nominale du compteur ;

5° L'intensité du courant traversant le compteur lorsque les appareils déjà existants fonctionnent simultanément.

(*B.E.I.*)

A IV. Dans tout ce problème on supposera que la tension d'alimentation est constante : $U = 110$ V. On négligera les variations de resistance en fonction de la température.

1° Calculer la résistance d'un fer à repasser de 440 W. Quel courant le traverse lorsqu'il est soumis à la tension ci-dessus ?

2° Au bout de combien de temps de fonctionnement l'élévation de température est-elle de 300 °C, sachant que sa masse est 2 kg et la chaleur massique moyenne des matériaux qui le constituent 0,11 cal/g/°C. On négligera les échanges de chaleur avec l'extérieur.

3° L'élément chauffant est constitué par un ruban résistant plat de 1 mm de large et d'épaisseur 2/10 mm, enroulé sur une bande de mica de 2 cm de largeur, d'épaisseur négligeable. Il y a 100 spires égales. Quelle est la résistivité de l'alliage résistant utilisé ?

4° Une petite lampe indicatrice du fonctionnement du fer doit être alimentée sous 3,5 V. Comment peut-elle être montée ? On négligera le courant dans cette lampe.

5° Le ruban métallique se rompt à quelques spires d'un point de fixation. Un réparateur occasionnel réunit alors l'extrémité libre du ruban restant à la borne d'arrivée du courant, et enlève les 12 spires coupées. Quelle est la nouvelle puissance de l'appareil ?

A V. Une lampe à incandescence consomme 100 watts lorsqu'elle est soumise à une tension de 120 V.

1° Quelle est sa résistance en fonctionnement ?

2° Son filament est en tungstène de résistivité $6{,}28 \times 10^{-8}$ ohm-mètre, sa longueur est 0,405 m : quel est son diamètre ?

3° Ce filament est porté à la température de 2 520 °C. Sa résistance à cette température est 13 fois sa résistance à 40 °C. Quel est le coefficient de température du tungstène ?

4° Lorsque la tension d'alimentation

a) devient 128 V, la puissance consommée par la lampe est 110 W,

b) devient 112 V, la puissance consommée par la lampe est 90 W.

Ces résultats sont-ils en accord avec la théorie classique selon laquelle la résistance est indépendante de la tension appliquée ? Quelle explication proposez-vous ? On négligera les variations de longueur et de section du filament.

5° Le flux lumineux Φ émis par la lampe est une grandeur physique qui exprime « la quantité de lumière émise par la lampe » (cette grandeur se mesure en lumens : lu). Un fabricant de lampes donne le tableau suivant pour les lampes de sa fabrication :

Puissance (W) :	25 ·	40 ·	60 ·	75 ·	100 ·	150 ·
Flux (lu) :	250 ·	440 ·	750 ·	1 000 ·	1 400 ·	2 200 ·

A puissance égale (600 W par exemple), a-t-on intérêt à multiplier ou à réduire le nombre des sources lumineuses (considérations esthétiques ou pratiques mises à part) ?

En éclairagisme on parle d'efficacité lumineuse $\mathcal{E}$ d'une source. Comment pourrait-on définir cette notion ? Quelle relation proposeriez-vous entre P, Φ, $\mathcal{E}$?

6° La durée de vie d'une lampe dépend du régime d'emploi :

a) sous 120 V, la durée de vie d'une lampe de 100 W est de 1 000 heures ;

b) sous 128 V, son flux lumineux est augmenté de 25 %, la puissance consommée est 110 W, et la durée de vie est moitié moindre ;

c) sous 112 V, son flux lumineux est réduit de 20 %, la puissance consommée est 90 W, et la durée de vie est doublée.

Sous quelle tension d'utilisation le flux lumineux est-il obtenu le plus économiquement ? On donne : prix d'achat de la lampe 1,50 F ; prix du kWh, 0,15 F. On pourra calculer par exemple le prix de revient d'une heure d'éclairage, dans les 3 conditions différentes données ci-dessus.

Compte tenu du flux lumineux émis, calculer le prix de revient de 1 000 lumens-heures dans chacun des cas *a*, *b*, *c*. Conclusion ?

A VI. I) La charge d'une batterie d'accumulateurs a été réalisée dans les conditions suivantes : on monte en série une dynamo, un rhéostat, un ampèremètre et la batterie.

1° Représenter le montage.

2° En agissant sur le rhéostat, on a obtenu le régime de charge suivant :

— pendant les 2 premières heures, l'intensité est restée constante à 4 A ;

— pendant les 3 heures suivantes, l'intensité est restée constante à 5 A ;

— pendant les 5 heures suivantes, l'intensité est restée constante à 3 A ;

— pendant les 3 heures suivantes, on a observé une baisse régulière et continue de 3 A à 2 A.

Représenter graphiquement les variations de l'intensité au cours de la charge, en fonction du temps.

3° Calculer la quantité d'électricité reçue par la batterie au cours de la charge.

II) On ramène l'accumulateur à son état initial en le déchargeant dans une résistance réglable, avec ampèremètre pour la mesure de l'intensité.

1° Représenter le montage.

2° Le courant ayant été maintenu à 3,2 A pendant 11 heures 15 minutes, calculer la quantité d'électricité fournie par la batterie au cours de la décharge, et son rendement en quantité.

III) Pour éviter d'avoir à contrôler constamment l'intensité du courant pendant la charge, on enregistre la courbe de variation de l'intensité au moyen d'un ampèremètre enregistreur qui donne une courbe continue, dont les valeurs relevées d'heure en heure sont données ci-dessous :

Temps (h)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10 (fin)
Intensité (A)	5,3	4,8	4,4	4,3	4,2	4,2	4,2	4,0	3.7	3,1	2,2f

1° Reproduire la courbe sur papier millimétré.

2° Déterminer la quantité d'électricité reçue par la batterie au cours de la charge dans ces conditions.

(d'après B.E.I.)

A VII. Un groupe élévateur d'eau comporte une pompe centrifuge entraînée par un moteur à courant continu alimenté sous 120 V. Pour se rendre compte du fonctionnement du groupe, l'usager fait les observations suivantes :

a) il évalue à 18 m la hauteur moyenne d'élévation de l'eau ;

b) il mesure le fond du réservoir supérieur (parallélépipède rectangle) : longueur 1 m, largeur 0,60 m. Le groupe fonctionnant, il observe que le niveau de l'eau monte de 29 cm en 10 mn ;

c) il relève sur la plaque du compteur d'énergie électrique la valeur de la constante $k = 0{,}80$ Wh par tour du disque, et il compte en fonctionnement 16 tours du disque en 3 mn.

D'après ces observations, calculer :

1° L'énergie utile fournie par le groupe en 10 mn (énergie correspondant à l'élévation de l'eau), et la puissance utile fournie ;

2° L'énergie électrique consommée dans le même temps par le moteur, et le rendement global du groupe ;

3° La puissance électrique consommée par le moteur et l'intensité du courant qui le traverse ;

4° Le prix de revient du mètre cube d'eau rendu au réservoir, en ne tenant compte que de la dépense d'énergie électrique, à raison de 0,22 F le kWh.

A VIII. Afin d'étudier la loi de Joule, on se propose de construire une résistance destinée à être plongée dans le pétrole contenu dans un calorimètre. On dispose de plusieurs échantillons de fils :

— échantillon A : ferro-nickel, résistivité $80 \times 10^{-8}\ \Omega$ m, diamètre 6/10 mm ;

— échantillon B : manganine, résistivité $42 \times 10^{-8}\ \Omega$ m ;

— échantillon C : matière inconnue, résistance marquée 12 ohms, diamètre 7/10 mm, longueur 4,90 m ;

1° Quelle longueur de l'échantillon A faudra-t-il prendre pour avoir une résistance de 20 ohms ?

2° La longueur de l'échantillon B est de 3 m ; sa résistance mesurée est de 10 ohms ; en déduire la section du fil et son diamètre.

3° Quelle est la résistivité de la matière dont est fait l'échantillon C ?

On choisit finalement la résistance $R = 12$ ohms pour servir aux mesures. Cette résistance est plongée dans un calorimètre contenant 400 g de pétrole, dont la chaleur massique est $c = 0{,}5$ cal/g/°C ; l'équivalent en eau du calorimètre seul est de 50 g. La température initiale est 18 °C. Un courant de 3 A passe pendant une minute dans la résistance.

4° Quelle est la température finale ?

5° Quel courant faudrait-il faire passer pour que l'élévation de température soit double ?

L'alimentation en courant est assurée par un rhéostat monté en potentiomètre. Le fil résistant du rhéostat, d'extrémités B et C, comporte 120 spires, chacune ayant une résistance de 1 ohm, soit au total 120 ohms. Le fil chauffant du calorimètre est monté entre l'extrémité B et le curseur D, arrêté sur la 96e spire à partir de B : la fraction BD du rhéostat vaut alors 96 ohms ; la résistance des fils de jonction est négligeable.

6° La tension d'alimentation du potentiomètre étant de 120 V, calculer l'intensité du courant dans le fil d'arrivée en C et dans la résistance $R = 12$ ohms plongée dans le calorimètre.

(*B.E.I., A.P. probatoire*)

A IX. Les caractéristiques d'un radiateur électrique sont : 120 V, 240 W ; celles d'une lampe : 120 V, 60 W.

1° Calculer les intensités nominales de ces appareils, et leurs résistances R et R' dans les conditions de fonctionnement normal.

2° On monte les deux appareils en série sous une tension totale de 240 ohms, et on shunte la lampe par une résistance X choisie de façon que la lampe soit traversée par son courant nominal. Calculer X, les intensités des courants dans le radiateur et dans la résistance X, ainsi que les puissances dissipées dans chacun des trois appareils.

3° On monte en série le radiateur et une résistance Y, on place la lampe en dérivation aux bornes du radiateur, et on alimente l'ensemble sous 240 V. Calculer Y pour que la lampe soit traversée par son courant nominal, calculer les intensités dans le radiateur et dans la résistance Y, ainsi que les puissances dissipées dans les trois appareils.

4° Comparant les montages décrits dans les deux questions précédentes quel est celui qui vous paraît préférable du point de vue pratique ?

(*Baccalauréat technique*).

A X. Un rhéostat potentiométrique présente entre les extrémités A et B de son bobinage une résistance totale constante R. Une tension U est appliquée entre A et B.

1° En désignant par R' la fraction de la résistance R comprise entre l'extrémité B et le curseur C, quelle est l'expression de la différence de potentiel U_1 entre les points B et C ?

2° On branche entre B et C un récepteur de résistance constante r. Calculer :

a) la résistance de l'ensemble, prise entre les points A et B ;

b) l'intensité du courant dans la résistance r ;

c) la différence de potentiel U_2 aux bornes de r.

Application : $R = 20$ ohms ; $R' = 10$ ohms ; $r = 100$ ohms ; $U = 100$ V.

3° En posant $U_2/U = y$, $r/R = m$, $R'/R = x$, établir la relation $y = f(x, m)$ et la représenter graphiquement pour $m = 0{,}5$ et $m = 5$.

Représenter graphiquement $(U_1 - U_2)/U$ pour $m = 0{,}5$.

Echelle : en abscisses et ordonnées 10 cm pour une unité de x et de y.

4° Calculer en fonction de m et x le rendement du montage, c'est-à-dire le rapport de la puissance électrique fournie à r à la puissance électrique totale reçue entre A et B.

Application : $R = 40$ ohms ; $R' = 30$ ohms ; $r = 15$ ohms.

(*B.E.I. Aide-Physicien*)

SUR LES CHAPITRES 1 à 8

1. Un générateur d'électricité débite du courant dans deux électrolyseurs en série. L'un d'eux, *A*, a des électrodes de platine et contient de l'eau acidulée par de l'acide sulfurique, l'autre, *B*, a des électrodes de cuivre et contient une solution de sulfate de cuivre. Deux voltmètres de très grande résistance sont placés en dérivation aux bornes des électrolyseurs *A* et *B*.

1° On recueille les gaz dégagés sur les deux électrodes de l'un d'eux dans la même éprouvette graduée et l'on observe un débit régulier de 10,5 cm^3 par minute (volume ramené dans les conditions normales).

Quelle est l'intensité du courant ?

2° Quel est le poids du cuivre déposé pendant 15 minutes ? Cu = 63,6.

3° Pendant l'expérience précédente, le voltmètre placé aux bornes de *A* marque 7,5 volts ; celui qui est placé aux bornes de *B* marque 10 volts.

On fait varier l'intensité du courant, le débit des gaz est doublé. Le voltmètre placé aux bornes de *A* marque alors 13,5 volts. Que marque celui qui est placé aux bornes de *B* ? Quelles sont les résistances des électrolyseurs et leurs forces contre-électromotrices ?

4° Expliquer les deux électrolyses. Montrez comment le phénomène électrolytique permet de définir les quantités d'électricité et leur débit et de donner la notion de courant électrique.

(*Bacc.* 1re *partie*, 1958)

2. — 1° On dispose de 12 piles Leclanché ayant chacune une f.é.m. de 1,5 volt et une résistance intérieure *r*. Groupées en deux séries parallèles de 6 éléments chacune, elles alimentent une résistance *R* plongée dans un calorimètre contenant 400 grammes de pétrole de chaleur spécifique 0,5. Un ampèremètre de résistance négligeable est placé en série avec *R*.

L'ampèremètre indiquant 0,5 ampère, la température du pétrole s'élève de 1,5 °C en 7 minutes. Calculer :

a) la résistance *R* ;

b) la différence de potentiel aux bornes *A* et *B* de la batterie de piles ;

c) la résistance intérieure *r* d'une pile ;

d) le poids de zinc disparu dans l'ensemble de la batterie pendant les 7 minutes de l'expérience précédente.

2° On remplace la résistance *R* et le calorimètre par une cuve à électrolyse de l'eau, ayant une résistance de 1,5 ohm. L'ampèremètre indique alors 1 ampère.

a) Calculer la f.c.é.m., *E'*, de la cuve.

b) Déterminer la valeur en joules et en kilocalories de l'énergie électrique nécessaire pour rompre 1 molécule-gramme d'eau.

On prendra 4,2 joules pour l'équivalent mécanique de la calorie.

Zn = 66, valence 2.

96 500 coulombs libèrent une valence-gramme de cation.

(*Bacc.* 1re *partie*)

3. A. — 1° La loi d'Ohm relative à un générateur donne l'expression de la différence de potentiel aux bornes de ce générateur. Quelle est cette expression ? Indiquer la signification des termes et préciser les unités avec lesquelles sont mesurées les grandeurs.

2° Pour vérifier expérimentalement cette loi, on dispose d'une pile de lampe de poche, d'un ampèremètre de résistance négligeable, d'un voltmètre de très grande résistance, d'un rhéostat, d'un interrupteur, de fils conducteurs.

a) Faire le schéma du montage. Quel sera le rôle du rhéostat au cours des expériences ?

b) Le circuit étant fermé, l'ampèremètre indique $I = 100$ milliampères et le voltmètre $V = 4$ volts. On constate ensuite qu'à chaque fois que I augmente de 100 milliampères, V diminue de 0,5 volt. Montrer que cette simple observation constitue la vérification expérimentale de la loi.

c) Tracer la courbe représentative de V, fonction de I. En déduire les caractéristiques de la pile.

d) Quelle est l'indication du voltmètre quand le circuit est ouvert ?

3° On sait que la pile précédente est constituée par trois éléments Leclanché identiques, groupés en série. Quelles sont les caractéristiques de chacun de ces éléments ?

B. — La pile est utilisée dans une lampe de poche où elle fait partie d'un circuit comprenant une ampoule et des connexions de cuivre très courtes, pratiquement sans résistance.

1° Le culot de l'ampoule porte les indications 3,5 volts, 0,2 ampère. Montrer que ces indications concordent avec les caractéristiques de la pile trouvées précédemment. Calculer la résistance du filament de l'ampoule en fonctionnement et la puissance calorifique mise en jeu dans l'ampoule.

2° La lampe ne doit être utilisée que par intermittences sinon l'éclat de l'ampoule diminue progressivement. Pourquoi ? Que se passe-t-il entre les périodes d'utilisation ?

3° La pile débite un courant d'intensité 0,2 ampère par intermittence au total pendant 2 heures. Le pôle négatif des éléments étant en zinc, quel est le poids de zinc consommé pendant ces 2 heures ? Quelles sont, pendant ce temps, l'énergie totale mise en jeu et la proportion de cette énergie utilisée dans l'ampoule ? Qu'est devenue la différence ?

$$Zn = 65{,}4.$$

4. — 1° On dispose de 12 éléments de piles identiques, de force électromotrice 1 volt et de résistance inconnue. On les groupe d'abord en deux séries de 6 éléments, que l'on réunit en parallèle. Le circuit extérieur comprend un rhéostat R_1, dont la résistance est alors 36 ohms, et un ampèremètre de résistance négligeable. Dans un deuxième montage, on groupe tous les éléments en série : l'ampèremètre indique la même intensité (la résistance du rhéostat n'ayant pas été modifiée). Quelle est la résistance d'un élément ?

2° On place en dérivation aux bornes du rhéostat R_1 une portion de circuit comprenant un voltamètre de force contre-électromotrice 1,5 volt et un rhéostat R_2. La résistance totale de cette branche étant 45 ohms, comment

doit-on modifier la résistance du rhéostat R_1 pour que la batterie, montée comme précédemment (deuxième montage), débite la même intensité ?

3° La branche contenant le voltamètre est mise seule aux bornes de la batterie des 12 éléments réunis en série. Calculer le volume d'hydrogène, mesuré dans les conditions normales, qui se dégagera en 1 heure à la cathode du voltamètre (96 500 coulombs libèrent une valence-gramme). Volume moléculaire normal : 22,4 litres.

(*Bacc.* 1re *partie*)

5. Un générateur *G*, de force électromotrice 25 volts et de résistance intérieure 5 ohms, débite sur une résistance de 8 ohms, une résistance de 5 ohms et un ampèremètre de 5 ohms placés en série. On néglige la résistance des fils de connexion.

Soient deux points *C* et *D* du circuit ; ces deux points encadrant la résistance de 5 ohms et l'ampèmètre. Un voltmètre est branché entre *C* et *D*.

L'indication de l'ampèremètre est 1 ampère.

1° Quelle est l'indication du voltmètre ?

2° Quelle est l'intensité du courant qui traverse le générateur ?

3° Quelle est l'intensité qui passe dans le voltmètre ?

4° Quelle est la résistance de ce dernier ?

(*Bacc.* 1re *partie*)

SUR LES CHAPITRES 1 à 15

1. On associe en série 6 éléments d'accumulateurs ayant chacun pour force électromotrice 2 V. Cette batterie alimente les appareils suivants, associés en série :

— un voltamètre à chlorure de zinc à électrodes en zinc, de résistance 2,5 Ω ;

— une résistance faite d'un fil de ferronickel de valeur 2 ohms, immergée dans l'huile contenue dans le vase d'un calorimètre.

— un solénoïde dont la résistance est 1,2 ohm et dont l'axe longitudinal est perpendiculaire à la composante horizontale du champ magnétique terrestre.

Le courant est de 2 A.

1° *a*) Représenter le schéma du montage.

On précisera les pôles positifs et négatifs des générateurs et on indiquera sur quelle électrode du voltamètre s'effectue le dépôt de zinc.

b) Quelle est la force contre-électromotrice du voltamètre ?

c) Le courant ayant circulé pendant 32 mn 10 s, le poids de zinc obtenu est de 1,32 g. Quelle est la masse atomique du zinc ? La formule du chlorure de zinc est $Zn\,Cl_2$.

2° *a*) Calculer la résistance de chacun des éléments d'accumulateurs.

b) La résistance de ferronickel a une section rectangulaire de 2 mm × 0,1 mm, sa longueur est 50 cm. Quelle est sa résistivité ?

c) Le calorimètre contient 500 g d'huile de chaleur spécifique 0,8. Le courant ayant circulé pendant 15 mn 36 s la température finale observée est 20 °C.

Quelle était la température initiale ?

3° Une petite aiguille aimantée montée sur pivot placée au centre du solénoïde fait avec l'axe du solénoïde un angle de 1/100 radian lors du passage du courant.

Calculer le nombre de spires du solénoïde sachant que sa longueur est 12,5 cm et que la composante horizontale du champ terrestre est 20 μT.

N.B. — Les questions sont indépendantes.

96 500 coulombs libèrent une valence-gramme de métal.

$$J = 4\,180 \text{ J/mth.}$$

(*Brevet d'Enseignement Industriel. Examen probatoire, juin* 1955)

2. — 1° Sur un cylindre de 1 mètre de long et de 9,5 mm de rayon, on enroule à spires jointives un fil de cuivre de 1mm de diamètre (l'épaisseur de l'isolant est négligeable). Quelle est la résistance du solénoïde ? Résistivité du cuivre 1,6 microhm-cm. ($1{,}6 \times 10^{-8}$ Ω m²/m).

2° Un circuit électrique comprend en série : un générateur de f.é.m. E, de résistance intérieure négligeable, un voltamètre à sulfate de cuivre avec anode en cuivre, de résistance intérieure 2,72 ohms, et le solénoïde précédemment défini. L'axe du solénoïde est horizontal et perpendiculaire au plan du méridien magnétique. Au centre du solénoïde se trouve un petit aimant mobile autour d'un axe vertical. On constate une augmentation de poids de la cathode de 1,575 g au bout de 16 minutes 5 secondes. Quelle est l'intensité du courant ? Quelle est la F.E.M., du générateur ? Pourquoi le voltamètre ne présente-t-il pas de force contre-électromotrice ?

Masse atomique du cuivre 63 g. Valence du cuivre 2.

1 faraday = 96 500 coulombs.

3° L'aimant situé au centre du solénoide dévie, par rapport à l'axe du solénoïde, d'un angle α dont la tangente est $0{,}01/\pi$.

Quelle est la composante horizontale du champ terrestre ?

4° On remplace l'anode en cuivre du voltamètre par une anode insoluble. On supposera que la résistance intérieure du voltamètre est toujours 2,72 ohms. Pour maintenir perpendiculaire à l'axe du solénoïde l'aimant dont le moment magnétique est égal à l'unité S.I., il faut exercer un couple antagoniste de $57{,}776 \times 10^{-7}$ m N.

Quelle est la nouvelle valeur de l'intensité dans le circuit ?

Pourquoi a-t-elle changé ?

Quelle est la F.C.E.M. du voltamètre ?

(*Bacc., Athènes* 1re *partie M.*, 1950)

3. — 1° Un milliampèremètre est gradué en centièmes de milliampères et la porté de ses indications va de 0 à 100 ; sa résistance est $r = 200$ Ω. On le place en série avec une batterie de piles dont la F.E.M. est $E = 3{,}75$ V, et une résistance de protection R. Calculer la valeur de cette résistance pour que

le milliampèremètre indique $I = 0{,}001$ A. La résistance de la batterie et celle des fils reliant les appareils seront considérées comme négligeable.

2° On intercale dans le circuit précédent une résistance inconnue X. L'intensité indiquée par le milliampèremètre est alors I'. Etablir la relation entre X et I'. Montrer que ce dispositif permet de mesurer des résistances. Préciser X lorsqu'on lit sur l'appareil $I' = 80$ (divisions).

3° La f.é.m. de la batterie de piles diminue peu à peu avec le temps ; aussi doit-on perfectionner le dispositif précédent en mettant aux bornes du milliampèremètre une shunt réglable de résistance s. Quelle valeur doit prendre s quand on remplace la batterie usagée par une batterie neuve, telle que $E = 4{,}5$ V ? La résistance X enlevée, l'aiguille du milliampèremètre indique encore $I = 0{,}001$ A.

4° Montrer que, muni de ce shunt convenablement réglé le dispositif peut encore servir à mesurer des résistances X en utilisant la relation précédemment établie.

5° Etablir la relation entre la résistance X mesurée, la F.E.M. E, et la lecture n divisions donnée par l'aiguille :

a) dans le cas où il n'y a pas de shunt : tracer la courbe $X = f(n)$ pour $E = 3{,}75$ V ; en particulier, que vaut X pour $n = 100, 50, 37{,}5, 20, 10, \ldots$?

b) dans le cas où il y a le shunt qui permet l'emploi de la pile neuve : y-a-t-il lieu de prévoir plusieurs graduations (selon l'état d'usure de la pile) ?

4. — 1° Pour mesurer a résistance d'un fil métallique AB, on l'intercale en série dans un circuit comprenant un générateur de force électromotrice $E = 90$ volts et de résistance intérieure r inconnue, un ampèremètre et un interrupteur. La résistance de l'ampèremètre et des fils de jonction est supposée négligeable. Un voltmètre est placé en dérivation aux extrémités du fil AB. Lorsqu'on ferme le circuit, l'ampèremètre marque une intensité $I = 6{,}0$ ampères et le voltmètre une différence de potentiel $V = 12{,}8$ volts. Déterminer la résistance X du fil.

2° La résistance R du voltmètre, indiquée sur le cadran, est 256 ohms. Montrer que la mesure précédente ne donne qu'une valeur approchée de la résistance du fil et déterminer la valeur corrigée X'.

3° Quelle erreur relative commet-on dans la mesure de la résistance en prenant pour valeur de celle-ci le nombre X trouvé au 1° ? Peut-on négliger cette erreur devant celles commises dans la détermination de V et de I, sachant que le voltmètre et l'ampèremètre permettent d'apprécier respectivement 0,1 volt et 0,1 ampère ?

4° Déduire de l'expérience précédente la résistance intérieure du générateur.

(*Bacc.* 1re *partie*)

5. — 1° Un fil cylindrique homogène CD, constitué d'un alliage métallique utilisé pour la construction des rhéostats, a une longueur de 1 mètre, une section de 0,2 mm^2 et une résistance de 5 ohms.

Quelle est la résistivité de l'alliage utilisé ?

2° On associe en série .
— un générateur G de force électromotrice 4 volts et de résistance intérieure 0,1 ohm ;
— un ampèremètre de résistance 0,1 ohm ;
— le fil CD dont on a parlé dans la question 1° ;
— une résistance auxiliaire R.

Les fils de jonction ont une résistance négligeable.

Quelles doivent être la valeur de la résistance R et de l'intensité indiquée par l'ampèremètre pour que la différence de potentiel entre C et D soit de 2 volts ?

3° Ces conditions sont réalisées. Le joint C est du côté de la borne positive de G. Par des fils conducteurs, on réunit la borne positive d'une pile P au point C et la borne négative au point M de CD situé à 72 cm de C. On constate (par exemple à l'aide d'un galvanomètre) qu'aucun courant ne traverse la pile. Montrer que le courant débité par G est le même que dans la question précédente. Quelle est la force électromotrice de la pile P ?

(*Bacc.* 1re *partie, C et M (partiel), septembre* 1956)

6. — 1° On considère une bobine plate rectangulaire $ABCD$ ($AB = CD = 5$ cm ; $BC = DA = 20$ cm) comportant 20 spires de fil de cuivre de résistivité $\rho = 1{,}57 \times 10^{-6}$ ohm-cm et de diamètre $d = 0{,}4$ mm. Calculer la résistance de la bobine (on posera $\pi = 3{,}14$).

2° Entre les bornes d'un générateur de force électromotrice $E = 2{,}5$ V et de résistance intérieure $r = 0{,}5$ ohm, on monte en série cette bobine plate et une résistance fixe $R = 0{,}75$ ohm. Calculer l'intensité du courant et la différence de potentiel aux bornes du générateur.

3° La bobine $ABCD$ parcourue par un courant $i = 1$ A est suspendue au plateau d'une balance ; on équilibre par des poids marqués. Le plan $ABCD$ est vertical et les côtés AB et CD sont horizontaux ; le côté CD qui est le plus bas est soumis à l'action d'une induction magnétique uniforme, horizontale, normale au plan de la bobine ($B = 0{,}1$ Wb/m²) ; le côté AB est hors du champ d'induction magnétique. Pour rétablir l'équilibre, on doit ajouter sur l'un des plateaux un poids p. Préciser sur un schéma, pour un sens du courant i et du champ H déterminés, le sens de la force électromagnétique. Calculer p.

4° Dans le même champ d'induction uniforme de 0,1 Wb/m² on place, normalement aux lignes de force, le disque de cuivre d'une roue de Barlow de 20 cm de diamètre, alimentée par un courant de 16 A. Le disque fait 6 tr/s. Calculer la puissance du moteur ainsi réalisé et sa force contre-électromotrice.

(*Bacc.* 1re *partie C et M, Dakar, octobre* 1953)

7. — 1° Un générateur d'énergie électrique fournit, au départ de la ligne le reliant aux appareils d'utilisation, une puissance de 12 kilowatts, sous une tension constante de 125 volts.

La perte en ligne, par effet Joule, représente 4 % de la puissance au départ.

La ligne a une longueur de 100 mètres ; elle est constituée par deux fils en cuivre.

On demande de calculer :

a) l'intensité du courant débité par le générateur ;

b) la perte de puissance dans la ligne et la résistance de cette ligne ;

c) le diamètre des fils constituant la ligne. On donne la résistivité du cuivre : $1{,}6 \times 10^{-8}\ \Omega$ m ;

d) la chute de tension le long de la ligne et la tension à l'arrivée.

2° Le système d'utilisation, à l'arrivée de la ligne, comprend deux moteurs identiques et un ensemble de lampes électriques utilisant chacune une puissance de 60 watts.

Chaque moteur fonctionne avec une tension aux bornes de 120 volts ; la puissance disponible sur l'arbre est 2,208 kilowatts et le rendement a une valeur de 0,8.

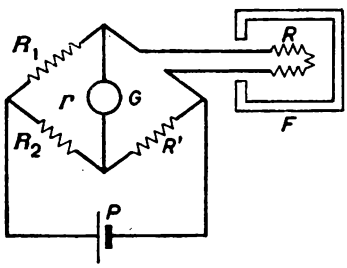
a) Représenter schématiquement le réseau électrique.

b) Calculer l'intensité du courant traversant chaque moteur et le nombre des lampes.

3° Pour mesurer l'intensité du courant qui circule dans la ligne, on dispose d'un ampèremètre à cadre mobile qui dévie de 100 divisions quand un courant d'intensité 5 ampères le traverse. La résistance de cet ampèremètre est 0,3 ohm. Calculer la résistance du shunt permettant d'obtenir une déviation de 100 divisions pour une intensité à mesurer de 100 ampères. En face de quelle graduation l'aiguille s'arrête-t-elle quand l'appareil shunté est placé sur la ligne ?

(*Bacc.* 1re *partie, série technique*, 1958)

8. Pour pouvoir contrôler avec précision la température d'un four F, on utilise le dispositif ci-contre, dans lequel une des branches d'un pont de Wheatstone est constituée par un fil de platine. Placé dans le four, ce fil a une résistance R, qui varie avec la température selon la loi



$$R = R_0 (1 + \alpha t).$$

1° La résistance R_0 à 0 °C de ce fil est 50 ohms. Calculer sa longueur, sachant que sa résistivité à 0 °C est $\rho_0 = 10{,}2$ microhm-centimètre et son diamètre 0,1 millimètre.

2° La température du four doit pouvoir être repérée entre 0 °C et 500 °C. Le coefficient de température est $\alpha = 3{,}8.10^{-3}$.

a) Entre quelles limites variera R ?

b) L'équilibre du pont est réalisé pour toute température en faisant varier R' et en laissant fixe le rapport $R_2/R_1 = 10$.

Quelle est la relation entre R' et t ? Représenter graphiquement la variation de R' en fonction de t.

Entre quelles limites doit-on pouvoir faire varier R' ?

c) Quelle est la variation de la résistance de platine pour une variation de température de 1 °C ?

d) Quelle plus petite variation de R' doit-on pouvoir mesurer pour que la température puisse être estimée au centième de degré Celsius ?

3° Le fil de platine se rompt accidentellement. Quelle est l'intensité totale I du courant que débite alors la pile P ?

$$R_2 = 1\,000\ \Omega, \quad R_1 = 100\ \Omega, \quad R' = 500\ \Omega.$$

Résistance du cadre du galvanomètre : $r = 100\ \Omega$.

F.E.M. de la pile P : $E = 2$ V.

(*Bacc.* 1re *partie*)

9. Entre les deux bornes d'une source d'électricité à différence de potentiel constante et égale à E volts, on constitue un circuit par un moteur de résistance r ohms et un rhéostat de résistance R ohms montés en série.

1° On empêche le moteur de tourner. Calculer en fonction de E, r, R, l'intensité I du courant, la différence de potentiel aux bornes du moteur et la différence de potentiel aux bornes de la résistance.

On laisse le moteur tourner et produire du travail ; la puissance mécanique produite par le moteur est égale à P watts.

Déterminer en fonction de E, r, R, P, la nouvelle intensité I' du courant et la force contre-électromotrice e du moteur. Montrer que le problème n'est possible que si P est inférieur à une certaine valeur, P_0 que l'on déterminera.

2° *a*) Si P est inférieure à P_0 il existe deux régimes possibles du moteur. Quel est celui qui correspond à la meilleure utilisation de l'installation ?

b) On suppose que P a sa valeur maximale P_m. Calculer l'intensité I_m correspondante, ainsi que la force contre-électromotrice e_m du moteur. Les comparer à I et à E.

c) On donne

$E = 110$ volts, $r = 1$ ohm, $R = 4$ ohms, $P = 360$ watts.

Calculer pour chacun des deux régimes du moteur, l'intensité I', la force contre-électromotrice e, ainsi que les différences de potentiel aux bornes du moteur et de la résistance.

3° Quel est pour chacun des deux régimes du moteur, le rendement de l'installation ?

(*Bacc.* 1re *partie*)

10. Un milliampèremètre, dont la résistance R est égale à 100 ohms, est placé dans un circuit électrique. L'aiguille de cet appareil dévie de 100 divisions lorsqu'il est parcouru par un courant de 10 milliampères, et l'on peut admettre que, sur toute la longueur de la graduation, la déviation est proportionnelle à l'intensité du courant qui traverse l'appareil. On place, en dérivation aux bornes du milliampèremètre une résistance r telle que l'aiguille dévie de 100 divisions quand l'intensité du courant circulant dans le circuit principal est égale à 1 ampère.

1° Quelle est la valeur de la résistance r qui shunte le milliampèremètre ?

2° On place dans le circuit principal, en parallèle entre deux points A et B, d'une part une résistance r_1 égale à 20 ohms, d'autre part un moteur dont

la résistance r_2 est égale à 4 ohms et la force contre-électromotrice égale à 12 volts. Faire un schéma du montage.

a) Le moteur étant bloqué, la déviation de l'aiguille du milliampèremètre, toujours shunté par la résistance r, est égale à 200 divisions. Calculer l'intensité du courant traversant la résistance r_1 et celle du courant traversant le moteur.

b) Quand le moteur fonctionne normalement, la différence de potentiel entre les points A et B est égale à 20 volts. Quelle est alors la déviation de l'aiguille du milliampèremètre shunté ?

N.B. — Toutes les questions sont indépendantes.

(*Bacc.* 1re *partie*, 1958)

11. Un moteur shunt bipolaire est alimenté sous 100 volts. L'induit a une résistance de 1 Ω, l'inducteur une résistance de 100 ohms.

1° Quelle serait l'intensité d'un courant fourni par le réseau si l'arbre demeurait calé ? Qu'adviendrait-il ?

2° On suppose qu'en charge le moteur absorbe 11 ampères et que le flux dans les pièces polaires est 9×10^{-3} Wb.

Quelle est la vitesse de ce moteur lorsque la tension d'alimentation est 100 volts ? L'induit porte 500 conducteurs périphériques.

3° Quel est dans ces conditions le rendement de ce moteur ?

4° Quel est le moment du couple dont on dispose sur l'arbre ?

12. On considère une dynamo bipolaire à excitation indépendante constante. Le rotor est constitué par un tambour autour duquel on a enroulé un conducteur formant un circuit fermé sur lui-même d'une résistance totale de 0,2 ohm. Le nombre total des conducteurs actifs, compté en faisant un tour entier du rotor, est égal à 50. Le flux inducteur est invariable et les seules pertes d'énergie dans la dynamo sont provoquées par l'effet Joule. Pour une vitesse de rotation de 1 440 tours par minute la tension aux bornes en circuit ouvert est égale à 120 volts.

1° Calculer la résistance interne de la dynamo et le flux émis par un pôle inducteur.

2° Quelle est la tension aux bornes de la dynamo quand elle débite un courant de 100 ampères à la vitesse de 1 440 tours par minute ? Que vaut alors la résistance du circuit extérieur en admettant qu'il ne comporte aucun moteur? Quelle est la puissance fournie au circuit extérieur ?

3° On augmente la vitesse jusqu'à 1 500 tours par minute. Quelles sont les nouvelles valeurs de l'intensité débitée et de la puissance fournie dans le même circuit d'utilisation ? Comparer les valeurs du rendement (quotient de la puissance utilisée par la puissance mécanique absorbée, les frottements étant nuls) pour les deux vitesses considérées. Ces valeurs sont-elles égales ? Expliquer le résultat.

4° On maintient la vitesse à 1 440 tours par minute. Etudier les variations de la puissance fournie, en fonction de la résistance R du circuit extérieur. Montrer que cette puissance passe par un maximum. Que vaut alors l'intensité ? Calculer le nombre de litres d'eau qui pourraient être portés de 0 °C à 100 °C par la quantité de chaleur dégagée dans tout l'induit pendant une minute par le courant correspondant. On prendra J = 4 200 J/mth.

(*Bacc. Math., et Math. et Tech., Alger, juin* 1950)

SUR LES CHAPITRES 16 à 23

1. Une bobine B résistante et inductive est soumise à une tension continue de 100 volts. Le courant qui la traverse est 0,625 ampère.

1° *a*) Quelle est la résistance R_b de B ?

b) Faire un schéma représentant le générateur, la bobine et les appareils nécessaires à la mesure.

2° Cette bobine de coefficient d'auto-induction $L_b = 0{,}3$ henry est soumise à une tension alternative sinusoïdale de valeur efficace $U = 100$ volts, la valeur efficace du courant qui la traverse est alors $I_b = 0{,}5$ ampère. Quelle est la fréquence du courant ?

3° Une résistance fixe $R = 200\ \Omega$ plonge dans un calorimètre contenant 800 g de pétrole. Elle est soumise à une tension sinusoïdale de pulsation 400 rd/s. L'élévation de température est 6,25 °C en 3 mn 29 s. La chaleur massique du pétrole est 0,5 μth/g/°C. Quelle est la tension d'alimentation de cet ensemble ?

4° Quelle est la valeur efficace du courant que le générateur doit fournir à l'ensemble de B et de R associées en parallèle et soumises à une tension de 100 volts, sunusoïdale, de pulsation 400 rd/s ?

5° Quelle est la capacité du condensateur C qu'on devrait associer en parallèle à l'ensemble BR précédent pour que, soumis à une tension alternative sinusoïdale de valeur efficace 100 volts, de pulsation 400 rd/s, le courant fourni par ce générateur soit minimum ?

Quel serait ce courant ?

2. Les bornes d'un secteur présentent une différence de potentiel efficace 120 V et de fréquence $140/\pi$ Hz.

Entre ces bornes, on monte en série une bobine de résistance 12,4 Ω et une lampe à incandescence sans inductance, ayant, dans les conditions de l'expérience, une résistance de 83,6 Ω. Cette lampe est plongée dans un calorimètre à circulation d'eau. Lorsque le régime stationnaire est atteint, l'eau qui arrive au fond du calorimètre à 7,0 °C se déverse par le haut à 10,6 °C, le débit est de 480 cm³ d'eau à la minute. Calculer :

1° la valeur efficace du courant ;

2° l'impédance de l'ensemble des conducteurs précédents et le facteur de puissance ;

3° l'inductance et l'impédance de la bobine ;

4° les valeurs efficaces des différences de potentiel aux bornes de la bobine et aux bornes de la lampe ;

5° la valeur de la capacité qu'il conviendrait de monter en série avec les éléments précédents, pour que l'intensité du courant fût la plus grande valeur possible, et la valeur de cette intensité en admettant que la résistance de la lampe demeure la même.

(*Bacc. Sciences expérimentales*)

3. — 1° On se propose de construire un condensateur de 1 μF à l'aide de feuilles métalliques séparées par du papier paraffiné d'épaisseur $e = 0{,}1$ mm. Quelle est la surface de papier paraffiné nécessaire ? Constante diélectrique $\varepsilon = 2{,}2$.

2° Les armatures de ce condensateur sont reliées aux pôles d'un générateur de F.E.M. constante et égale à 300 V par des conducteurs de résistance arbitraire r. Quelle est la charge prise par le condensateur ?

Calculer l'énergie fournie par le générateur et l'énergie emmagasinée dans le condensateur. Comparer les valeurs trouvées ; à quoi attribuer la perte d'énergie qui semble se produire pendant la charge ?

3° Le papier paraffiné utilisé n'est pas un isolant parfait, mais possède une résistivité $\rho = 10^{-14}\ \Omega \times$ cm. Le condensateur réalisé est équivalent à un condensateur parfait de capacité 1 μF, shunté par une résistance R que l'on calculera.

Ce condensateur étant connecté au générateur de F.E.M. 300 V, par l'intermédiaire d'une résistance r, quelle est la différence de potentiel entre ses armatures lorsque la charge est terminée ?

Application : $r = 1$ M Ω.

4° Ce condensateur étant introduit dans un circuit alimenté par un alternateur de fréquence 50 Hz, quel est son facteur de puissance, la résistance de fuite R conservant la même valeur qu'en régime continu ?

Montrer que ce facteur de puissance ne dépend que des caractéristiques du diélectrique employé, et reste le même lorsqu'on réalise avec le même papier paraffiné des condensateurs de capacités différentes.

4. 1° Un condensateur peut être assimilé à deux feuilles métalliques, séparées par un isolant d'épaisseur 0,25 mm et de constante diélectrique 4, la surface utile des feuilles métalliques est 25 m². Quelle est la capacité de ce condensateur? En associant dix condensateurs analogues en parallèle, quelle est la capacité C de la batterie obtenue ?

2° Un circuit comprenant en série la batterie C, une inductance variable L et un ampèremètre thermique A est soumis à une tension alternative de 50 hertz, dont la valeur efficace $U = 110$ volts. Les résistances au passage d'un courant continu sont respectivement 10 ohms pour l'inductance, 5 ohms pour l'ampèremètre. Sachant que, dans ce circuit, l'intensité efficace I atteint sa valeur maximale, préciser les valeurs numériques de L et de I.

3° Pour quelles valeurs de L l'intensité indiquée par l'ampèremètre devient-elle moitié de celle calculée précédemment ? Donner, en vous aidant des calculs qui précèdent, l'allure de la courbe représentant les variations de l'intensité I en fonction de L.

4° Calculer les tensions efficaces aux bornes de la batterie C, de l'inductance L, de l'ampèremètre A quand l'intensité I est maximale. Si la capacité de la batterie devenait $C/2$ et la valeur de l'inductance $2L$, que deviendrait la tension efficace aux bornes de la batterie de condensateurs ?

5. On établit une tension alternative de pulsation ω entre les bornes M et N d'un circuit comprenant un condensateur C en série avec une bobine ayant une résistance R et un coefficient d'auto-induction L.

L'intensité efficace du courant étant 0,2 A, la mesure des tensions efficaces fournit les résultats suivants :

120 V aux bornes de l'ensemble ;
160 V aux bornes de la bobine ;
56 V aux bornes de condensateur.

1° Calculer les impédances de la bobine et du condensateur, et la résistance de la bobine.

2° Représenter le courant et les tensions, en utilisant la construction de Fresnel. Calculer le facteur de puissance du circuit complet et celui de la bobine.

3° Sachant qu'un courant de pulsation $\omega' = 250$ rd/s traversant le même circuit serait exactement en phase avec la tension $V_M - V_N$ établie entre les extrémités de ce circuit, déterminer les valeurs de l'inductance (en henrys) et de la capacité (en microfarads). Quelle est la valeur de la pulsation ω' ? Quelle est la fréquence correspondant à cette pulsation ?

4° On place le condensateur et la bobine en parallèle et l'on établit aux bornes de l'ensemble une tension alternative de 280 volts (valeur efficace), de pulsation ω.

Déterminer par la construction de Fresnel la valeur efficace des courants I_C dans le condensateur, I_B dans la bobine, et I dans le circuit principal.

(*Bacc. Math., et Math. et Tech., Alger*, 1950)

6. — 1° La valeur instantanée i d'un courant est donnée par $i = 2{,}121 \sin (471\ t + 0{,}785)$, t représentant le temps en secondes ; $471\ t + 0{,}785$ mesure un nombre de radians.

On demande :

a) la pulsation et la fréquence de ce courant ;

b) son déphasage par rapport à un courant nul à l'instant $t = 0$;

c) la quantité de chaleur abandonnée par ce courant en une minute dans une résistance R de 209 Ω ;

d) la valeur prise par ce courant aux instants $t_1 = 1/150$ s ; $t_2 = 25{,}27/6$ s.

2° Ce courant traverse une inductance pure B de valeur $L = 0{,}2$ H.

a) Quelle est la valeur maximale de la tension aux bornes de cette inductance ?

b) Quelle est la forme la plus simple de la tension instantanée aux bornes de cette bobine, et sa valeur à l'instant $t = 0$?

3° L'inductance B précédente est associée en parallèle avec un condensateur C de 22,2 μF.

a) Faire un schéma du montage.

b) Quelle est la valeur efficace du courant principal lorsqu'on applique à l'ensemble une tension sinusoïdale de fréquence 75 Hz, de valeur efficace 100 V ?

4° L'inductance B et la capacité C sont associées en série avec la résistance R de 209 Ω.

Quelles sont les valeurs efficaces des tensions aux bornes de B, de C, de R et de l'ensemble, lorsque le courant défini au 1° les traverse ?

(*Diplôme d'opticien-lunetier*, 1956)

7. Un wattmètre *électrodynamique* de contrôle comporte essentiellement 2 bobinages à fil fin (circuit tension) mobiles dans le champ d'induction de 2 bobines fixes, à gros fil (circuit d'intensité). Les deux bobinages mobiles sont en série et associés en série avec une résistance placée dans l'appareil. On peut appliquer à l'ensemble une tension de 60 V. Une aiguille couteau, solidaire de l'équipage mobile comportant les bobinages à fil fin, se déplace au-dessus d'un cadran portant 120 divisions. La déviation est maximale pour un courant continu de 5 A dans le circuit des bobines fixes, et une tension continue de 60 V appliquée à l'ensemble du circuit à « fil fin ».

1° On utilise ce wattmètre pour mesurer la puissance consommée dans un rhéostat ; la lecture est 84 divisions ; quelle est cette puissance ?

2° Le courant maximal admissible dans le circuit fil fin, dont l'inductance est négligeable, est 30 mA.

Quelle est la résistance R de ce circuit ?

Quelle est la puissance maximale qu'il consomme ?

3° Une boite de résistances additionnelles B présente 6 bornes marquées 480 V; 360 V; 240 V; 120 V. Elle permet la mesure de tensions supérieures à 60 V.

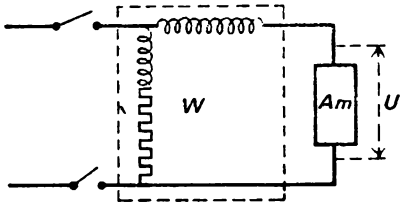
a) Représenter le schéma de principe de l'appareil, des résistances additionnelles et du rhéostat lorsque la tension dont on dispose est 300 V.

b) Quelles sont, en fonction de R les valeurs des 4 résistances de la boite.

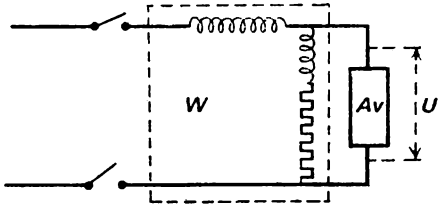
c) On fait une mesure de puissance active en courant alternatif sinusoïdal ; les valeurs efficaces du courant et de la tension, mesurées par ailleurs, sont 3,75 A et 324 V ; la déviation est 81 divisions. Quel est le facteur de puissance de l'appareil d'utilisation ?

4° On se propose de mesurer à l'aide du wattmètre précédent la puissance consommée par un appareil d'utilisation, dans lequel le courant I est exactement en phase avec la tension U à ses bornes.

Les schémas des deux montages correspondent à :



Montage " Amont "



Montage " Aval "

Les indications du wattmètre sont suposées justes. La résistance du circuit gros fil est r. Le courant qui traverse le circuit fil fin est i.

a) Quelles sont, dans chacun des 2 cas, les puissances indiquées par le wattmètre en fonction de U, I, r ?

Les puissances (P_{am} et P_{av}) sont-elles supérieures ou inférieures à la puissance exactement consommée dans Av ?

b) On donne : $I = 4$ A ; $U = 120$ V ; I en phase avec U ; $r = 0{,}4\,\Omega$; $R' = 4\,000\,\Omega$ (R' = résistance du circuit fil fin).

Quelles sont les erreurs systématiques absolues et relatives dans chacun de ces deux montages ?

Lequel doit-on préférer ?

(*Brevet d'Enseignement Industriel, Aide-Physicien*, 1959)

8. Les applications numériques différentes *A* ou *B* ou *C* ou *D* sont proposées. — Une municipalité se propose d'utiliser la puissance produite par une petite chute d'eau pour alimenter l'éclairage public de la commune, située à 3 km de la chute. L'installation d'éclairage E comporte n lampes de 60 W chacune fonctionnant sous 120 V, le facteur de puissance est égal à l'unité. L'alternateur A est entraîné par une turbine T actionnée par la chute d'eau. $n_A = 500$; $n_B = 288$; $n_C = 180$; $n_D = 125$.

Entre A et E on disposera d'une ligne L à 2 fils de résistance R, de coefficient d'auto-induction négligeable. $R_A = 4{,}8$; $R_B = 8{,}33$ ($\approx 25/3$) ; $R_C = 13{,}3$ ($\approx 40/3$) ; $R_D = 19{,}2$.

I. — On envisage de relier directement l'alternateur A à la ligne L, et la ligne L à E :

a) Quelle doit être la valeur efficace de la tension aux bornes de l'alternateur A pour que E fonctionne normalement ?

b) Quel sera alors le rapport η = Énergie perdue dans la ligne/énergie utilisée en E.

c) Quel doit être le diamètre du conducteur de cuivre constituant la ligne ($\rho_{cm} = 1{,}57 \times 10^{-8}\ \Omega\ m^2/m$).

d) Que pensez-vous de cette solution ?

II. — Vous proposez alors la modification suivante : un transformateur supposé parfait sera placé sur la ligne non modifiée, de sorte qu'il ne soit plus dissipé dans cette ligne que le 1/10 de la puissance utilisée en E.

a) Faire le schéma de la nouvelle installation avec l'indication précise de l'emplacement du transformateur.

b) Indiquer la tension à prévoir à la sortie de l'alternateur A.

c) Le transformateur comporte 1 000 spires au primaire. Quel sera le nombre de spires au secondaire ?

d) Comparer les puissances d'alternateur en I et II.

e) Comparer les rendements de la ligne de transport dans les 2 cas.

III. — Le transformateur n'est pas parfait ;

— son enroulement primaire a une résistance $r_1 = 1{,}2\ \Omega$

— son enroulement secondaire a une résistance $r_2 = 12$ m Ω.

Les pertes fer sont égales aux pertes dans le cuivre. A vide, les pertes se réduisent aux seules pertes fer.

a) Calculer son rendement en puissance.

b) Il est utilisé à pleine charge 10 h par jour, et 14 h à vide, primaire sous tension.

Calculer son rendement en énergie ?

Les calculs sont simples et certaines questions sont indépendantes des autres.

PROBLEMES GENERAUX

1. Afin d'effectuer certaines mesures, on se propose de faire varier le courant dans une bobine B de résistance $r = 7$ ohms pouvant être traversée par un courant normal $I_n = 3$ ampères.

A) *Essai en courant continu.*

On dispose d'une source de courant S, de force électromotrice 30 volts, de résistance interne supposée négligeable et d'un rhéostat à curseur R_h constitué par un fil homogène, de section uniforme, enroulé en 500 spires jointives. La course du curseur est de 50 cm et la résistance totale du rhéostat est de 25 ohms. Le rhéostat peut être traversé en régime permanent, sans échauffement excessif, par un courant de 5 ampères.

1° Si la source S alimente R_h et B associés en série, peut-on régler le courant aux valeurs $I_n/3$, $2I_n/3$, I_n, $4I_n/3$?

La réponse devra être justifiée.

2° Représenter la courbe du courant I dans l'ensemble en fonction de X (longueur en cm de la fraction de la résistance R_h traversée par le courant)

Echelles : 1 cm = 0,25 ampère
1 cm = 2 cm de course du curseur.

On précisera les positions du curseur, si elles existent, qui assurent les valeurs $I_n/3$, $2I_n/3$, I_n, $4I_n/3$ du courant et la valeur du courant pour $X =$ 26 cm.

3° Lorsque le curseur est sur la position qui assure I_n quelle est la variation de courant conséquence du déplacement du curseur de 1 mm ?

4° Le rhéostat R_h est utilisé en potentiomètre pour alimenter la bobine B

a) Schéma du montage.

b) Soit l la longueur du rhéostat en parallèle avec B. Quelle sont les valeurs du courant dans B pour $l = 50$ cm, $l = 40$ cm, $l = 20$ cm.

B) *Essai en courant alternatif.*

La bobine B possède une auto-inductance L. Elle est traversée par un courant d'intensité efficace I_n lorsqu'elle est soumise à une tension sinusoïdale de valeur efficace $U = 75$ volts, de pulsation 300 rd/s.

On demande :

1° La valeur de L ?

2° La puissanc active consommée dans B ?

3° Le facteur de puissance du circuit ?

4° La valeur efficace de la tension sinusoïdale de pulsation 300 rd/s que l'on devra appliquer à l'ensemble B et R_h montés en série pour que la valeur efficace de l'intensité de courant soit I_n ?

Nota — Certaines de ces questions sont indépendantes.

(*Brevet d'Enseignement Industriel, Aide-Physicien*, 1960)

2. Une bobine est constituée d'un fil enroulé en hélice à spires jointives sur un cylindre isolant. Ces spires seront tenues pour circulaires et de même diamètre :

Les notations utilisées seront les suivantes :

— l : longueur de la bobine

— D : diamètre des spires de la bobine

— N : nombre total de spires

— c : nombre de couches de spires

— d : diamètre du fil bobiné revêtu d'un vernis isolant dont l'épaisseur sera toujours supposée négligeable devant ce diamètre.

— ρ : résistivité du métal constituant le fil bobiné

Les unités seront celles du système S.I. (ancien M.K.S.A.) - elles devront être précisées à l'occasion de l'emploi de chacune des formules citées et les calculs seront faits dans ce système.

Première partie - Etablir les expressions :

a) du nombre N de spires en fonction de c, l, d ;

b) de la longueur l' du fil bobiné en fonction de l, d, D, c ;

c) de la résistance R du fil bobiné en fonction de l, d, D, c et ρ.

Applications numériques pour les trois questions :

$l = 25$ cm ; $D = 2$ cm ; $d = 0{,}5$ mm ; $c = 2$; $\rho = 1{,}8 \times 10^{-8} \Omega$m.

Deuxième partie.

On rappelle que l'induction B_0 au centre d'un solénoïde dont le rapport D/l est très petit est donnée par

$$B_0 = 4\pi \times 10^{-7} \mu_r \frac{NI}{l}$$

B en teslas
I en ampères μ_r perméabilité relative du milieu
l en mètres

a) En admettant que l'induction soit la même dans toutes les sections droites du solénoïde établir que l'expression approchée du coefficient d'auto-induction L du circuit peut se mettre sous la forme

$$L = \frac{\pi^2 \times 10^{-7} \times \mu_r \times N^2 \times D^2}{l}$$

dont on *précisera les unités.*

Calculer L avec les données de la 1re partie et $\mu_r = 1$; $\pi^2 = 10$.

Troisième partie.

Lorsqu'une tension sinusoïdale à la pulsation $\omega = 3\,600$ rd/s est appliquée à la bobine, le courant est en retard de 1/8 de période par rapport à cette tension.

a) Exprimer le rapport L/R en fonction de la pulsation ω du courant et d'une ligne trigonométrique de l'angle φ de déphasage entre le courant et la tension.

b) En quelle unité peut-on proposer d'exprimer le rapport L/R. Pourquoi ? Quelle est cette valeur ?

c) Quelle est en fonction de μ_r, ρ, D, c, d l'expression de L/R (reprendre pour L et R les expressions des 1re et 2e parties).

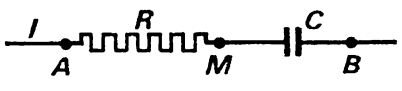
d) En déduire μ_r, sachant que $L/R = 1/3\,600$ (unités S.I.), ρ, D, c, d de la 1re partie.

e) En bobinant 20 couches de fil (au lieu de 2) et en utilisant un matériau de forte perméabilité relative $\mu_r = 3\,600$, montrer que le rapport L/R deviendrait 10 (unités S.I.).

(*Brevet d'Enseignement Industriel, Aide-Physicien*, 1964; *partiel*)

3. *Nota* : Les quatre questions du problème portent sur le montage *résistance et capacité en série* ; elles sont cependant entièrement indépendantes.

Première question. Un récepteur AMB comprend une résistance pure R en série avec un condensateur parfait de capacité C. Sous tension alternative sinusoïdale de pulsation ω, l'ensemble est traversé par un courant d'intensité efficace I.



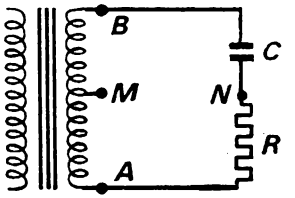
a) *Etude de principe* : en prenant l'intensité comme origine commune des phases, établir le diagramme vectoriel des tensions ; en déduire le diagramme des impédances (et exprimer en fonction de R, C et ω l'impédance Z de l'ensemble) ; en déduire le diagramme des puissances.

b) *Application numérique* : $R = 40$ ohms, $C = 2$ microfarads, $f = 1\,000$ Hz, $I = 250$ mA.

Calculer les tensions entre A et M, entre M et B, entre A et B ; l'impédance de l'ensemble ; les puissances apparente, active et réactive (pour simplifier les calculs, on admettra que $4\pi = 12{,}5$).

Calculer le déphasage de l'intensité sur la tension aux bornes A et B.

Deuxième question. Dans le système déphaseur représenté ci-dessous, le transformateur délivre sur son secondaire à point milieu une tension alternative totale $2U$ constante, de pulsation constante.

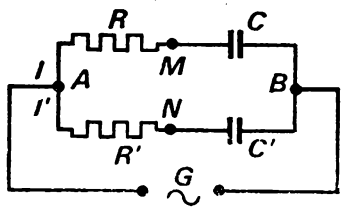


a) *Etude de principe* : Etablir le diagramme vectoriel des tensions pour le circuit fermé $AMBNA$. Montrer qu'on peut, en réglant R, faire varier le déphasage de la tension entre M et N sur la tension entre A et B, en maintenant constante la tension entre M et N.

b) *Application numérique* : $U = 5$ V, $f = 50$ Hz, $C = 2$ microfarads, R réglable de 0 à 100 kΩ.

Quelles valeurs faut-il donner successivement à R pour obtenir les déphasages $\pi/3$, $\pi/2$, $2\pi/3$? Peut-on réaliser les déphasages 0 et π ?

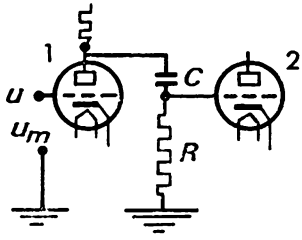
Troisième question. On alimente sous tension alternative sinusoïdale U l'ensemble récepteur représenté ci-contre (pont de Sauty).



a) Etude de principe : Etablir dans un cas quelconque le diagramme vectoriel des tensions aux bornes des 4 éléments du montage $AMBN$. La résistance R étant réglable, on lui donne une valeur telle que la tension entre M et N soit nulle : le pont est alors dit « équilibré ». Tracer dans ce cas le diagramme vectoriel des tensions, et établir la relation entre R, R', C, C' traduisant l'équilibre du pont.

b) Application numérique : $R' = 5\,000$ ohms, à 0,5 % près, $C = 2$ microfarads, à 0,2 % près. L'équilibre du pont, apprécié à l'aide d'un écouteur téléphonique branché entre M et N, paraît être établi pour des valeurs de R comprises entre 3 340 et 3 400 ohms. Déterminer C', avec l'incertitude absolue donnée par cette mesure.

Quatrième question. Dans une amplification à deux étages triodes, le tube 1 attaqué par une tension alternative u appliquée à sa grille, donne un gain en tension A. La tension de sortie est reportée sur la grille du tube 2 par condensateur de liaison C et résistance de fuite R.



a) Etude de principe : Expliquer le fonctionnement de ce mode de liaison.

b) Application numérique : Amplitude du signal d'entrée $u_m = 0{,}1$ V ; gain en tension du tube 1 : $A = 15$; capacité du condensateur de liaison $C = 50\,000$ picofarads ; résistance de fuite $R = 0{,}5$ MΩ.

Etudier par points les variations de la tension alternative U_m appliquée sur la grille du tube 2, quand la fréquence du signal d'entrée prend les valeurs successives 10, 20, 100, 1 000 Hz (on rappelle que :

$$\cos^2 \varphi = \frac{1}{1 + \mathrm{tg}^2 \varphi}$$

et le circuit d'anode de la triode 1 est tel que le gain A est indépendant de la fréquence).

(*Brevet d'Enseignement Industriel, Aide-Physicien*, 1960)

4. A) *Courant continu.*

I. On envisage de pouvoir régler le courant dans une résistance R donnée constante ;

a) de quelle tension continue U devrait-on disposer pour que le courant ait, dans R, l'intensité I ?

En fait la source dont on dispose est de tension $2U$:

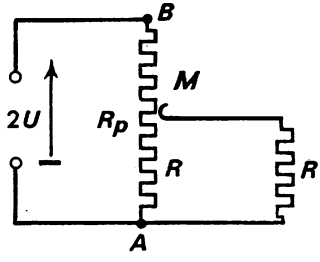
b) quelle est la valeur de la résistance R_s qu'il convient d'associer en série avec R pour que le courant dans ce circuit soit I ?

c) quelle est la valeur R_p de la résistance comprise entre les points A et B du rhéostat potentiométrique par lequel on assurera dans R le courant I, sachant que R_{AM} est réglée à la valeur R ? (Cf. figure).

d) quels sont, dans les cas précédents, les valeurs η_a, η_b, η_c prises par le rapport

$$\eta = \frac{\text{Puissance consommée dans } R}{\text{Puissance fournie par la source}}$$

Applications numériques pour *b*) et *c*) : $R = 100\ \Omega$, donnée unique.



II. La résistance $R = 100\ \Omega$ est celle de l'inducteur d'un moteur bipolaire à excitation indépendante fonctionnant sur charge variable. Le flux Φ dans l'inducteur est proportionnel au courant i qui le traverse ($\varphi = ki$). La résistance R_s, rendue variable, sert de rhéostat de champ. R et R_s sont associées en série et alimentées par une source de tension constante U.

L'induit de résistance $r = 0{,}5\ \Omega$, alimenté sous une tension constante $U_d = 220$ V, est parcouru par un courant I_M,

a) Représenter le schéma du montage et établir la relation

$$U_d - rI_M = K \frac{n}{R + R_s}$$

où $K = k\,NU$.

On rappelle que la F.C.E.M. E' d'un moteur bipolaire, dont l'induit comporte N conducteurs actifs, et qui tourne à la vitesse n, est donnée par $E' = n\,N\,\varphi$, φ représentant le flux émanant d'un pôle.

On négligera la réaction d'induit.

b) Sachant que : pour $R_{s_0} = 110\ \Omega$ et $I_{M_0} = 10$ A, la vitesse n_0 est de 2 150 tr/mn, calculer la vitesse n_1 lorsque $R_{s_1} = 110\ \Omega$ et $I_{M_1} = 20$ A ?

c) Pour $R_{s_2} = 115\ \Omega$ la vitesse est de nouveau égale à n_0. Quel est le courant I_{M_2} dans l'induit ?

B) *Courant alternatif.*

On remplace la source continue de A, Ib, par une source de tension sinusoïdale de valeur efficace $2U$.

La résistance $R = 100\ \Omega$, qui n'est pas inductive, est associée en série avec une inductance pure $L = 0{,}318$ H. Un voltmètre (gradué pour les valeurs efficaces des tensions sinusoïdales) fournit la même indication, aux bornes de R, et aux bornes de L.

a) quelle est la fréquence du courant ?

b) exprimer la tension U en fonction de R et de la puissance dépensée dans le circuit.

Application numérique : $P = 60{,}5$ W, quelle est la tension $2\ U$?

c) Pour R et R_s associées en série et alimentées sous la tension $2\ U$ une certaine puissance P apparaissait dans R ; quelle serait la valeur de la réactance qui conduirait à la même puissance P, dans R associée en série avec une inductance, la source donnant une tension efficace $2\ U$. Dans ce cas, quels sont les rapports ?

$$\frac{\text{Puissance consommée dans } R}{\text{Puissance fournie par la source}} \quad ; \quad \frac{\text{Puissance consommée dans } R}{\text{Puissance apparente de la source}}$$

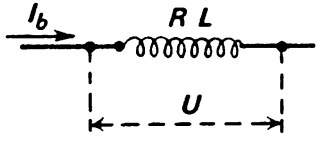
quel est le nom de ce dernier rapport ?

d) Dans le cas où l'ensemble R, L, aurait pour impédance $Z = 2\ R$, quelle serait la capacité C du condensateur qu'il conviendrait d'associer en parallèle avec l'ensemble pour que le courant principal soit en phase avec la tension ?

On donnera son expression en fonction de R et de la pulsation de la source. Application numérique : $\omega = 100$ rd/s. $R = 100\ \Omega$. Calculer C ?

(*Brevet d'Enseignement Industriel, Aide-Physicien, partiel*, 1965)

5. A) 1° Une bobine a une résistance $R = 100\ \Omega$ et une inductance L. Soumise à une tension sinusoïdale de fréquence $f = 50$ Hz et de valeur efficace $U = 127$ V, l'intensité efficace du courant qui traverse cette bobine vaut $I_b = 1{,}1$ A.



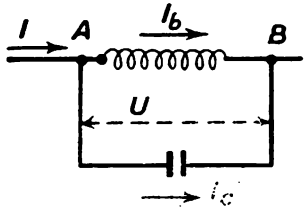
a) Calculer la valeur de l'inductance L.

b) Montrer que le déphasage entre la tension U et l'intensité I_b est très voisin de $\pi/6$.

c) Etablir le diagramme vectoriel des impédances.

2° On place aux bornes A, B, de la bobine un condensateur parfait de capacité C.

a) Déterminer la valeur de la capacité du condensateur pour que le courant I_c soit égal en module au courant I_b.



b) Etablir le diagramme vectoriel des intensités.

c) En déduire l'intensité I et son déphasage par rapport à la tension U.

3° Deux condensateurs identiques au précédent, mis en série, sont placés à présent aux bornes A, B, de la bobine, à la place du condensateur du 2°.

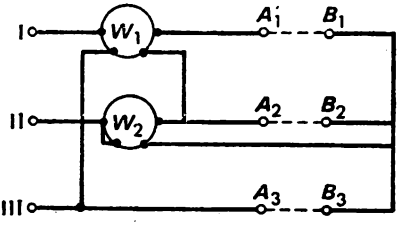
a) Comment se trouve modifié le diagramme vectoriel des intensités ?

b) Que devient le courant principal ?

c) Que devient le déphasage φ entre I et U ?

d) Montrer dans ce cas que l'impédance z de cet ensemble est équivalente à celle d'une résistance R_0 que l'on exprimera en fonction des grandeurs R, L, C, et que la valeur de R_0 est indépendante de la fréquence f.

B) Disposant d'un réseau triphasé de fréquence $f = 50$ Hz et de tension efficace entre phases 220 V, on réalise le montage représenté par la figure.



Dans chaque récepteur, identique à celui défini au (A, 2°), l'intensité I est en avance de phase de $\pi/6$ sur la tension à ses bornes.

a) Tracer le diagramme vectoriel des tensions et des intensités.

b) Indiquer ce que mesurent les wattmètres W_1 et W_2. Les calibres utilisés sont : 2,5 A - 300 V. L'appareil est gradué en 150 divisions.

c) Que deviennent les indications des wattmètres W_1 et W_2, dans le cas où l'on place entre les points A, B, les récepteurs définis au (A, 3°).

(*B.E.I. A.P.*, 1965)

Achevé d'imprimer
sur les Presses d'Offset-Aubin
86000 - Poitiers
le 15 juillet 1974

Dépôt légal, 3e trimestre 1974. — Imprimeur n° 4949.
D/1974/1498/114
Imprimé en France.

M. BOUISSOUX, J. MONTAGNAC

COURS DE SCHÉMAS D'ÉLECTRICITÉ

accompagné d'extraits de normes françaises

Préparation au baccalauréat de technicien en électrotechnique, aux C.A.P. et B.E.P. d'électro-mécanicien et d'électricien d'équipement

252 pages. *7e édition.* Broché **24** F

R. FRAYSSE

TECHNOLOGIE D'ÉLECTRICITÉ

Préparation au baccalauréat de technicien (section électrotechnique), formation professionnelle

*TOME I. — Classes de première BTn (F3). 396 pages. 416 figures. *2e édition.* Broché **22** F

*TOME II. — Classes terminales F3. 456 pages. 700 figures. *1re édition.* Broché **25** F

R. PRET, J. FLOC'H

MANIPULATIONS D'ÉLECTRICITÉ

Lycées techniques, C.E.T. (B.E.P., C.A.P.)

*348. 416 figures. *3e édition.* Cartonné **21** F

****Ouvrages inscrits sur la liste des manuels adoptés par les écoles de la Ville de Paris.***

DUNOD ÉDITEUR

ISBN 2-04-008746-X